

Національний університет «Чернігівський колегіум» імені Т. Г. Шевченка

Природничо-математичний факультет

Кафедра математики та економіки

Кваліфікаційна робота

освітнього ступіня «магістр»

на тему:

**«Методичні засади розвитку критичного мислення
учнів на уроках математики»**

Виконала:

студентка 6 курсу 61-фм групи
спеціальності

014 Середня освіта (Математика)

Мацвей Юлія Олександрівна

Науковий керівник:

канд. пед. наук, доцент

Музиченко Світлана Василівна

Чернігів – 2019

Роботу подано до розгляду «_____» _____ 2019 року

Студентка _____ Мацвей Ю. О.

Науковий керівник _____ Музиченко С. В.

Рецензент _____ _____

Кваліфікаційна робота розглянута на засіданні кафедри
математики та економіки

протокол № _____ від «_____» _____ 2019 року

Студентка допускається до захисту даної роботи в екзаменаційній комісії.

Завідувач кафедри _____ Філон Л. Г.

ЗМІСТ	
ВСТУП	4
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ РОЗВИТКУ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ	7
1.1. Сутність поняття «критичного мислення»	7
1.2. Методичні особливості уроку з розвитку критичного мислення	11
1.3. Інтерактивні методи та прийоми на уроках математики.....	16
1.4. Застосування методу проєктів для розвитку критичного мислення	20
РОЗДІЛ 2. ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ	23
2.1. Задачі як засіб розвитку критичного мислення учнів	23
2.1.1. Розв’язування задач різними способами	23
2.1.2. Задачі з недостатньою або надлишковою кількістю даних	27
2.1.3. Використання завдань на відшукування помилок	29
2.1.4. Використання контрприкладів та софізмів.....	34
2.2. Використання інтерактивних методів та прийомів для розвитку критичного мислення учнів.....	37
2.3. Розвиток критичного мислення при вивченні теми «Степенева функція»	42
2.3.1. Педагогічний експеримент і його результати	42
2.3.2. Інтерактивні методи та прийоми розвитку критичного мислення при вивченні теми «Степенева функція».....	45
2.4.3. Аналіз результатів педагогічного експерименту.....	54
ВИСНОВКИ	57
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	60
ДОДАТКИ	63

ВСТУП

Актуальність дослідження. У сучасних умовах, коли обсяг необхідних для людини знань швидко збільшується, уже неможливо робити головну ставку на засвоєння певної суми фактів. Важливо навчити самостійно поповнювати свої знання, орієнтуватися в стрімкому потоці даних. XXI століття пред'являє до будь-якого фахівця вимоги швидко перебудовуватися з одного виду діяльності на інший, ефективно самонавчатися, творчо підходити до справи. Отже, якість освіти визначається здатністю людини стати успішним учасником розвитку суспільства.

Аналіз змісту навчального матеріалу, який передбачається вивчати за чинними програмами, свідчить про те, що учні на уроках мають незначну кількість часу для опанування сучасної системи знань з математики. Зрозуміло, що за таку невелику кількість годин неможливо надати учням усі важливі знання, тому необхідно навчити їх самостійно опановувати нові технології і критично переосмислювати дані, що вони отримують. Таке навчання передбачає розвиток навичок XXI століття, особливо критичного мислення. Пріоритетними стають здатність і готовність людини аналізувати отриману інформацію, перевіряти і переосмислювати її, самостійно встановлювати істину, приймати рішення і аргументовано захищати свою позицію. Вкрай необхідним є вміння мислити гнучко, динамічно і самостійно. Ці завдання є актуальним на кожному етапі шкільної освіти. Нова українська школа (НУШ) має відігравати важливу роль, допомагаючи молодим людям стати активними, самостійними і творчими особистостями, здатними адаптуватися до стрімких змін у світі. Формування такої особистості вимагає нових підходів до навчання. Тому оновлення форм організації навчально-виховного процесу у НУШ визначено одним із пріоритетних напрямів державної політики у розвитку освіти. Наскрізними компетентностями НУШ є: критичне та системне мислення, творчість, ініціативність, вміння конструктивно керувати емоціями, оцінювати ризики,

приймати рішення, вирішувати проблеми. Іншими словами, учні мають стати тими, хто критично мислить і вчиться.

Формування критичного мислення – це не тільки завдання освіти, а й суспільна необхідність. Як показують дослідження, за рівнем критичного мислення та здатності вирішувати проблеми, які виникають в житті і які не мають простих і явних рішень, наша держава перебуває наприкінці рейтингу країн світу. Тому нам просто необхідно застосовувати методи критичного мислення при викладанні всіх шкільних предметів, зокрема й математики.

Таким чином, актуальність дослідження зумовлена необхідністю підвищення результативності навчання потребами застосовувати критичне мислення до розв'язання життєвих проблем.

Зазначені чинники зумовили вибір теми кваліфікаційної роботи: «Методичні засади розвитку критичного мислення на уроках математики».

Об'єкт дослідження – процес навчання математики у школі.

Предмет дослідження – розвиток критичного мислення учнів старшої школи на уроках математики.

Мета дослідження – розробити та впровадити систему інтерактивних методів та прийомів розвитку критичного мислення для використання на уроках математики.

Завдання дослідження:

- 1) Проаналізувати психолого-педагогічну та навчально-методичну літературу з питань розвитку критичного мислення школярів на сучасному етапі розвитку загальної середньої освіти.
- 2) З'ясувати, які методи розвитку критичного мислення учнів можна використати на уроках математики в сучасній школі.
- 3) Розробити завдання, які можна використати у процесі вивчення степеневі функції в старшій школі для розвитку критичного мислення учнів.
- 4) Провести педагогічний експеримент щодо виявлення впливу розвитку критичного мислення на академічну успішність учнів з математики.

Гіпотеза дослідження ґрунтується на припущенні, що застосування методів та прийомів розвитку критичного мислення дає покращення академічної успішності учнів з математики.

Методи дослідження: теоретичні (аналіз наукової, науково-популярної літератури з математики, педагогіки, психології, методики навчання математики; вивчення нормативних документів МОН України (навчальних програм, стандартів); аналіз шкільних підручників) й емпіричні (бесіди з вчителями й учнями, анкетування, тестування; спостереження навчального процесу в школі, аналіз уроків).

Практичне значення дослідження полягає в тому, що:

- виявлені й теоретично осмислені нові факти про стан та динаміку розвитку критичного мислення школярів;
- розширено педагогічне уявлення про можливості розвитку критичного мислення учнів старшої школи на уроках математики при вивченні степеневі функції;
- результати та висновки проведеного дослідження можуть бути використані в діяльності вчителів математики.

Структура роботи. Кваліфікаційна робота складається із вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел та трьох додатків. Загальний обсяг роботи складає 74 сторінки.

Апробація роботи. Результати нашого дослідження неодноразово доповідались на засіданнях кафедри математики та економіки національного університету «Чернігівський колегіум» імені Т.Г. Шевченка, а також висвітлено як публікацію у матеріалах III Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції «Професіоналізм педагога в умовах освітніх інновацій» (26-27 вересня 2019 р., м. Слов'янськ, Донецька область) [22, с. 70-73].

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ РОЗВИТКУ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ

1.1. Сутність поняття «критичне мислення»

В наш час затребуваними є люди, які не просто відтворюють знання та використовують свої уміння, а фахівці, які здатні аналізувати інформацію, швидко розв'язувати проблеми, що виникають, спеціалісти, що мають нестандартне, творче мислення.

Такий тип мислення потрібен для вирішення неординарних практичних завдань. Коли перед нами постають реальні проблеми, які неможливо вирішити за допомогою наявних знань та умінь, тоді ми залучаємо принципи, стратегії та процедури критичного мислення. Це відбувається під час розв'язування проблемних задач, формулювання висновків, ймовірнісної оцінки та ухвалення рішень.

Під критичним мисленням слід розуміти особливий вид розумової діяльності, характерними ознаками якого є:

- вироблення стратегій прийняття правильних рішень у розв'язанні будь-яких завдань на основі здобуття, аналізу, опрацювання відомостей;
- здійснення рефлексивних дій (аналітичних, перевірочних, контролюючих, оцінних), які виконуються стосовно будь-якого об'єкта чи явища, зокрема, і власного процесу мислення;
- виважений аналіз різних думок і поглядів, вияв власної позиції, об'єктивне оцінювання процесу і результатів як своєї, так і сторонньої діяльності. [21, с. 5].

Критичне мислення є винаходом американської когнітивної психології. Саме американські дослідники пізнавальних процесів досягли значних успіхів й мають визнаний у світі пріоритет у цій галузі, зокрема, М. Ліпман, Дж. Андерсон, А. Кроуфорд, В. Саул, С. Метьюз, Д. Макінстер, Р. Стернберг; Д. Халперн, Дж. Брунер, С. Міллер, Д. Надлер, Ш. Хібіно, Р. Солсо, Д. Рійз, Д. Шавер, П.Фрейре та ін. [25, 28].

Проте, на жаль, цей факт не означає, що всі фундаментальні дослідження американських психологів утілені в освітню систему Америки або інших країн. Хоча у США давно здійснюються широкомасштабні проекти по навчанню критичному мисленню і накопичений чималий досвід у цьому.

Інтерес до технології розвитку критичного мислення як освітньої інновації з'явився в Україні близько 15 років тому. Вперше проблема критичного мислення почала розроблятися харківськими дослідниками О. Тягло, Т. Воропай. [26]. Сьогодні в Харкові існує освітня платформа «Критичне мислення», засновниками якої є О. Пометун, І. Сущенко та І. Баранова. Цю проблему досліджують науковці О. Пометун, Л. Пироженко [21], Н. Дементієвська, В. Макаренко, О. Туманцова [10] та ін. Ідея розвитку критичного мислення була підхоплена й Центрально-українським державним педагогічним університетом (м. Кропивницький). Таким чином напрацьовуються певні підходи та створюються окремі прийоми навчання.

Що розуміють під критичним мисленням? Чому воно так важливо? Чи не є розвиток критичного мислення надуманою проблемою та непотрібною справою для нашої системи освіти?

Під критичним мисленням розуміють наукову оцінку позитивних та негативних рис явищ дійсності. Отже, критичне мислення – це здатність використовувати певні прийоми обробки інформації, що дозволяють отримати бажаний результат.

До основних рис критичного мислення слід віднести такі уміння:

- 1) робити логічні умовиводи;
- 2) ухвалювати обґрунтовані рішення;
- 3) давати оцінку позитивних та негативних рис як отриманої інформації, так і самого розумового процесу;
- 4) спрямованість на результат. [23]

Критичне мислення передбачає використання когнітивних технік і стратегій, які збільшують імовірність отримання бажаного результату. Таке

мислення характеризується контрольованістю, обґрунтованістю та цілеспрямованістю, тобто критичне мислення використовують для розв'язання задач, формулювання висновків, імовірнісної оцінки та ухвалення рішень. Важко уявити сферу життя, яка б не потребувала від людини здатності ясно мислити. Проте слід зазначити, що наша система освіти рідше надає можливість навчитися учням мислити більш ефективно. Наші навчальні заклади традиційно здебільшого вимагають, щоб учні виучували, запам'ятовували, відтворювали інформацію.

Отже, критичне мислення – це наукове мислення, суть якого полягає в ухваленні ретельно обміркованих та зважених рішень стосовно довіри до будь-якого твердження: чи мусимо ми його сприйняти, чи відкинути або відкласти, а також ступінь упевненості, з яким ми це робимо. [12]

Уміння критичного мислення учнів можна згрупувати у три основні групи:

- 1) інформативні компетентності;
- 2) рефлексивні компетентності;
- 3) дослідницькі компетентності.

Основним у групі інформативних компетентностей є вміння працювати з даними, використовувати їх для розв'язання поставлених завдань і проблем як у професійній сфері, так і в повсякденному житті, для набуття нових знань і подальшої освіти, розвитку власних можливостей. Одними з основних проявів рефлексії мислення є самоконтроль й самооцінка діяльності, усвідомлення засад і способів виконання діяльності, контролювання, регулювання дій і операцій.

До дослідницьких компетентностей можна віднести такі якості:

- здатність до аналізу, синтезу, узагальнення, формалізації;
- виявлення і формулювання проблеми, задачі;
- здатність до прогнозування, моделювання ситуації й діяльності, експерименту.

Критичне мислення – це систематичний спосіб формування свого мислення. Воно діє цілеспрямовано і вимогливо. Критичне мислення відрізняється від іншого мислення, тому що людина систематично використовує мислення високого рівня і постійно перевіряє саму себе, прагнучи поліпшити якість мислення. Як і будь-яка система, критичне мислення не просто випадковий ряд характеристик або компонентів. Всі її компоненти – елементи, принципи, стандарти і цінності – формують інтегровану робочу мережу, яка може ефективно застосовуватися в будь-яких сферах життя. [19]

Критичне мислення ґрунтується на двох припущеннях: по-перше, що якість нашого мислення впливає на якість нашого життя, а по-друге, що кожен може навчитися постійно покращувати якість свого мислення. Критичне мислення передбачає фундаментальну, найважливішу мету освіти: завжди вчити так, щоб допомогти учням покращити своє власне мислення. Коли учні навчаться керувати своїм мисленням, постійно покращуючи його якість, вони навчаться керувати своїм життям і, як наслідок, покращувати якість свого життя.

Існує думка, що через складність, критичне мислення можуть досягнути лише учні старших класів. Проте це не так. Учні молодших та середніх класів також можуть бути залучені до критичного мислення, але на рівні, що відповідає їх віковим особливостям. Вони охоче беруть участь у розв'язанні непростих завдань і демонструють високий рівень здатності приймати рішення. Отже, критичне мислення можливе у будь-якому віці, проте без фундаментальних передумов навчання часто зводиться до подачі неупорядкованої маси «стратегій» та «інструкцій». Критичне мислення формується поступово, воно є результатом щоденної кропіткої праці вчителя й учня, з уроку в урок, з року в рік. Не можна виділити чіткий алгоритм дій учителя з формування критичного мислення в учнів. Розвиток критичного мислення можливий за виконання наступних умов:

- учителем: прийняття різних ідей і думок; підтримка активності учнів у процесі навчання; підтримка впевненості учнів у тому, що вони не ризикують бути незрозумілими; віра в кожного учня;
- учнями: розвиток впевненості в собі і розуміння цінності своїх ідей та думок; активна участь у навчальному процесі; повага до різних думок.

1.2. Методичні особливості уроку з розвитку критичного мислення

З педагогічної точки зору критичне мислення – це комплекс розумових операцій, що характеризується здатністю людини:

- аналізувати, порівнювати, синтезувати, оцінювати інформацію з будь-яких джерел;
- бачити проблеми, ставити запитання;
- висувати гіпотези та оцінювати альтернативи;
- робити свідомий вибір, приймати рішення та обґрунтовувати його.

Цим розумовим операціям можна й необхідно навчати, а далі – вдосконалювати їх, тренувати, як, наприклад, тренують м'язи спортсмени чи техніку гри – музиканти. І саме школа є ідеальним середовищем для цього.

Технологія проведення уроку з розвитку критичного мислення залежить від його предметного наповнення і дидактичних завдань, від типу уроку (це набуття нових знань чи формування умінь), від власне навчального предмету. Та загалом такий урок традиційно складається з трьох основних частин: вступної, основної та підсумкової [9].

Вступна частина уроку, яку ще називають «викликом» триває зазвичай перші 5–7 хвилин. За цей час слід актуалізувати опорні знання – «дістати» їх з довготривалої пам'яті учнів. Саме слово підказує, що необхідно «зробити щось актуальним, потрібним» на час саме цього уроку. Опорними такі знання учнів є тому, що саме на них, як на фундаменті, опорі, будуються наступні знання. Звернення до вже засвоєного матеріалу підвищує увагу учнів до теми, проблеми, пробуджує їхню зацікавленість, а отже, виконує мотиваційну функцію. Її важливість не піддається сумніву. Напевно, кожен

учитель чув від учнів: «Навіщо мені потрібно вчити вашу... (назва навчального предмету)?». Тож на власному досвіді знає, що їм у край важливо усвідомлювати потрібність, персональну значущість того, чого можна навчитись на уроці.

Отже, під час вступної частини уроку вчитель має пропонувати учням методи й завдання, які дають їм змогу:

- 1) освіжити наявні знання, уявлення, уміння, пов'язані з темою уроку;
- 2) провести «інвентаризацію» цих знань і уявлень, виявити прогалини;
- 3) зосередити увагу на новій темі;
- 4) створити контекст для сприйняття нових ідей;
- 5) сформулювати позитивне ставлення, зацікавленість у процесі навчання.

Під час вступної частини уроку учні мають опанувати декілька важливих способів пізнавальної діяльності або вдосконалити наявні вміння. Процес активного згадування того, що вони знають з опрацьовуваної теми, змушує їх аналізувати власні знання та уявлення. Це дає змогу визначити рівень цих знань і долучити до них нові.

Для того аби розв'язати це завдання, учитель має ставити навідні запитання, а також використовувати такі методи як кластер, асоціативний куш, мозковий штурм тощо.

Наприклад, під час уроку математики в 6-му класі вивчають тему «Зведення подібних доданків». Учні мають назвати, яких вмінь вони вже набули для роботи з математичними виразами, і заповнити разом з учителем першу і другу колонки таблиці «Знаємо – Хочемо дізнатись – Дізнались».

Вступна частина уроку з розвитку критичного мислення завершується тим, що учитель озвучує нову тему і результати, яких слід досягнути, та стимулює учнів до усвідомлення їхніх власних цілей навчання.

Основна частина уроку триває до 30 хвилин. За цей час учитель організовує активну діяльність учнів, зокрема спонукає їх досліджувати, осмислювати матеріал, відповідати на раніше поставлені запитання, ставити свої і шукати на них відповіді тощо.

Головне завдання учнів — «конструювати» знання і навички, формувати власне ставлення до теми. Для цього вони за допомогою вчителя:

- порівнюють свої очікування з тим, що їм реально пропонують вивчити;
- ставлять запитання щодо нового навчального матеріалу;
- експериментують, пробують застосувати новий матеріал на практиці за допомогою наявних у них уявлень, знань, умінь незалежно від того, чи є вони достатніми;
- аналізують отриманий досвід;
- переглядають свої очікування й висловлюють нові;
- виявляють головне, осмислюють теоретичні ідеї, концепції;
- відстежують хід власних думок;
- роблять висновки щодо змісту матеріалу;
- пов'язують зміст уроку з особистим досвідом;
- відпрацьовують уміння і стратегії мислення [16].

Коли учень долучається до сприйняття нової інформації під час читання тексту, перегляду фільму, прослуховування лекції вчителя, він навчається відстежувати своє розуміння нового й не ігнорувати прогалини в ньому. При цьому доцільно, аби він записував те, що не зрозумів, аби з'ясувати в майбутньому. Подальше відпрацювання й закріплення учнем нових знань відбувається за допомогою різноманітних методів і прийомів організації активної самостійної роботи.

Обов'язкові елементи розвитку критичного мислення в учнів – індивідуальний пошук та обмін ідеями в групах чи загальному колі. Дуже важливою є послідовність цих елементів – пошук має неодмінно передувати обміну думками.

Ефективними методами під час основної частини уроку є:

- читання (запитання, узагальнення) в парах;
- читання з визначенням опорних слів;

- читання з маркуванням;
- «тонкі» і «товсті» запитання тощо.

Третій етап уроку – найважливіший для розвитку критичного мислення в учнів, бо його основними завданнями є узагальнення, систематизація вивченого й рефлексія щодо процесу і результатів навчальної діяльності. Необхідно, аби учні подумали про те, що вони дізналися, чого навчилися, запитали себе, що це для них означає, як це змінює їхнє бачення і як вони можуть це використовувати.

Зазвичай підбиття підсумків триває до 10 хвилин. За цей час учні разом з учителем:

- узагальнюють та інтерпретують основні ідеї уроку;
- обмінюються думками та висловлюють особисте ставлення до окремих положень матеріалу чи уроку загалом;
- оцінюють набуті знання й уміння;
- ставлять перед собою запитання;
- планують застосування вивченого.

Під час підбиття підсумків учні удосконалюють важливе уміння – резюмувати інформацію, викладати складні ідеї, передавати почуття й уявлення в кількох словах, співвідносити нову інформацію зі своїми сталими уявленнями, тобто свідомо пов'язувати нове з давно відомим.

Дієвими методами розвитку критичного мислення на цьому етапі уроку є сенкан, «бортовий журнал», «шкала думок» дискусія, обговорення в загальному колі [27] тощо. Так, наприкінці уроку можна запропонувати учням відповісти на запитання:

- 1) Чи отримали ви сьогодні новий досвід? Який саме?
- 2) Що нового ви дізналися на уроці?
- 3) Про що ви хотіли б дізнатися більше?
- 4) Які думки, почуття викликала у вас ця робота?

Перелік методів розвитку критичного мислення достатньо великий. Добирати їх учителю слід з огляду на мету, завдання, зміст уроку. Крім того,

слід зважати на особливості цих методів, адже на певних етапах уроку вони є ефективнішими, а отже, доречнішими. Учитель має опанувати якомога більше методів розвитку критичного мислення і бути обізнаним з особливостями їх ефективного застосування (рис.1.2.1).



Рис 1.2.1. Методи розвитку критичного мислення [29].

Аби учні мали змогу розвивати критичне мислення, у школі слід системно змінити всі компоненти навчально-виховного процесу. Зупинімося на кількох з них.

Завдання уроку: формування розумових операцій високого рівня і відповідних ціннісних орієнтацій в учнів – довіри до результатів власних розумових зусиль, інтелектуальної мужності, відкритості до різноманіття думок тощо – має стати частиною цілепокладання уроку незалежно від навчального предмету, який учні вивчають.

Організація навчання. Аби формувати критичне мислення як соціальне, слід залучати учнів до обговорення і відстоювання своїх думок в інтерактивному спілкуванні з однокласниками. А отже, структура і методика

уроку набувають специфічних технологічних характеристик. Змінюється «палітра» методів і засобів навчання – вчитель має віддавати перевагу тим, що дають змогу розвивавати критичне мислення учнів.

Контроль і корегування результатів. Способи й методи контролю мають виявляти не лише рівень навчальних досягнень з того чи того навчального предмету, а й опанування учнем умінь і навичок критичного мислення. Такий контроль потрібен для подальшого їх корегування.

Практика вивчення конкретного предмету може змінюватись поетапно. І одним з найважливіших етапів є внесення системних змін в організацію навчання.

Далі навчальний процес учитель має організувати так, аби учні вільно виявляли факти, розглядали варіанти розв'язання проблеми, а наприкінці дійшли до підкріпленого фактами осмислення власної позиції щодо поставлених запитань.

Під час дослідження навчального матеріалу вчитель має особливу увагу приділяти аналізу інформації з точки зору достовірності джерел, з яких вона надходить. Крім того, інформацію можна аналізувати з огляду на упередження, забобони – як самого учня, так і інших учнів. Усе це створює підґрунтя для вироблення в учнів власних суджень і, як результат – розвитку критичного мислення.

Учитель може вдало поєднувати роботу над предметним матеріалом з розвитком критичного мислення учнів. Проте побудова такого уроку вимагає багатьох знань і вмінь від самого вчителя. Так, він має створювати атмосферу позитивної взаємодії учнів, розумітися в тому, які форми й методи навчання ефективніші на певному етапі уроку, а ще – і це принципово важливо – самому мислити критично.

1.3. Інтерактивні методи та прийоми на уроках математики

Критичне мислення є переходом від навчання, орієнтованого переважно на запам'ятовування, до навчання, спрямованого на розвиток самостійного

свідомого мислення учнів. Воно формується та розвивається під час опрацювання інформації, розв'язання задач, проблем, оцінки ситуації, вибору раціональних способів діяльності. Якщо для формування в учнів навичок критичного мислення використовувати інтерактивні методи: парну й групову роботу, дискусії й дебати, проекти й письмові роботи, – то результат буде ще вищим. Дослідження показують, що саме на активних заняттях за технологією розвитку критичного мислення учні засвоюють матеріал найбільш повно і з користю для себе.

Спеціальні методи інтерактивного навчання, які забезпечують розвиток критичного мислення учнів, можна використовувати при вивченні різних предметів. Найчастіше застосовуються наступні методи.

Метод «Розминка» може замінювати організаційні моменти класичного уроку, а також використовуватись як зв'язкова ланка між різними етапами уроку.

Сенкан – це форма вільного вірша, який складається з п'яти рядків із 11-12 слів. Як інтерактивний прийом застосовується дидактичний сенкан. Сенкан синтезує інформацію, яку учні отримали під час вивчення нового матеріалу та спонукає учня до розмірковування над темою.

«Діаграма Венна» (придумана приблизно в 1880 році англійським логіком і філософом Джоном Венном) будується на двох або більше великих колах, що частково накладаються одне на одного так, що посередині утворюється спільний простір. Інформацію, що стосується кожної проблеми, фіксують в окремому коло, а в спільну частину записують інформацію, що стосується всіх виділених складових [29].

«Рюкзак» – це метод етапу рефлексії дає можливість залучати кожного учня до роботи на цьому етапі, зокрема кожен учень стисло записує на папері відповідь на запитання: «Які з тих знань і умінь, що отримано на уроці, він візьме із собою для використання на інших уроках, для виконання домашнього завдання?». Аркуші із відповідями складають у рюкзак (уявний чи справжній). Вибірково ознайомлюються із ними.

«Мозковий штурм» – метод вільного висловлення думок. У 1953 році його розробив Алекс Осборн (1888-1966) – відомий американський діяч в галузі реклами. Прийом допомагає знаходити нові рішення, вчить застосовувати здобуті знання на практиці. Доречно використовувати для збирання найбільшої кількості ідей, фактів під час роботи в парах, групах або фронтально [29].

Під час «Мозкового штурму» учні можуть висловлювати будь-які думки з приводу запропонованої теми. Учитель занотовує всі висловлення учнів, навіть найабсурдніші. Жодна ідея не може бути поганою. Цей прийом активізує роботу дітей, допомагає їм розкритися, порівняти різноманітні думки і знайти багато нового та цікавого. У безперервному пошуку народжується істина, нові думки породжують нові відкриття.

Метод «Знаємо – хочемо дізнатися – дізналися» можна використати для того, щоб структурувати цілий урок. У процесі роботи спочатку вчитель просить подумати учнів над тим, що їм відомо з теми цього уроку, поставити запитання з цієї теми та знайти відповіді на них. Учні запам'ятовують краще, якщо вони пригадують відоме, ставлять запитання, підтверджують свої нові знання.

Учитель креслить таблицю на дошці чи на великому аркуші паперу. Просить учнів назвати те, що їм відомо з цієї теми. Записує їхні ідеї в стовпчик «Що відомо?». Просить учнів поставити запитання з цієї теми. Спочатку вони можуть проаналізувати вже відоме та відзначити, де їхні знання є неповними. Учитель записує їхні запитання до таблиці у стовпчик «Про що хочемо дізнатися?». За потреби, додає кілька власних запитань. Далі учням необхідно прочитати текст, прослухати розповідь учителя, щось вивчити або виконати певне дослідження. Учням слід нагадувати, щоб шукали відповіді на власні запитання та відзначали всі нові ідеї, на які не очікували [30].

Метод «Джигсоу» спрямовано на формування вмінь спільно досягати результату, якщо окремо успіху досягти складно. Саме за допомогою методу «Джигсоу» легко організувати самостійне і глибоке вивчення досить складного матеріалу. Учні самі знаходять відповіді на запитання і готуються виступити в ролі учителя. До того ж, працювати мусять сумлінно, адже від кожного з них залежить успіх групи та рівень щойно засвоєних знань.

Метод «Читання з маркуванням» («Інсерт»). Цей метод дає змогу учневі відстежувати своє розуміння матеріалу, який вивчається.

Учителю необхідно ознайомити учнів з маркувальними знаками і запропонувати їм під час читання ставити їх олівцем на полях тексту. Орієнтовні позначки: «V» - це я знаю; «+» - нова інформація; «-» - суперечить тому, що мені відомо; «?» - незрозуміла інформація.

Метод «Кластер» – це графічна організація матеріалу, що показує смислові поля певного поняття. Слово «кластер» у перекладі означає «пучок», «сузір'я» [30]. Складання кластеру дає змогу учням вільно і відкрито розмірковувати з приводу будь-якої теми. У центрі аркуша записують ключове поняття, від нього накреслено «стрілки-промені» в різні боки. Вони сполучають це слово з іншими, від яких, у свою чергу, «промені» розходяться далі. Використання методу «кластер» надає необмежені можливості для «гри» з інформацією.

Метод «Самооцінка» дає можливість залучити всіх учнів до роботи на уроці; вчить учнів контролювати та оцінювати дії свої та інших учнів; дає можливість учневі краще розуміти оцінку, що виставляє йому вчитель; надає вчителю та учням інформацію про необхідність корекції знань; надає природну можливість диференціації домашнього завдання. Самооцінку здійснюють при перевірці як письмових, так і усних завдань.

Під час інтерактивного навчання навчальний процес організований так, що всіх учасників залучено до процесу пізнання, формування висновків, створення певного результату, де кожен робить індивідуальний внесок, обмінюється знаннями, ідеями, способами діяльності. Відбувається цей

процес в атмосфері доброзичливості та взаємопідтримки. Це дозволяє не тільки отримати нові знання, а й розвиває пізнавальну діяльність та критичне мислення.

1.4. Застосування методу проектів для розвитку критичного мислення

Більш складним, але ефективним у розвитку критичного мислення учнів є метод проектів. Він спонукає учнів до відшукування джерела інформації, до співпраці з учителем, бібліотекарем, товаришами-однокурсниками, до дослідження пошуку пізнання, до самоконтролю та самооцінки (рис.1.4.1).

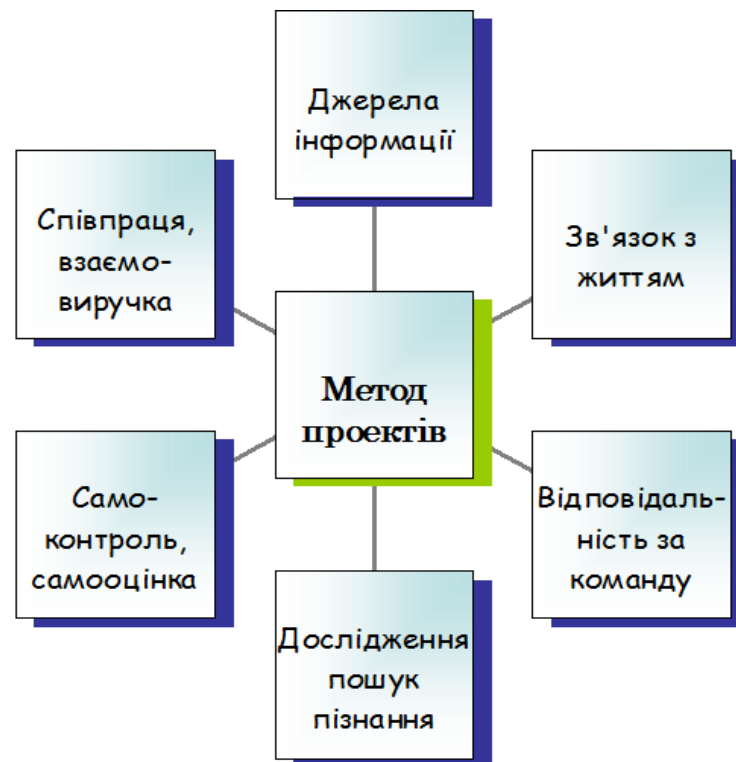


Рис. 1.4.1. Метод проектів

Творчий напрям роботи дітей на уроках допомагає їх зацікавити, розвинути логіку, просторове і абстрактне мислення, потребу в нових знаннях, і допомогти учням зрозуміти і якісно опанувати матеріал, здобути міцні знання, вміння і навички, збільшити темп і результативність розв'язування прикладів і задач, навчити бачити різноманітні ефективні способи і підходи до вирішення математичних, а згодом і життєвих проблем.

Використання технології розвитку критичного та евристичного мислення як результативних методів навчання на уроках математики допомагає створити оптимістичний настрій на уроці, налагодити дружні позитивні стосунки в класі, впевнити дітей в особистій успішності і талановитості. Як наслідок, захоплення математикою, високий рівень знань учнів, вміння використовувати здобуті навички у вивченні інших дисциплін та у повсякденному житті.

Проект на уроках математики – це комплекс завдань, які використовують не лише з метою ознайомлення з новою інформацією, а й як засіб контролю сформованості математичних умінь після вивченої теми. Він спрямований на досягнення практичного результату діяльності (колаж, збірка текстів, віршів, малюнки, газети, виготовлені предмети тощо). Як відмічає О. Онопрієнко, навчальний проект з математики доцільно організовувати, по-перше, для урізноманітнення діяльності учнів у разі їхнього успішного просування в засвоєнні основного змісту, по-друге, коли навчальна ситуація в класі актуалізувала проблему, прийнятну для розв'язання методом проектів [16].

За використання методу проектів на уроках математики необхідно створити базу тем різного ступеня складності. У тематиці проектних завдань необхідно враховувати індивідуальні особливості пізнавальної діяльності учнів. Творчі проекти використовуються при навчанні учнів нової теми та закріплення відповідних математичних умінь та навичок. Дослідницько-пошукові проекти використовуються з метою формування математичних умінь, зокрема складання задач.

На думку дослідників, вчитель у проектній роботі на уроці математики має допомагати учням у пошуку інформації; координувати та контролювати весь процес проектної роботи; підтримувати зворотній зв'язок. О. Тесленко зазначає, що метод проектів передбачає певну сукупність навчально-пізнавальних прийомів, що дає змогу розв'язувати задачі шляхом самостійних дій з обов'язковою презентацією отриманих результатів. Науковець

визначає вимоги до використання методу проектів, серед яких: наявність значущої проблеми (задачі), для розв'язання якої необхідний дослідницький пошук; самостійна діяльність учнів; використання дослідницьких методів; оформлення результатів проектної роботи [19]. О. Онопрієнко відмічає, що приймаючи рішення про залучення школярів до проектної діяльності, педагогові слід з'ясувати для себе такі моменти: чи існує в даній навчальній ситуації в класі потреба саме у такій формі роботи; чи доцільно надалі використовувати виготовлену гру, наприклад, підчас перерв або в позаурочний час; чи відповідає така справа можливостям учнів; чи зацікавить вона дітей; чи реально знайти час для цієї роботи [16]. Отже, аналіз наукових праць свідчить, що метод проектів є потужним засобом розвитку математичної компетентності, оскільки при його реалізації створюється творче середовище, в якому невимушено інтегруються і застосовуються набуті учнями математичні знання й уміння.

РОЗДІЛ 2. ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ

2.1. Задачі як засіб розвитку критичного мислення учнів

2.1.1. Розв'язування задач різними способами. Існують різноманітні методи навчання розв'язування задач та вправ: наслідування, спроб та помилок, поступового ускладнення, евристичних наставлянь тощо. Ми вважаємо, що серед них найбільше відповідають технології розвитку критичного мислення розв'язування задач різними способами, розв'язування задач з недостатньою або надлишковою кількістю даних, завдання на відшукування помилок.

На нашу думку, під час розв'язування задач різними способами треба організувати роботу таким чином, щоб кожен учень мав змогу висловити свою думку, висунути гіпотезу, обрати найбільш раціональний спосіб розв'язання, скласти його план.

Розглянемо конкретний приклад. Задача: протягом року завод двічі збільшував випуск продукції на однакове число відсотків. Знайти це число, якщо відомо, що на початку року завод випускав 1200 виробів, а наприкінці року - 1587 виробів. Вибір способу її розв'язання не є очевидним.

Перед розв'язанням задачі ставимо таке запитання: як перефразувати той факт, що збільшення відбувалося на однакове число відсотків. Відповідь: збільшення відбувалося в однакове число разів. Це може підказати учням, що розв'язання задачі може відбутися способами, не пов'язаними з відсотками. Хтось з учнів скористається універсальним способом розв'язання задач на відсотки, двічі склавши пропорцію, позначивши через x кількість відсотків, на які відбувалося збільшення. Хтось скористається формулою складних відсотків: $1587 = 1200 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2$. А хтось перекладе умову задачі мовою

геометричної прогресії: $b_1=1200$. $b_2=1587$. знайти знаменник геометричної прогресії. Кожен з учнів презентує обраний ним спосіб розв'язання задачі. Після цього ставимо до всіх учнів такі запитання:

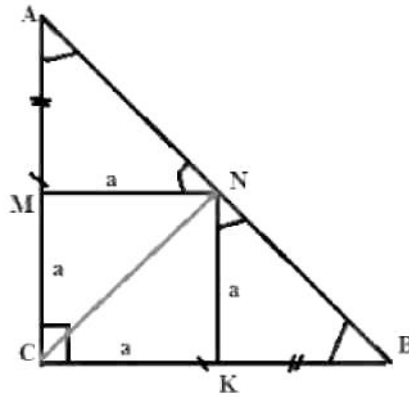
- Який спосіб є більш раціональним за кількістю дій?
- Який більш простий у плані обчислення?
- Який спосіб не вимагає спеціальних знань?
- Який спосіб ви обираєте для себе й чому?

Хтось з учнів залишиться при своїй думці, для когось аргументи опонента виявляться більш переконливими. При такому підході до розв'язання задачі виконуються умови, які спонукають учнів до критичного мислення:

- мислення носить індивідуальний характер;
- учні усвідомлюють, що від них очкується висловлення власних думок та ідей;
- школярі мають можливість для обміну думками;
- учні розуміють, що одна й та сама проблема може мати декілька розв'язань, тому вони повинні підкріпити своє рішення переконливими аргументами;
- школярі навчаються прислухатися до думок інших, оцінювати й аналізувати їх;
- у результаті спілкування учні можуть поглибити свою позицію або змінити її.

Пропонуємо учням задачі з теми «Чотирикутники», розв'язування яких, на нашу думку, сприяє розвитку критичного мислення на уроках геометрії.

Задача 1. У рівнобедрений прямокутний трикутник ABC вписано квадрат $CMNK$ так, що прямий кут у них спільний, а точка N належить AB . Знайти площу квадрата, якщо катет трикутника дорівнює 6 см.



Розв'язання.

1 спосіб. Трикутники MAN і KNB рівні за двома катетами. Отже, $AN = NB$ і CN - медіана і висота з прямого кута.

$$AB = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2} \text{ см (за теоремою Піфагора).}$$

$$AN = 3\sqrt{2} \text{ см, } MN = \sqrt{AN \cdot NB} \text{ - властивість висоти з прямого кута.}$$

$$MN = a = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ см. Тоді } a^2 = 18 \text{ см}^2 \text{ - це площа квадрата } MNKC.$$

$$\text{Відповідь: } S_{MNKC} = 18 \text{ см}^2.$$

2 спосіб. CN - медіана, ділить трикутник на два рівновеликих.

$$S_{ABC} = 6 \cdot 6 = 36 \text{ см}^2, S_{ANC} = 18 \text{ см}^2, AN = NC, NM \text{ - висота і медіана } \triangle ANC.$$

$$S_{MNC} = 9 \text{ см}^2, S_{MNKC} = 2S_{MNC} = 18 \text{ см}^2.$$

$$\text{Відповідь: } S_{MNKC} = 18 \text{ см}^2.$$

Задача 2. У рівнобічній трапеції більша діагональ рівна 44 см, бічна сторона 17 см, діагональ 39 см. Знайти площу трапеції.

Розв'язання.

1 спосіб. З $\triangle ACD$ за формулою Герона знайдемо $S(\triangle ACD)$, а потім висоту CK . З $\triangle ACK$ за теоремою Піфагора знайдемо відрізок AK , що дорівнює серединній лінії трапеції.

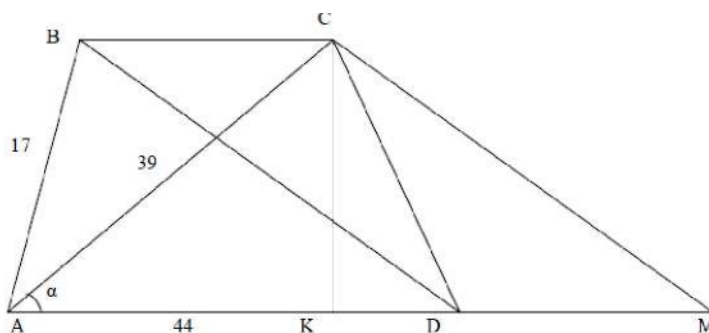
$$S(\triangle ACD) = \sqrt{50(50-44)(50-39)(50-17)} = 33$$

$$AK = \sqrt{39^2 - 15^2} = 36$$

$$S(\triangle ACD) = \sqrt{50(50-44)(50-39)(50-17)} = 33, AK = \sqrt{39^2 - 15^2} = 36,$$

$$S(ABCD) = 3 \cdot 15 = 540 \text{ (м}^2\text{)}.$$

$$\text{Відповідь: } S(ABCD) = 540 \text{ (м}^2\text{)}.$$



2 спосіб. Позначимо $AK=x$, тоді $KD=44-x$. З $\triangle ACK$ та $\triangle CKD$ за теоремою Піфагора маємо $AC^2 - AK^2 = CD^2 - KD^2$ або $39^2 - x^2 = 17^2 - (44 - x)^2$, де AK - дорівнює середній лінії трапеції. Висота CK обчислюється за теоремою Піфагора.

3 спосіб. Нехай $BC = x$. Виконаємо паралельне перенесення діагоналі BD на вектор BC . Тоді з $\triangle CMK$ маємо $CK^2 = CM^2 - KM^2$, а з $\triangle CKD$ маємо $CK^2 = CD^2 - KD^2$.

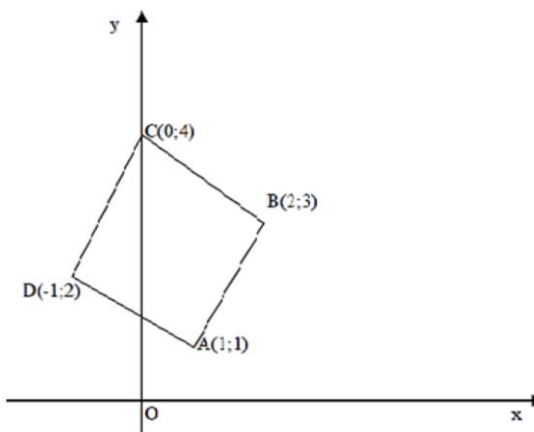
Отже, $CM^2 - MK^2 = CD^2 - KD^2$, тобто

$$39^2 - \left(\frac{44+x}{2}\right)^2 = 17^2 - \left(\frac{44-x}{2}\right)^2$$

Обчисливши BC , знайдемо CK .

Задача 3. Дано чотири точки: $A(1;1)$, $B(2;3)$, $C(0;4)$, $D(-1;2)$. Доведіть, що чотирикутник $ABCD$ - прямокутник.

Розв'язання.



1 спосіб. Побудувавши задані точки на координатній площині, одержимо вектори. Отже $ABCD$ - паралелограм, бо прямокутник, оскільки $|\overline{AB}| \perp |\overline{DC}|$, $|\overline{AB}| = |\overline{DC}|$ і точка A не співпадає з точкою D .

Обчислимо координати вектору \overline{AD} $(-2;1)$ знайдемо

$\overline{AB} \cdot \overline{AD} = -2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 = 0$, отже, $ABCD$ - прямокутник, оскільки $AB \perp AD$.

2 спосіб. Після того, як встановлено, що $ABCD$ - паралелограм, обчислимо довжини діагоналей:

$$AC = \sqrt{(0-1)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{10}, \quad BD = \sqrt{(2+1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{10}.$$

Отже, $ABCD$ - прямокутник.

3 спосіб. Обчисливши довжини діагоналей $AC=BD = \sqrt{10}$ і координати середини відрізків AC і BD

$$x_1 = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2}; \quad y_1 = \frac{4+1}{2} = 2,5; \quad x_2 = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}; \quad y_2 = \frac{2+3}{2} = 2,5;$$

Одержимо, що $ABCD$ - прямокутник.

Оскільки $|\overline{AB}| = |\overline{BC}| = |\overline{CD}| = |\overline{DA}| = \sqrt{5}$, то $ABCD$ - квадрат.

Розв'язання даних геометричних задач формує в учнів вміння аналізувати ту чи іншу задачу з різних боків, обрати найраціональніший спосіб розв'язання, визначати і приймати правильні рішення.

Розв'язання задач різними способами дає змогу активізувати пізнавальну діяльність учнів; розвивати гнучкість мислення та здатність прогнозувати; отримувати моральне задоволення учневі, який знайшов інший спосіб розв'язання задачі; систематизувати й узагальнити навчальний матеріал, установити міжпредметні зв'язки, що сприяє розвитку критичного мислення.

2.1.2. Задачі з недостатньою або надлишковою кількістю даних.

Важливим для розвитку критичного мислення є розв'язування задач з недостатньою або надлишковою кількістю даних. Це текстові задачі, що зводяться до складання рівнянь чи систем рівнянь, задачі на перетворення виразів, на визначення окремих елементів геометричних фігур, обчислення периметрів чи площ фігур тощо.

Задачі, умова чи вимога яких містить недостатню або надлишкову інформацію, будемо називати відкритими. Щоб розв'язати таку задачу учень має проаналізувати її та визначити, яка інформація є надлишковою, або якої не вистачає. Після цього починається творчий процес – учень самостійно складає задачу в контексті заданої та розв'язує її. Інтерес в учнів викликає така відкрита задача.

Ми пропонуємо учням відкриту задачу.

Задача. Із двох пунктів на річці, відстань між якими дорівнює 114 км, одночасно вийшли катер і човен. Власна швидкість катера і човна відповідно дорівнюють 45 км/год і 15 км/год. Через який час вони зустрінуться, якщо швидкість течії річки 3 км/год?

У цій задачі не визначено, як саме і у якому напрямі починають рух катер і човен. Для повного розв'язання бажано розглянути 8 випадків:

1) човен і катер рухаються назустріч один одному: а) човен – за течією, а катер – проти течії; б) катер – за течією, а човен – проти течії;

2) човен і катер рухаються в протилежних напрямках: а) човен – за течією, а катер – проти течії; б) катер – за течією, а човен – проти течії;

3) човен і катер рухаються в одному напрямі за течією: а) човен попереду катера; б) катер попереду човна;

4) човен і катер рухаються в одному напрямі проти течії: а) човен попереду катера; б) катер попереду човна.

Відповідь. У випадках 2, 3 (б) і 4 (б) – задача розв'язків не має. У випадку 1 човен і катер зустрінуться через 1,9 год. У випадках 3 (а) і 4 (а) човен і катер зустрінуться через 3,8 год.

Цю задачу можна пропонувати для розв'язування учням 7 класу під час вивчення теми «Лінійні рівняння та їх системи», або у 8 класі на повторення вивченого матеріалу та з метою перевірки набутих компетентностей.

У 8 класі пропонуємо для розв'язування зацікавленими учнями ще й такі відкриті задачі.

1. Скоротіть дріб: а) $\frac{m^2 - 2m}{m^3 - \boxed{?}}$ б) $\frac{8y - x^3y}{x^2y^2 + \boxed{?}}$

2. Доповніть вираз $2x^2 + x - 8$ так, щоб утворилося рівняння, яке мало б корені: а) 0 і -2 ; б) -2 і 2 ; в) $x_1 = x_2$.

3. Добова норма споживання солі не повинна перевищувати 5-6 г (чайна ложка). Цього цілком достатньо для збалансованого харчування. Скільки грамів оселедця можна вжити за один день, якщо вміст солі в ньому складає 10 %. Врахуйте, що інші готові продукти харчування також містять сіль.

Розвивати критичне мислення і творчість в учнів допомагає використання відкритих задач у процесі вивчення геометрії. З цією метою ми пропонуємо такі відкриті задачі.

1. Знайдіть площу трикутника, дві сторони якого дорівнюють 10 см і 12 см, а трикутник є

2. Знайдіть площу рівнобічної трапеції, у якої основи дорівнюють 12 см і 20 см, а діагоналі

3. Знайдіть периметр трикутника, якщо дві його сторони дорівнюють 12 см і 16 см і трикутник є

4. Знайдіть периметр чотирикутника, якщо його сторони пропорційні числам 3, 5, 6 і 10, а ...

Відкрита задача. Знайдіть сторони паралелограма, якщо його периметр дорівнює 30 см і

Розв'язання. Умову задачі можна доповнити, наприклад, так: 1) сторони пропорційні числам 2 і 3; 2) різниця суміжних сторін дорівнює 7 см; 3) бісектриса гострого кута ділить протилежну сторону паралелограма навпіл; 4) висота, проведена до більшої сторони, дорівнює 3 см і утворює з меншою стороною кут 60° ; 5) діагоналі утворюють зі сторонами рівні кути; 6) одна зі сторін менша від його периметра на 25 см, а друга – на 20 см.

2.1.3. Використання завдань на відшукування помилок. Використання завдань на відшукування помилок дає можливість організувати роботу таким

чином, щоб кожен учень мав змогу звернутися по допомогу до вчителя чи інших учнів, до речі, принциповим є те, щоб школярі усвідомлювали необхідність розв'язання кожної запропонованої задачі.

При вивченні теми «Числові послідовності» у 9 класі ми пропонуємо розв'язання наступних завдань:

Завдання 1. З'ясуйте, зростаючою чи спадною є послідовність, задана формулою n -го члена: $a_n = (n + 3)^2$.

Розв'язання з помилками	Правильне розв'язання
$a_n - a_{n+1} = (n + 3)^2 - (n + 4)^2 =$ $= (n + 3 - n + 4)(n + 3 + n + 4) =$ $= 7(2n + 7)$ <p>Оскільки $n \in N$, то одержаний вираз може набувати лише додатних значень.</p> <p>Отже, $a_n - a_{n+1} > 0$, це означає, що $a_n > a_{n+1}$ і послідовність є спадною.</p>	$a_n - a_{n+1} = (n + 3)^2 - (n + 4)^2 =$ $= (n + 3 - n - 4)(n + 3 + n + 4) =$ $= -(2n + 7)$ <p>Оскільки $n \in N$, то вираз в дужках може набувати лише додатних значень.</p> <p>Отже, $a_n - a_{n+1} < 0$, це означає, що $a_n < a_{n+1}$ і послідовність є зростаючою.</p>

Завдання 2. Знайдіть номери від'ємних членів арифметичної прогресії (a_n) , у якої $a_1 = 101, d = -7$.

Розв'язання з помилками	Правильне розв'язання
<p>Запишемо для даної прогресії формулу n-го члена: $a_n = 101 - 7(n - 1)$.</p> <p>За умовою $a_n < 0$. Щоб знайти номери від'ємних членів, розв'яжемо нерівність:</p> $101 - 7(n - 1) < 0,$ $101 - 7n + 7 < 0,$ $-7n < -108,$	<p>Запишемо для даної прогресії формулу n-го члена: $a_n = 101 - 7(n - 1)$.</p> <p>За умовою $a_n < 0$. Щоб знайти номери від'ємних членів, розв'яжемо нерівність:</p> $101 - 7(n - 1) < 0,$ $101 - 7n + 7 < 0,$ $-7n < -108,$

$n < \frac{-108}{-7},$ $n < 15\frac{3}{7}.$	$n > \frac{-108}{-7},$ $n > 15\frac{3}{7}.$
Отже, номери від'ємних членів: 1, 2, 3, ..., 13, 14, 15.	Отже, номери від'ємних членів: 16, 17, 18, 19 і т.д.

Завдання 3. Запишіть нескінченний періодичний дріб $5,(13)$ у вигляді звичайного дробу.

Розв'язання з помилками	Правильне розв'язання
$5,(13) = 5,1313\dots = 5 + \frac{13}{10} + \frac{13}{100} + \dots =$ $= 5 + \frac{1,3}{1-0,1} = 5 + \frac{1,3}{0,9} = 5\frac{13}{9} = \frac{58}{9}.$	$5,(13) = 5,1313\dots = 5 + \frac{13}{100} + \frac{13}{10000} + \dots =$ $= 5 + \frac{0,13}{1-0,01} = 5 + \frac{0,13}{0,99} = 5\frac{13}{99} = \frac{508}{99}.$

При вивченні теми «Нерівності» у 9 класі вважаємо за потрібне розв'язання наступних завдань:

Перевірте наведене розв'язання. При потребі виправте помилки.

Приклад 1. Розв'язати нерівність $x^2 - 4x + 4 > 0$.

Розв'язання. $x^2 - 2 \cdot 2x + 2^2 > 0$; $(x-2)^2 > 0$. Остання нерівність виконується для всіх значень x .

Відповідь: $(-\infty; +\infty)$.

Для $x=2$ $x-2=0$, тобто нерівність $(x-2) > 0$ не виконується.

Правильна відповідь: $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

Приклад 2. Розв'язати нерівність $x^2 + 10x + 25 \leq 0$.

Розв'язання. $(x+5)^2 \leq 0$ – ліва частина не може набувати від'ємних значень.

Отже, нерівність не має розв'язків.

Відповідь: розв'язків немає.

Для $x = -5$, $x + 5 = 0$,

Правильна відповідь: 5.

Приклад 3. Розв'язати нерівність $x^2 + 5x + 9 > 0$.

Розв'язання. $D = 25 - 36 = -7 < 0$, отже, розв'язків немає.

Відповідь: розв'язків немає.

Рівняння не має дійсних коренів, тобто нерівність справджується для всіх $x \in \mathbb{R}$. Правильна відповідь: $(-\infty; +\infty)$.

Приклад 4. Розв'язати нерівність $\frac{x+6}{x} > 0$.

Розв'язання. $\begin{cases} x+6 > 0, \\ x > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x > -6, \\ x > 0; \end{cases} \quad x > 0.$

Відповідь: $(0; +\infty)$.

Або $\begin{cases} x+6 < 0, \\ x < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x < -6, \\ x < 0; \end{cases} \quad x < -6$

Правильна відповідь: $(-\infty; -6) \cup (0; +\infty)$

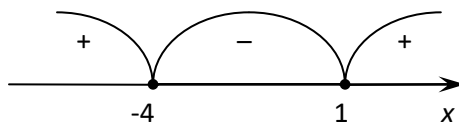
Приклад 5. Розв'язати нерівність $\frac{2x+3}{x-1} > 1$.

Розв'язання. $2x+3 > x-1$; $2x-x > -1-3$; $x > -4$.

Відповідь: $(-4; +\infty)$.

$\frac{2x+3}{x-1} > 1$; $\frac{2x+3}{x-1} - 1 > 0$; $\frac{2x+3-x+1}{x-1} > 0$; $\frac{x+4}{x-1} > 0$;

$(x+4)(x-1) > 0$;



Правильна відповідь: $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$

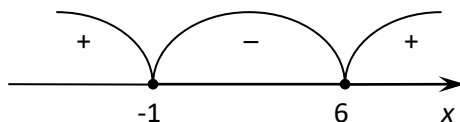
Приклад 6. Розв'язати нерівність $\frac{x^2-81}{4+x^2} > 0$.

Розв'язання. $x^2 - 81 > 0$; $x^2 > 81$; $\begin{cases} x > 9, \\ x < -9. \end{cases}$

Відповідь: $(-\infty; -9) \cup (9; +\infty)$.

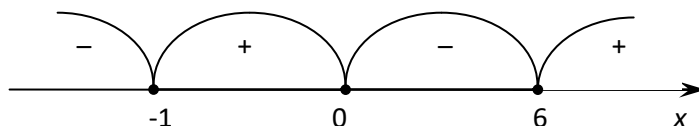
Приклад 7. Розв'язати нерівність $x(x-6)(x+1) \geq 0$.

Розв'язання.



Відповідь: $(-\infty; -1] \cup [6; +\infty)$.

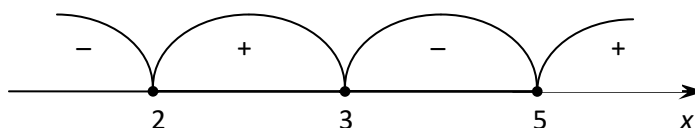
Не враховано корінь $x = 0$.



Правильна відповідь: $[-1; 0] \cup [6; +\infty)$

Приклад 8. Розв'язати нерівність $(5-x)(3-x)(2-x) \geq 0$.

Розв'язання.



Відповідь: $[2; 3] \cup [5; +\infty)$.

Потрібно перетворити нерівність, перед тим, як застосовувати метод інтервалів

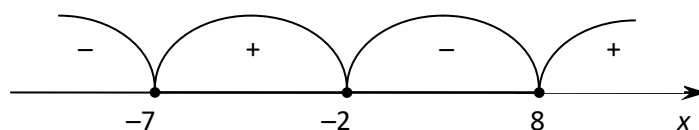
$$(5-x)(3-x)(2-x) \geq 0;$$

$$(x-5)(x-3)(x-2) \leq 0$$

Правильна відповідь: $(-\infty; 2] \cup [3; 5]$

Приклад 9. Розв'язати нерівність $\frac{(x-8)(x+7)}{x+2} \geq 0$.

Розв'язання.



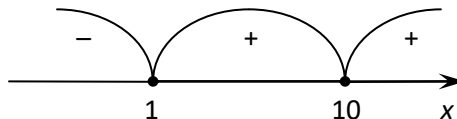
Відповідь: $[-7; -2] \cup [8; +\infty)$.

Потрібно врахувати ОДЗ знаменника $x + 2 \neq 0$.

Правильна відповідь: $[-7; -2) \cup [8; +\infty)$

Приклад 10. Розв'язати нерівність $(x-1)(x-10)^2 > 0$.

Розв'язання.



Відповідь: $(1; +\infty)$.

Потрібно врахувати, що нерівність строга

Правильна відповідь: $(1; 10) \cup (10; +\infty)$

2.1.4. Використання контрприкладів та софізмів. Ми вважаємо за потрібне для розвитку критичного мислення вчити учнів наводити контрприклади.

Контрприкладами називають приклади, які спростовують ті чи інші твердження. Відмінність між прикладами та контрприкладами полягає в тому, що приклади підтверджують загальні положення, а контрприклади ілюструють хибність певного твердження і вважаються класичним засобом заперечення гіпотез в математиці.

Якщо учень, формулюючи означення діаметра, говорить: «Це є фігура, що складається із двох радіусів», то виникає ризик, що і ламана, яка утворена двома радіусами теж може називатися діаметром. Або інше: «Медіана – це відрізок, що ділить сторону навпіл», тоді будь-який відрізок, який проходить через середину сторони трикутника є медіаною. Так, при вивченні теми «Бісектриса кута» можна запропонувати задачу, яка передбачає варіанти відповіді на поставлене запитання:

- «У мене на малюнку зображено кут і промінь», сказав учень. «А що відомо про цей промінь?» – запитав учитель. Учень дав відповідь, з якої

вчитель зробив висновок, що промінь не є бісектрисою кута. Яку відповідь міг дати учень?

При вивченні теми «Геометричні побудови» пропонуємо задачі, в яких ставиться завдання спростувати твердження:

- Прикладами хорд кола є радіуси і діаметри.
- Пряма, перпендикулярна до радіуса кола, дотикається до цього кола.
- Якщо два кути трикутника гострі, то він гострокутний

На нашу думку, цікавими є задачі такого змісту, де учень формулює наведені геометричні твердження. Якщо в них є, хибні твердження, то йому пропонуємо їх знайти, обґрунтувати свою думку та усунути.

- До однієї і тієї ж прямої не можна провести двох перпендикулярів.
- Зовнішній кут трикутника завжди дорівнює сумі двох внутрішніх кутів цього трикутника.
- Медіана трикутника завжди є його бісектрисою і висотою.
- Дві прямі називаються паралельними, якщо вони не перетинаються.
- Я побудував трикутник, який одночасно є прямокутним і тупокутним, оскільки в нього один кут гострий, другий тупий, а третій прямий.
- Медіана – це лінія, яка сполучає вершину трикутника із серединою його протилежної сторони.
- Хорда – це відрізок, який має з колом дві спільні точки.

Чи вірно буде, якщо деякі твердження перефразувати так:

- Якщо в чотирикутнику діагоналі не перпендикулярні, то цей чотирикутник не ромб.
- Якщо в паралелограмі діагоналі нерівні, то він не може бути прямокутником.
- Кожен квадрат є прямокутником.
- Існує ромб, який є прямокутником.
- Ніякий прямокутник не є ромбом.
- Існує квадрат, який не є ромбом.

Вважаємо таку діяльність важливою для формування готовності учнів до сприйняття софізмів.

Софізм – хибне висловлювання, яке за поверхневого розгляду здається правильним. Математичні софізми – це хибне математичне твердження з прихованою помилкою в математичних міркуваннях. Розв’язати софізм — означає знайти помилку в міркуваннях, за допомогою якої була створена зовнішня видимість правильності доведення.

Загалом математичні софізми будуються на некоректному слововживанні, на неточності формулювань, дуже часто на неправильному застосуванні теорем, на прихованому виконанні неможливих дій, на незаконних узагальненнях, особливо під час переходу від скінченної кількості об’єктів до нескінченної, на маскуванні помилкових міркувань.

Математичні софізми розвивають спостережливість і вдумливість, привчають ретельно стежити за точністю формулювань, правильністю записів і креслень, за законністю виконуваних операцій, що є основою критичного мислення, розвиток якого дозволить не тільки успішно освоїти точні науки, але й не стати жертвою шахраїв в житті. Наприклад, при оформленні кредиту в банку, не стати довічним його боржником чи підписанні договору купівлі-продажу майна не залишитися на вулиці. Пропонуємо декілька прикладів софізмів, які доречно розглянути з учнями.

Приклад 1. Від’ємне число більше додатного.

Розглянемо два додатних числа a і b . Порівняємо відношення $\frac{a}{-b}$ та $\frac{-a}{b}$.

Вони рівні, оскільки кожне з цих відношень дорівнює $-\frac{a}{b}$.

Можемо скласти пропорцію $\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b}$.

Але якщо в пропорції попередній член першого відношення більше наступного, то попередній член другого відношення також більший свого наступного. В нашому випадку $a > -b$, отже, повинно бути, $-a > b$, тобто від’ємне число більше за додатне.

Помилка: Дана властивість пропорції може виявитися хибною, якщо деякі члени пропорції від'ємні.

Приклад 2. $2 \times 2 = 5$.

Відомо, що $16 - 36 = 25 - 45$.

Додаємо до обох частин рівності $\frac{81}{4}$.

$$16 - 36 + \frac{81}{4} = 25 - 45 + \frac{81}{4};$$

$$4^2 - 2 \times 4 \times \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 5^2 - 2 \times 5 \times \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2;$$

$$\left(4 - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2;$$

$$\sqrt{\left(4 - \frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(5 - \frac{9}{2}\right)^2}$$

$$\left(4 - \frac{9}{2}\right) = \left(5 - \frac{9}{2}\right)$$

$$4 = 5;$$

$$2 \times 2 = 5.$$

Правильний розв'язок: $\sqrt{\left(4 - \frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(5 - \frac{9}{2}\right)^2} \Rightarrow \left|4 - \frac{9}{2}\right| = \left|5 - \frac{9}{2}\right|$

Приклад 3. Візьмемо правильну рівність 2 грн. = 200 коп. І піднесемо обидві її частини до квадрату. Отримаємо: 4 грн. = 40 000 коп.

В міркуваннях така помилка: до квадрату підносяться числа, а не величини. Тому підносити гроші до квадрату не має сенсу.

Виявлення та аналіз помилки, укладеної в софізм, сприяє розвитку критичного мислення.

2.2. Використання інтерактивних методів та прийомів для розвитку критичного мислення учнів

Інтерактивне навчання дозволяє розв'язати одразу кілька завдань: розвиває комунікативні вміння й навички, допомагає встановленню

емоційних контактів між учасниками процесу, забезпечує виховне завдання, оскільки змушує працювати в команді, прислухатися до думки кожного.

Для розвитку критичного мислення учнів ми пропонуємо наступну систему інтерактивних методів та прийомів для використання на уроках математики.

Як приклад створення проблемної ситуації на уроці геометрії в 11 класі на тему: «Площа бічної та повної поверхонь циліндра» пропонуємо розв'язати наступну задачу.

Задача. На вулицях міста встановили тумби циліндричної форми для розклеювання реклами. Чи поміститься реклама продукції деякої фірми на одній такій тумбі, якщо загальна площа її рекламних плакатів 5 м^2 , а висота та діаметр тумби відповідно дорівнюють 2 м і $0,8 \text{ м}$?

На уроці алгебри у 9 класі на тему: «Найпростіші перетворення графіків функцій» пропонуємо учням дати відповіді на наступні запитання:

- Який вигляд мають види графіки функцій

$$y = (x + 3)^2 - 5; \quad y = \sqrt{x - 3} + 1; \quad y = \frac{1}{x+1} - 4?$$

- Як побудувати графіки даних функцій?
- Чи існує зручний спосіб його побудови?

Під час вивчення теми «Пропорція. Основна властивість пропорції» (6 клас, математика) для розвитку критичного мислення ми вважаємо доречним застосування методу «Прогнозування за ілюстрацією».

Запитання. Одного разу вчені знайшли в Індії давній математичний рукопис, після розшифрування якого їх зацікавив такий запис:

10		3
40		12

Як ви вважаєте, що він означає?

Пропонуємо приклад складання кластера (рис. 2.2.1) до уроку в 6 класі на тему «Чотирикутник»:

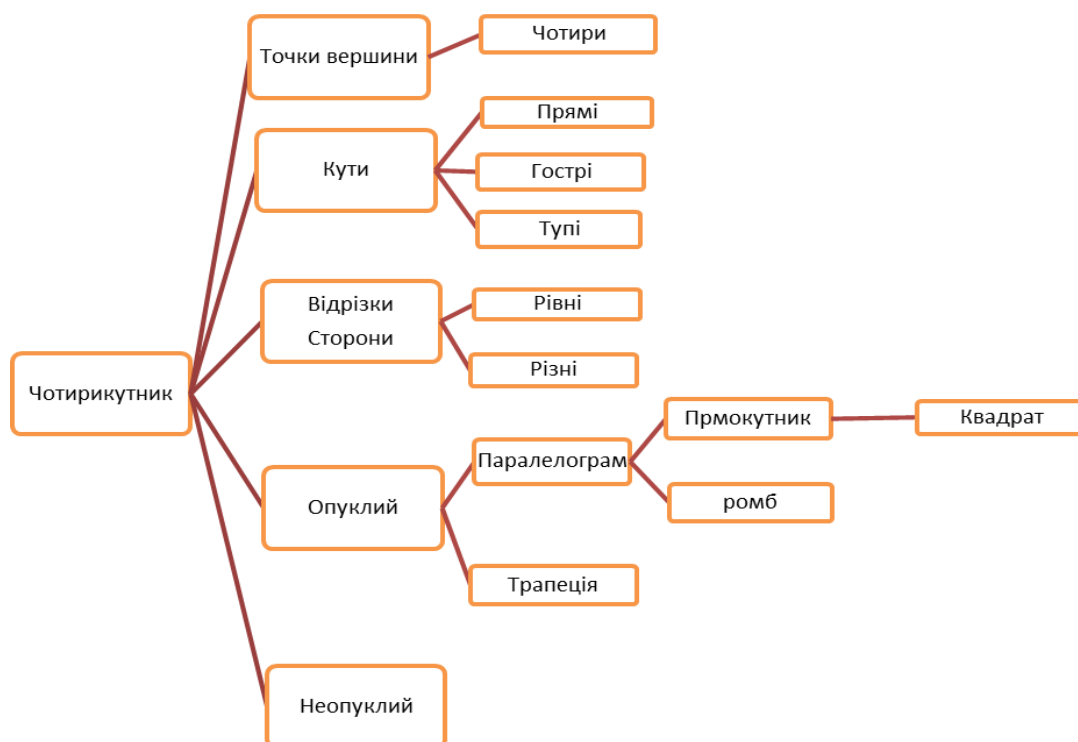


Рис. 2.2.1. Кластер «Чотирикутник»

Пропонуємо приклад використання методу «Знаю – Хочу дізнатись – Дізнався» на різних етапах уроку алгебри у 8 класі на тему: «Додавання та віднімання раціональних дробів з різними знаменниками»

Етап актуалізація	Етап осмислення	Етап рефлексія
Знаю	Хочу дізнатись	Дізнався
1) Правило додавання раціональних дробів з однаковими знаменниками $\frac{A}{B} + \frac{C}{B} = \frac{A+C}{B}$, де A, B, C – раціональні вирази 2) Основну властивість дробів $\frac{A}{B} = \frac{A \cdot C}{B \cdot C}$	1) Як додавати раціональні дроби з різними знаменниками 2) Як віднімати раціональні дроби з різними знаменниками 3) Як розв'язати рівняння, задачі, які містять дроби з різними знаменниками	1) Як знайти спільний знаменник раціональних дробів 2) Як знайти додатковий множник до дроби 3) Алгоритм додавання, віднімання дробів з різними знаменниками: щоб додати, віднімати дроби з різними знаменниками треба привести їх до спільного знаменника 4) Відпрацювати алгоритм при розв'язуванні вправ

Для розвитку критичного мислення на уроках математики вважаємо за доцільне використовувати прийом «Багаторівневе опитування» («Ромашка Блума») Цей інструмент розроблений за педагогічним принципом таксономії (від грец. – порядок і закон) американським психологом Б. Блумом.

Зображується квітка з пелюстками (рис. 2.2.2.), в середині записується тема. На кожній пелюстці – відповідне запитання:

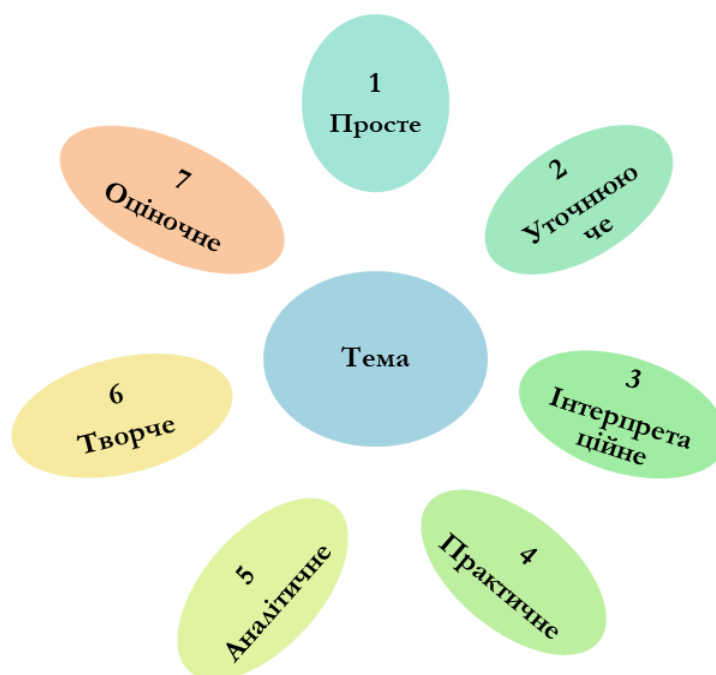


Рис. 2.2.2. Ромашка Блума

- 1 – прості/фактичні на відтворення інформації, фактів (Що...? Де...? Коли...?);
- 2 – уточнюючі передбачають переконструювання інформації та представлення її в новому вигляді (Ти вважаєш, що ...?);
- 3 – інтерпретаційні спрямовані на пошук причинно-наслідкових зв'язків між фактами, поняттями;
- 4 – практичні націлені на встановлення взаємозв'язку теорії з практикою;
- 5 – аналітичні передбачають розгляд обставин; обумовленість подій, мотиви певної дії, логіку дослідження;
- 6 – творчі сприяють прийняттю творчого неординарного рішення, прояву фантазії, прогнозу. (Що би було, якби...);

7 – оціночні запитання передбачають вироблення в учнів системи поглядів і переконань, ціннісних орієнтацій: добре чи погано, правильно чи неправильно.

Пропонуємо приклад методичного прийому «Правильні / неправильні твердження» до уроку «Розв’язування задач з теми «Чотирикутник. Паралелограм»» (8 клас, геометрія):

1. Існує чотирикутник, кути якого дорівнюють 100° , 80° , 135° , 55° ?
2. Чотирикутник $ABCD$, у якого $\angle A = \angle C$, є паралелограмом?
3. Діагоналі паралелограма з рівними сторонами є перпендикулярними.
4. Існує прямокутник, який не є паралелограмом?
5. Будь-який квадрат є ромбом?
6. Паралелограм $ABCD$, у якого діагональ AC ділить $\angle A$ навпіл є ромбом?
7. Одна з діагоналей ромба дорівнює його стороні?

Ефективним прийомом для розвитку критичного мислення учнів на уроках математики вважаємо складання сенканів.

Сенкан – короткий неримований вірш з 5 рядків, винайдений американською поетесою Аделаїдою Крепм під впливом японської поезії. Техніка цього вірша ідеально підходить для розвитку образного мислення, концентрації знань, переосмислення отриманої інформації.

1 рядок – 1 слово – головна тема (об’єкт) обговорень (іменник чи займенник).

2 рядок – 2 слова, що описують властивості (ознаки, характеристики) об’єкта (прикметники, дієприкметники).

3 рядок – 3 слова, що описують дії, характерні для об’єкта (дієслова, дієприкметники).

4 рядок – фраза з 4 слів, де автор висловлює особисте ставлення до теми.

5 рядок – слово-резюме, ключова характеристика або нова інтерпретація об’єкту.

Пропонуємо декілька прикладів сенканів.

Тема «Вектори на площині» (9 клас, геометрія)

Вектор

Співнапрямлені, протилежно напрямлені

Характеризується числовим значенням, напрямом

Вектори в нашому повсякденному житті

Напрямлений відрізок

Тема «Прямі у просторі» (10 клас, геометрія)

Прямі

Паралельні, перпендикулярні

Не перетинаються, співпадають, перетинаються

Не мають ні початку, ні кінця

Нескінченні

Тема «Координатна пряма» (математика, 6 клас)

Пряма

Нескінченна, числова.

Зображує, показує, розміщує.

Кожній точці координата вказує.

Координатна пряма

2.3. Розвиток критичного мислення при вивченні теми «Степенева функція»

2.3.1. Педагогічний експеримент і його результати. Під час проходження педагогічної практики був проведений педагогічний експеримент, який включав:

1) анкетування вчителів математики з метою виявлення фактичного рівня володіння ними методикою формування критичного мислення учнів загальноосвітніх шкіл на уроках;

2) проведення вхідного тестування з метою з'ясування рівня академічної успішності учнів з теми «Степенева функція».

Анкетування вчителів математики проводилося на базі міської предметної методичної комісії вчителів математики Управління освіти Костянтинівської міської ради Донецької області в 2019 році. Текст анкети представлений в Додатку А. Анкета включає сім питань.

При виборі визначення поняття критичного мислення 60% вчителів математики вказали що, критичним мисленням розуміють специфічну форму оціночної діяльності учнів, спрямовану на виявлення ступеня відповідності (або невідповідності) того чи іншого продукту прийнятим стандартам і стандартам.

При відповіді на друге питання про те, чому сучасний школяр повинен володіти навичками критичного мислення, 60% вчителів відзначили, що критичне мислення допомагає оптимізувати навчальний процес і поліпшити якість засвоєння матеріалу.

70% опитаних вчителів математики, при відповіді на третє питання, якими вміннями повинен володіти учень під час навчання в закладі загальної середньої освіти, щоб мислити критично, виділяють вміння ефективно здійснювати відбір корисної інформації, що міститься в самій задачі, процесі вирішення і його результати.

На четверте питання про те, які з прийомів розвитку критичного мислення Ви знаєте, 80% вчителів математики вибирають прийом «мозковий штурм».

При відповіді на п'яте питання про те, які з прийомів розвитку критичного мислення Ви використовуєте на уроці, в якому класі, 70% вчителів обрали прийом «мозковий штурм», який застосовують в основному в 5-6 класах. Так само 50% опитаних вчителів математики виділяють прийом «інсерт» і використовують його в 10 - 11 класах.

На шосте питання про те, з якої причини ви не використовуєте інші прийоми розвитку критичного мислення, 60% вчителів вважають їх неефективними при навчанні математики учнів.

Всі опитані вчителі математики, при відповіді на сьомий питання, вказали всі форми реалізації технології розвитку критичного мислення учнів на уроках, такі як: дискусія, 8-9 класи; лекція, 10-11 класи; семінар, 10-11 класи; конференція, 10-11 класи; дослідження, 5-6 і 9-11 класи, метод проектів (9-11 класи).

Тестування з теми «Степенева функція» (Додаток Б) проводилося серед 10-А та 10-Б класів Костянтинівської загальноосвітньої школи І-ІІІ ступенів №15 Костянтинівської міської ради Донецької області в 2019 році

В експерименті взяло участь 20 учнів 10-А класу та 20 учнів 10-Б класу. Результати вхідного тестування, яке було проведено перед вивченням теми, представлені в таблиці 2.3.1.1.

Таблиця 2.3.1.1

Результати вхідного тестування

Категорія респондентів	Середній рівень		Достатній рівень		Високий рівень	
	кількість, учнів	%	кількість, учнів	%	кількість, учнів	%
10-А клас	8	40,00%	10	50,00%	2	10,00%
10-Б клас	8	40,00%	11	55,00%	1	5,00%

Вхідний контроль показав, що більшість учнів впоралися з підібраними завданнями.

Таким чином, в результаті анкетування вчителів математики встановлено, що вчителі розуміють, що критичне мислення допомагає оптимізувати навчальний процес і поліпшити якість засвоєння матеріалу учнями; 70% з них використовують в основному в 5-6 класах прийом мозкового штурму; 50% вчителів в 10-11 класах виділяють прийом «інсерт», інші прийоми формування критичного мислення вони вважають

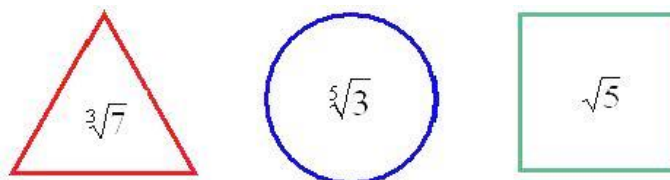
менш ефективними при навчанні учнів математики. Технологія розвитку критичного мислення ще недостатньо поширена і мало використовується в практичній діяльності вчителів.

В 10-А класі під час вивчення теми «Степенева функція» використовувалась запропонована система інтерактивних методів та прийомів для розвитку критичного мислення, а у 10-Б класі уроки з цієї теми проводились за стандартною методикою.

2.3.2. Інтерактивні методи та прийоми розвитку критичного мислення при вивченні теми «Степенева функція». Метод «Розминка».

На початку уроку використовуються інтелектуальні розминки: усний рахунок; розв'язування кодованих завдань; побіжне опитування визначень, понять, термінів; розв'язування цікавих завдань і т. д.

Наприклад, учні 10 секунд дивляться на екран, запам'ятовують все, що зображено на слайді.



Потім відповідають на питання:

1. Перерахувати всі корені, які ви бачили.
2. У якій геометричній фігурі розміщений $\sqrt[3]{3}$?
3. Якого кольору коло?
4. Квадратний корінь з якого числа знаходиться у квадраті?
5. Якого кольору квадрат?

Розминку можна використовувати не тільки на початку уроку, а й для відпочинку, зміни виду діяльності протягом заняття.

Наприклад, учням пропонується розгадати кросворд до теми «Степенева функція».

1. Змінна величина, значення якої залежить від значення іншої величини.
2. Графіком квадратичної функції є...
3. Як називається друга координата точки?
4. Один із способів задання функції.
5. Графіком функції оберненої пропорційності є...
6. Як називається одна із функцій?

					А	Р	Г	У	М	Е	Н	Т			
					П	А	Р	А	Б	О	Л	А			
О	Р	Д	И	Н	А	Т	А								
					Ф	О	Р	М	У	Л	А				
					Г	І	П	Е	Р	Б	О	Л	А		
					К	В	А	Д	Р	А	Т	И	Ч	Н	А

По вертикалі зашифроване слово «Графік» – крива, що зображує залежність функції від незалежної змінної.

Дуже важливо провести інтелектуальну розминку у хорошому темпі з позитивним настроєм. Заданий темп можна зберегти протягом усього уроку, а позитивний настрій вплине на формування робочої, психологічно комфортної атмосфери уроку.

Дуже цікавим та ефективним є метод «Мозковий штурм». Він спонукає до вільного й відкритого мислення. Доцільно використовувати його на етапах актуалізації і рефлексії.

При проведенні «Мозкового штурму» слід дотримуватись таких правил:

1. Записати на дошці чи аркуші в центрі ключове слово, обвести його колом чи прямокутником.
2. Записати всі слова (фрази), які спадають на думку.

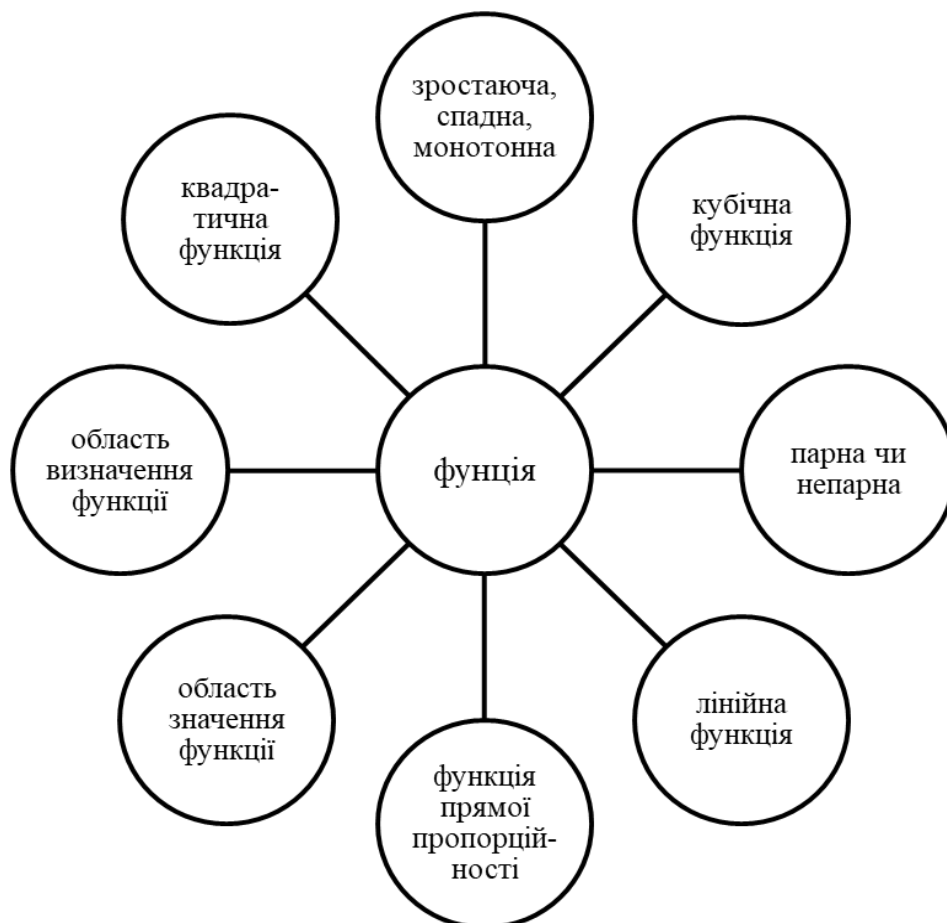
3. Після того як заповнені всі можливі напрямки, вказати аспекти проблеми, що потребують додаткової інформації.

4. Поставити знаки питання біля напрямків, в яких є невпевненість.

5. Записати всі ідеї, які є, або скільки дозволяє час. (Схема 2.3.2.1.)

Схема 2.3.2.1.

Приклад «Мозкового штурму» до теми «Степенева функція»



1. Що називається функцією?
2. Назвіть способи задання функції?
3. Що таке область визначення функції? Як позначається?
4. Що таке область значення функції? Як позначається?
5. Якими властивостями володіють функції
6. Яку функцію називають парною? Непарною?
7. Яку функцію називають зростаючою? Спадною? Монотонною?
8. Назвіть формули основних функцій:

- лінійна функція $y = kx + b$
- функція прямої пропорційності $y = kx$
- функція оберненої пропорційності $y = \frac{k}{x}$
- квадратична функція $y = ax^2 + bx + c$
- кубічна функція $y = kx^3$

Метод «Займи позицію» використовують на різних етапах уроку. Найчастіше – це вибір раціонального способу розв’язування завдання або вирішення проблемної ситуації.

Цей метод допомагає у виборі позиції щодо спірних проблем, а також ознайомленні з аргументами тих, хто обирає іншу позицію.

Знайти вагомі аргументи і сформулювати свою думку щодо спірного питання; розібратися у своїх ідеях, а також сформулювати їх у вигляді чіткої та логічної структури допомагає стратегія – метод «Прес». Цей метод може бути використана на будь-якому етапі уроку.

Наприклад, пошук відповіді на питання за методом «Прес»:

«Чи є степеневою функція, задана рівністю $y = x$? А $y = -x^2$?» [2].

Дуже цікавий метод «Рюкзак», він дає можливість залучити кожного учня класу до підбиття підсумків уроку. Полягає в тому, що кожен з учнів коротко записує на папері відповідь на запитання: які з тих знань, умінь, способів дій, що набули на уроці, вони візьмуть з собою для використання на інших уроках, у житті, для виконання домашнього завдання, тематичного оцінювання тощо. Папірці з відповідями складають у рюкзак (справжній чи уявний). Вибірково знайомляться з відповідями.

Особливості методу: дає можливість залучити до роботи всіх учнів; дає можливість виділити головне, визначити важливість уроку; вносить в урок елемент гри, сприяє розвитку пізнавальних інтересів, позитивних емоцій; надає вчителю інформацію про кожного учня, про методи роботи, що були важливими для учнів, сподобались їм; створює основу для проведення мотивації на наступних уроках.

Метод «Сюрприз» дає можливість швидко й цікаво підбити підсумок уроку. Полягає в тому, що до початку уроку вчитель або хтось із учнів готує картки, які в стислій формі ілюструють матеріал уроку й потребують коментарів. Це може бути: розпізнавання формул, заповнення пропусків у формулах чи правилах, вибір методів для розв'язування рівнянь, нерівностей тощо. Картки поміщають в яскраву «чарівну скриньку». Підбиваючи підсумки, учитель (учень) витягає картки, пропонує учням навести потрібний коментар. Для карток можна використати наступні завдання:

1. Обчислити $\sqrt[3]{-125}$			
А) не існує	Б) 5	В) -5	Г) 1
2. Значення виразу $\sqrt{11\frac{1}{9}}$ дорівнює			
А) $3\frac{1}{3}$	Б) $\frac{3}{10}$	В) $\frac{10}{3}$	Г) $11\frac{1}{3}$
3. Яке з чисел найбільше			
А) $4\sqrt{3}$	Б) $4\sqrt{2}$	В) $3\sqrt{3}$	Г) $\sqrt{45}$
4. Скільки коренів має рівняння $x^2 = a$			
А) один	Б) два	В) безліч	Г) жодного
5. Чи має корені рівняння $\sqrt[6]{x-2} = -7$			
А) так	Б) ні	В) визначити неможливо	
6. Корінь n -го степеню завжди існує, якщо показник степеню			
А) парний	Б) непарний	В) дробовий	Г) від'ємний
7. Значення виразу $2\sqrt{25} - 4$ дорівнює			
А) 5	Б) 2	В) 4	Г) 6
8. Розв'язкою рівняння $\sqrt[3]{3x-2} = -2$ є число			
А) $\frac{10}{3}$	Б) не має розв'язків	В) -2	Г) 0
9. Чому дорівнює вираз a^0			

А) не існує	Б) a	В) 0	Г) 1
-------------	--------	------	------

Метод «РОФТ» – письмова діяльність учнів при якій замість штучно складеного письмового завдання учням пропонується природна ситуація – завдання, в якому учні мають на увазі конкретну мету написання, іншу, ніж коли вони пишуть для вчителя чи класу та отримувача. (Таблиця 2.3.2.1.)

Таблиця 2.3.2.1.

Метод «РОФТ» при вивченні степеневі функції

Роль (хто пише?)	Отримувач (хто отримує?)	Формат (у якій формі?)	Тема (про що це?)
Степенева функція	Лінійна функція	Електронне повідомлення	Мій графік більш привабливий, ніж твій

Метод «Сенкан». Тема. «Степенева функція, її властивості та графік».

- Функція.
- Парна, непарна.
- Зростає, спадає, перетинає.
- Залежність змінної y від змінної x .
- Степенева функція.

Діаграма Венна – метод графічного подання інформації, що виявляється при обговоренні двох ідей або текстів, між якими існують загальні та відмінні риси.

Інформацію подано у вигляді двох або кількох кіл, які накладають одне на одне пропорційне до збігу або відмінностей, виявлених у процесі обговорення.

На прикладі діаграми Венна показано співвідношення між деякими видами функцій (Рис. 2.3.2.1). Цифрами 1, 2 і 3 позначено:

1 – функція, яка водночас є лінійною і степеневою, – тільки одна: $y = x$.

2 – функція, яка водночас є квадратичною і степеневою, – тільки одна:
 $y = x^2$.

3 – функція, яка водночас є і степеневою, і оберненою пропорційністю, також одна: $y = x^{-1}$.

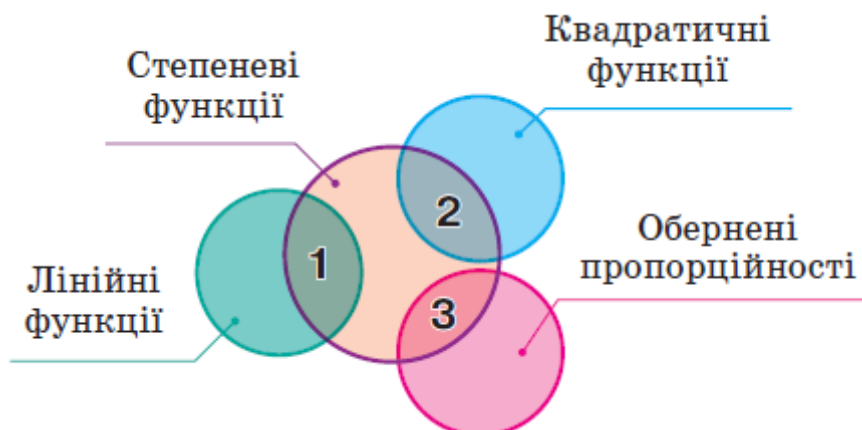


Рис. 2.3.2.1. Співвідношення між деякими видами функцій

Метод «Джигсоу». Учні класу об'єднуються у постійні групи. Кожен учень має завдання з певним номером. Кожне завдання виконується певною експертною групою, яка формується за однаковими номерами чи кольоровими картками. Робота експертних груп. Учні вивчають свою частину, готуються донести її зміст до своїх товаришів у постійній групі. Повернення експертів до постійної групи і взаємонавчання. Перевірка засвоєння змісту і цілому всіма учнями. Наприклад, при вивченні властивостей і графіків степеневої функції, учням в постійних групах роздається завдання заповнити таблицю для функції $y = x^\alpha$ при різних значеннях α . (Таблиця 2.3.2.2.)

Таблиця 2.3.2.2.

Функція $y = x^\alpha$ при різних значеннях α

№	α	Графік	$D(y)$	$E(y)$	Парність (непарність)	Монотонність

Завдання 1: $\alpha = 2k, k \in N$

Завдання 2: $\alpha = 2k+1, k \in N$

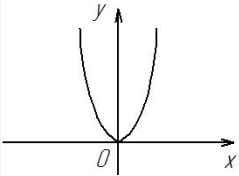
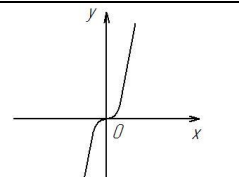
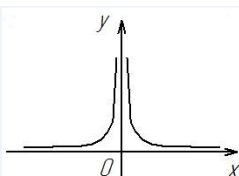
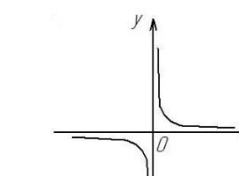
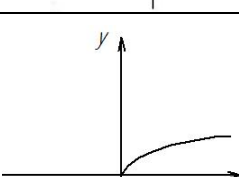
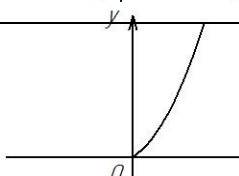
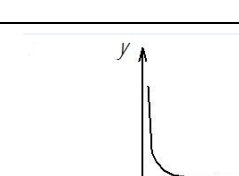
Завдання 3: $\alpha = -(2k), k \in N$

Завдання 4: $\alpha = -(2k-1), k \in N$

Завдання 5: $0 < \alpha < 1$ Завдання 6: $\alpha > 1$, α – нецілеЗавдання 7: $\alpha < 0$, α – неціле

Таблиця 2.3.2.3.

Функція $y = x^\alpha$

№	α	Графік	$D(y)$	$E(y)$	Парність (непарність)	Монотонність
1	$\alpha = 2k,$ $k \in \mathbb{N}$		\mathbb{R}	$[0; +\infty)$	парна	спадає при $x \in (-\infty; 0]$, зростає при $x \in [0; +\infty)$
2	$\alpha = 2k+1,$ $k \in \mathbb{N}$		\mathbb{R}	\mathbb{R}	непарна	зростає
3	$\alpha = -(2k),$ $k \in \mathbb{N}$		$x \neq 0$	$(0; +\infty)$	парна	зростає при $x \in (-\infty; 0),$ спадає при $x \in (0; +\infty)$
4	$\alpha = -(2k-1),$ $k \in \mathbb{N}$		$x \neq 0$	$y \neq 0$	непарна	спадає при $x \in (-\infty; 0),$ $x \in (0; +\infty)$
5	$0 < \alpha < 1$		$[0; +\infty)$	$[0; +\infty)$	ні парна, ні непарна	зростає
6	$\alpha > 1,$ α - неціле		$[0; +\infty)$	$[0; +\infty)$	ні парна, ні непарна	зростає
7	$\alpha < 0,$ α - неціле		$(0; +\infty)$	$(0; +\infty)$	ні парна, ні непарна	спадає

В результаті кожна група має таблицю (Таблиця 2.3.2.3.), яку вклеює в зошити для подальшого користування.

Цей метод може використовуватися як при вивчення теоретичного матеріалу, так і при розгляді прикладів розв'язування вправ чи задач підручника.

Метод «Самооцінка».

Написавши тест за темою «Степенева функція» (Додаток Б), учні здійснюють самоперевірку і самооцінювання за попередньо оговореною системою балів. Оцінку виставляють у зошиті олівцем. Аналогічну роботу доцільно проводити під час перевірки домашнього завдання, самостійної роботи. Можливо використовувати накопичувальну систему балів за різні види роботи на уроці, але в окремих випадках ефективним є середнє арифметичне для підрахунків балів. Результати самооцінки зручно фіксувати у індивідуальних картках («Картки успіху»), які переглядаються й аналізуються вчителем. Учитель і виставляє остаточні оцінки у журнал. Якщо таку роботу проводити систематично, то самооцінка учня і оцінка вчителя будуть збігатися. Така форма роботи дає можливість оцінити роботу кожного учня на уроці.

Що ж варто порадити вчителю, що запроваджує у своїй роботі технологію формування та розвитку критичного мислення?

1. Використання різноманітних форм та методів організації роботи учнів, що дозволяє розкрити зміст їх досвіду відносно запропонованої теми.
2. Створення атмосфери зацікавленості кожного учня в роботі.
3. Стимулювання учнів до пошуку різноманітних способів виконання завдання на уроці.
4. Застосування завдань, які дозволяють учню самому обирати тип, вид і форму предметного матеріалу (словесну, графічну, умовно-символічну).
5. Створення педагогічних ситуацій спілкування, які дозволяють учню, незалежно від його готовності до уроку, проявляти ініціативу, самостійність, активність у доборі способів роботи.

6. Обговорення з учнями наприкінці уроку не тільки того, «що ми взнали на уроці», але й того, що сподобалось (не сподобалось) і чому; що хотілося б виконати ще раз, а що зробити інакше.
7. При виставленні оцінок аналізувати не лише правильність відповіді, але й її самостійність, оригінальність, прагнення учня шукати й знаходити різноманітні способи виконання завдання.
8. При визначенні домашнього завдання необхідно враховувати не тільки його зміст та об'єм, але й розробляти детальні рекомендації з раціональної та ефективної організації самостійної роботи.

Ми вважаємо, що активні форми роботи можуть бути використані на різних етапах засвоєння знань. Цілеспрямоване і систематичне їх застосування в навчальному процесі дає можливість створення продуктивного освітнього середовища, що сприяє розвитку критичного мислення учнів, стимулює їх до самостійного набуття нових знань, надає можливість постійної самоосвіти, саморозвитку та самореалізації особистості.

2.3.3. Аналіз результатів педагогічного експерименту. Наприкінці вивчення теми «Степенева функція» учням 10-А класу Костянтинівської загальноосвітньої школи I-III ступенів №15 Костянтинівської міської ради Донецької області було запропоновано створити проект на тему «Степенева функція». Також було проведено позакласний захід «Математичні софізми та парадокси» (Додаток В).

Після завершення вивчення теми був проведений вихідний контроль. Результати представлені в таблиці 2.3.3.1.

Таблиця 2.3.3.1

Результати вихідного контролю

Категорія респондентів	Низький рівень		Середній рівень		Високий рівень	
	кількість, учнів	%	кількість, учнів	%	кількість, учнів	%
10-А клас	4	20,00%	13	65,00%	3	15,00%
10-Б клас	7	35,00%	12	60,00%	1	5,00%

Динаміка зміни сформованості рівня знань з теми «Степенева функція» в 10-А класі представлена на рисунку 2.3.3.1.

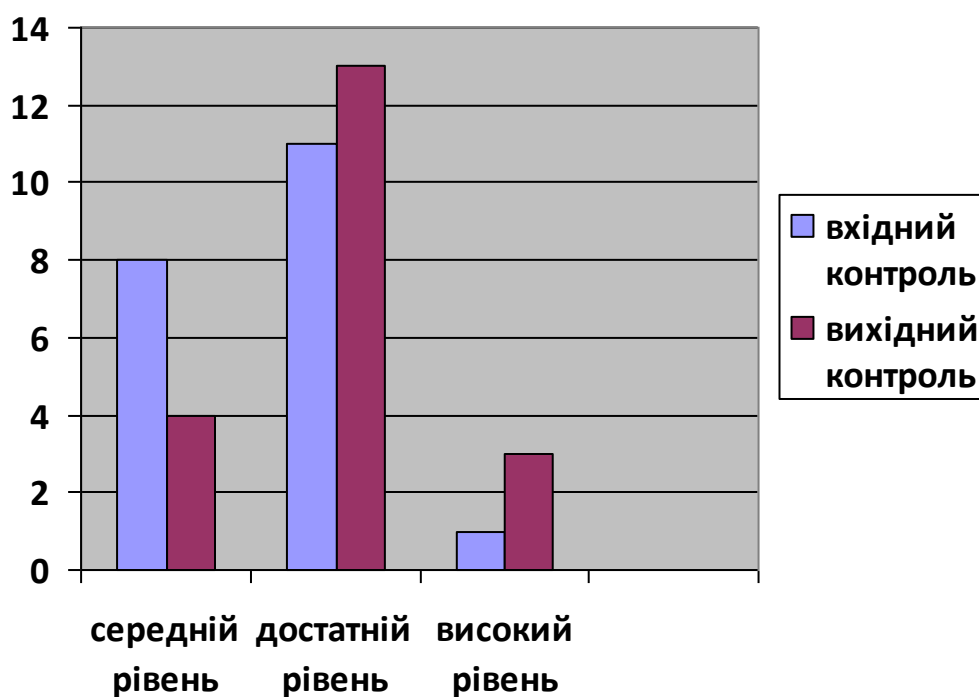


Рис. 2.3.3.1. Порівняння рівня знань з теми «Степенева функція» в 10-А класі

Динаміка зміни сформованості рівня знань з теми «Степенева функція» в 10-Б класі представлена на рисунку 2.3.3.2.

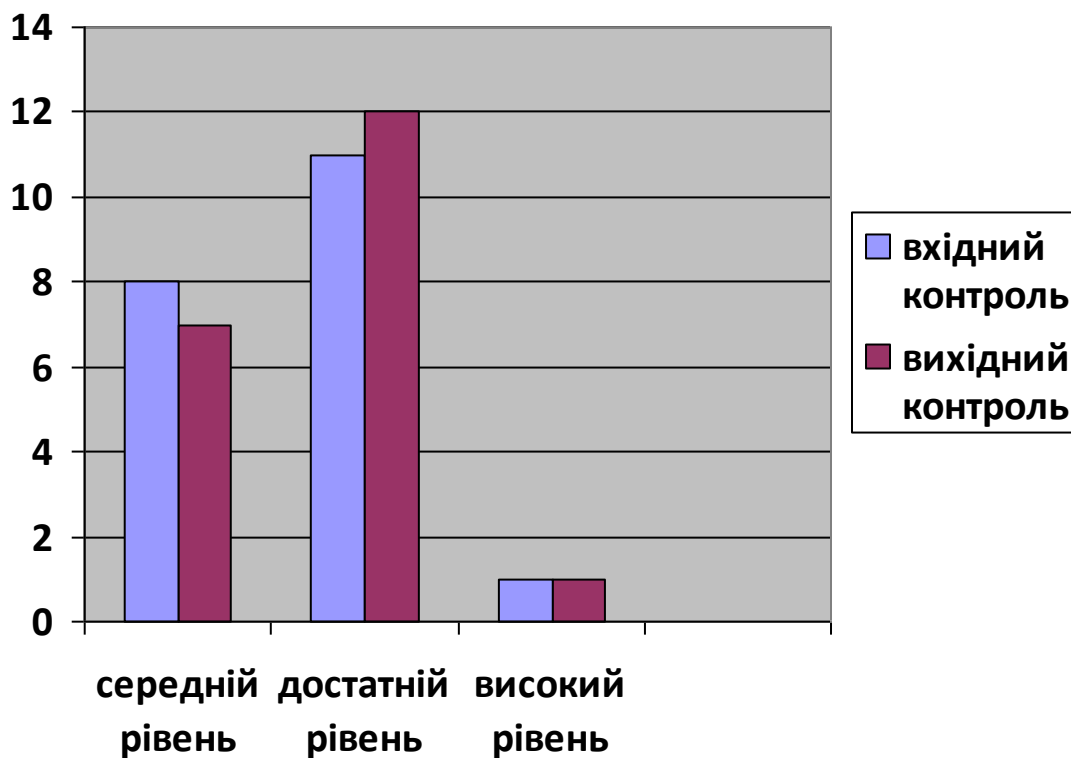


Рис. 2.3.3.2. Порівняння рівня знань з теми
«Степенева функція» в 10-Б класі

Динаміка змін рівня знань в 10-А класі більше ніж у та 10-Б.

На основі проведеного експерименту можемо зробити висновок, що в класах, в яких вчитель приділяє увагу розвитку критичного мислення і на уроках, і в позаурочний час, у учнів відмічається покращення академічної успішності з математики.

ВИСНОВКИ

Технологія формування і розвитку критичного мислення стимулює загальну активність учнів, сприяє створенню плідного освітнього середовища, й утвердження системного характеру навчання та самонавчання. За своєю сутністю ця технологія має інноваційний характер: вимагає від учнів застосовувати нові знання, спираючись на засвоєний раніше матеріал; виробляє вміння діяти і приймати рішення самостійно чи в складі команди та розв'язувати конфлікти; шукати, компонувати і застосовувати нову інформацію з різноманітних джерел, використовуючи сучасні технології для виконання конкретних завдань; розвиває критичне мислення і прагнення до творчості та саморозвитку; формує бажання і здатність самостійно вчитися.

Головними ознаками критичного мислення учнів під час розв'язання задач вважаємо такі вміння:

- робити логічні висновки;
- приймати обґрунтовані рішення;
- давати оцінку отриманій інформації й розумовому процесу;
- бути спрямованим на результат.

Застосування технології розвитку критичного мислення у шкільному курсі математики, створює додаткову мотивацію до навчання. Учні добре засвоюють матеріал, тому що це їм цікаво.

Системне запровадження цієї технології в школі сприяє тому, що усі учні поступово опановують її не тільки як навчальну технологію, вміння самостійно вчитися, критично мислити, але і використовувати свої знання у повсякденному житті.

Обираючи методи формування критичного мислення учнів, слід враховувати особливості класу (рівень підготовки учнів), особисті якості вчителя. Кожен учитель має власні універсальні методи та форми роботи.

Водночас новітні освітні технології не відмінюють класичних методів навчання. Ці методи пройшли апробацію багатовіковою історією розвитку педагогічної науки, вони довели свою вагомість та ефективність.

Та все ж навчання за методикою розвитку критичного мислення має значні переваги для розвитку особистості учня:

- навчання загальним прийомам розумової діяльності: пошук закономірностей мислення за аналогіями, пошук ієрархічної залежності між об'єктами та поняттями, порівняння, знаходження загального та відокремлення частки, побудова логічних висновків та розвиток критичного мислення;

- реалізація міжпредметного зв'язку базується на інтеграції знань з математики, економіки та інформатики, що призводить до глибинного розуміння загальних причинно-наслідкових зв'язків понять;

- застосування прогресивного методу навчання – навчання в групах (педагогіка співробітництва).

Отже, технологія розвитку критичного мислення – універсальна, міжпредметна, дозволяє здобути такі освітні результати, як уміння працювати в різних галузях знань, уміння висловлювати свою думку усно чи письмово, уміння формувати особисту точку зору на підставі різноманітних ідей та уявлень, вміння працювати в групі. Але сама технологія не вичерпує арсеналу можливостей формування компетентностей, до того ж без методів навчання математики навряд чи можна опанувати теоретичним матеріалом, сформуванню вміння розв'язування вправ і задач.

Розв'язання різних типів математичних задач найбільш сприятиме розвитку критичного мислення учнів, сформує в них відповідальне, осмислене ставлення до навчання. Оволодівши знаннями та навичками критичного мислення, учні завжди зможуть зрозуміло висловлювати свої думки, виключаючи розпливчастість у будь-якій розмові, неоднозначність у складанні ділових паперів, безсистемність в обробці інформації. Вони швидко зможуть знайти раціональне зерно навіть у чужій суперечливій мові,

знайдуть найкоротший і правильний шлях виправлення помилок, будуть здатні розв'язувати буд-які складні проблеми.

В дипломній роботі опрацьований і систематизований теоретичний матеріал по визначеній темі, доведена актуальність та інноваційна значущість роботи, розміщений матеріал по плануванню уроків для розвитку критичного мислення.

Було проведено емпіричне дослідження, спрямоване на визначення впливу розвитку критичного мислення на академічну успішність учнів з математики та володіння вчителями математики методикою формування критичного мислення.

Гіпотеза, що систематичне проведення уроків та позакласних заходів зі застосуванням методів та прийомів розвитку критичного мислення сприяє покращенню академічної успішності учнів з математики знайшла своє підтвердження.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бевз Г. П. Алгебра і початки аналізу. Профільний рівень: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова. – К.: Видавничий дім «Освіта», 2018. – 336 с.
2. Бевз Г. П. Математика: Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. – К.: Видавничий дім «Освіта», 2018. – 288 с.
3. Бондарук І. П. Формування критичного мислення дев'ятикласників у процесі навчання історії. – К.: А.С.К., 2012. – 276 с.
4. Буковська О. Розвиток креативного мислення учнів на уроках математики / О. Буковська // Математика в рідній школі. – 2018. – №9. – С. 9-17.
5. Бурда М. І. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 10 класу закладів загальної середньої освіти / М. І. Бурда, Т. В. Колесник, Ю. І. Мальований, Н. А. Тарасенкова. - К.: УОВЦ «Оріон», 2018. - 288 с.
6. Воєвода А. Л. Зацікавити математикою: методичні матеріали для підвищення інтересу до математики) / А. Л. Воєвода. // Вінниця: ФОП Легкун В. М., 2012. – 176 с.
7. Загальна психологія: підручник / за заг. ред. С. Д. Максименка. – Вінниця: Нова Книга, 2004. – 704 с.
8. Істер О.С. Математика: Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту: підруч. для 10 кл. закл. заг. серед. освіти / О.С. Істер. – Київ: Генеза, 2018. – 384 с.
9. Козира В. М. Технологія розвитку критичного мислення у навчальному процесі: навчально-методичний посібник для вчителів. / В. М. Козира. – Тернопіль: ТОКІППО, 2017. – 60 с.
10. Макаренко В. М. Як опанувати технологію формування критичного мислення / В.М. Макаренко, О.О Туманцова. – Х.: Вид. група «Основа», 2008. – 246 с.

11. Маркова І. С. Інтерактивні технології на уроках математики - Х.: Вид. група «Основа», 2007. – 128 с.
12. Маркова І. С., Біловол Г. О. Урок математики в сучасних технологіях: теорія і практика. Розвиток критичного мислення. - Х.: Вид. група «Основа», 2007. - 134 с.
13. Мерзляк А. Г. Алгебра і початки аналізу: проф. рівень: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. - Х.: Гімназія, 2018. - 400 с.
14. Мерзляк А. Г. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. - Х. : Гімназія, 2018. - 256 с.
15. Навчальні програми для 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів // Математика. – Режим доступу: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>.
16. Настільна книга педагога. Посібник для тих, хто хоче бути вчителем-майстром / Упорядники: Андрєєва В. М., Григораш В. В. – Х.: Вид-во «Основа», 2006.- 352 с.
17. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень): підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти / Є. П. Нелін. - Харків : Вид-во «Ранок», 2018. – 272 с.
18. Нісімчук А. С., Падалка О. С., Шпак О. Т. Сучасні педагогічні технології: Навчальний посібник. – К.: Видавничий центр «Просвіта», 2000. – 368 с.
19. Освітні технології: Навчально-методичний посібник / О.М. Пехота, А.З. Кіктенко, О. М. Любарська та ін. – К.: А.С.К., 2001. – 256 с.
20. Пехота О. М., Кіктенко А. З. Освітні технології. - К.: А.С.К., 2004.
21. Пометун О., Пироженко Л. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання. – К.: А.С.К., 2005.

22. Професіоналізм педагога в умовах освітніх інновацій: матеріали III Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції, м. Слов'янськ, 26-27 вересня 2019 року / відповід. ред. О. Хващевська. Слов'янськ: Мінідрукарня «Папірус», 2019. 340 с.
23. Терно С. Методика розвитку критичного мислення: досвід експериментального дослідження / С. Терно // Історія в школах України. – 2007. – № 9-10. – С. 3-11.
24. Терно С. Критичне мислення – сучасний вимір суспільствознавчої освіти / С. О. Терно. – Запоріжжя: Просвіта, 2009. – 268 с.
25. Технології розвитку критичного мислення учнів / Кроуфорд А., Саул В., Метьюз С., Макінстер Д.; наук. ред., передм. О.І. Пометун. – К.: Пляда, 2006. – 220 с.
26. Тягло О. В. Критичне мислення : навчальний посібник / О. В. Тягло. – Х. : Вид. група «Основа», 2008. – 189 с.
27. Харченко Н. Розвиток критичного мислення. Інноваційні форми роботи для дітей і дорослих / Н. Харченко; Київ : «Видавнича група «Шкільний світ», 2018. - 120 с.
28. Чарльз Темпл, Джінні Стіл, Курт Мередіт Методична система «Розвиток критичного мислення у навчанні різних предметів» (Підготовлено для розвитку критичного мислення) / Посібник I-IV, Науково-методичний Центр розвитку критичного та образного мислення: «Інтелект», 1998. – 32 с.
29. Енциклопедія педагогічних технологій та інновацій/ Автор-укладач Н. П. Наволокова. – Х. : Вид. група «Основа», 2011. – 176 с. – (Серія «Золота педагогічна скарбниця»).
30. Маркова І.С., Біловол Г.О. Урок математики в сучасних технологіях: теорія і практика. Розвиток критичного мислення. — Х.: Вид. група «Основа», 2007.
31. Шакірова Д.М. Технологія формування критичного мислення старшокласників та студентів // Педагогіка. – 2006. - №9. – С. 72-77.

ДОДАТКИ

Додаток А

Анкета для вчителів математики

1. Що Ви розумієте під «критичним мисленням»?

А - це здатність серед безлічі рішень вибрати найбільш оптимальне, аргументовано спростовувати помилкове.

Б - це негативність суджень, вміння піддавати всі факти легкому скепсису і не приймати все на віру.

В - специфічна форма оціночної діяльності суб'єкта пізнання, спрямована в найзагальнішому сенсі на виявлення ступеня відповідності (або невідповідності) того чи іншого продукту прийнятим стандартам і стандартам, що включає певні процедури і сприяє смислового самовизначення суб'єкта пізнання по відношенню до найрізноманітніших проявів навколишнього світу і його продуктивному перетворенню.

Г - властивість особистості, якість розуму, форма оціночної діяльності, вид мислення.

2. Як Ви вважаєте, чому сучасний школяр повинен володіти навичками критичного мислення?

А - критичне мислення сприяє взаємоповазі учнів, розуміння і продуктивної взаємодії між ними.

Б - критичне мислення полегшує розуміння різних поглядів на світ.

В - критичне мислення допомагає оптимізувати навчальний процес і поліпшити якість засвоєння матеріалу.

Г - інше: _____.

3. Якими вміннями повинен володіти учень під час навчання в загальноосвітній школі, щоб мислити критично?

А - умінням критично підходити до отриманої інформації.

Б - умінням знаходити помилки, усувати їх і виявляти причини допущених помилок.

В - умінням проводити спростування.

Г - умінням об'єктивно оцінювати висунуті гіпотези і результати їх перевірки.

Д - умінням ефективно здійснювати відбір корисної інформації, що міститься в самій задачі, процесі вирішення і його результати.

4. Які з прийомів розвитку критичного мислення Ви знаєте?

А - мозковий штурм.

Б - інсерт, під яким розуміється читання з позначками («+» - нове для мене, «-» - не згоден, «V» - вже знав, «?» - є питання).

В - З. Х. В. (знаю / хочу дізнатися / дізнався нове).

Г - есе.

Д - кластер, прийом систематизації матеріалу у вигляді схеми (малюнка), коли виділяються смислові одиниці тексту.

Інші (вписати) _____

5. Які з прийомів розвитку критичного мислення Ви використовуєте на уроці, в якому класі?

А - мозковий штурм, _____ клас (и).

Б - інсерт, _____ клас (и).

В - З. Х. В. (знаю / хочу дізнатися / дізнався нове), _____ клас (и).

Г - есе, _____ клас (и).

Д - кластер, _____ клас (и).

6. З якої причини Ви не використовуєте інші прийоми розвитку критичного мислення?

А - немає чіткого уявлення про них.

Б - вважаю неефективними при навчанні учнів.

В - інша причина, _____

7. Якщо Ви використовуєте технологію розвитку критичного мислення учнів, то яку форму реалізації Ви віддаєте перевагу, в якому класі?

А - дискусія, _____ клас (и).

Б - лекція, _____ клас (и).

В - проект, _____ клас (и).

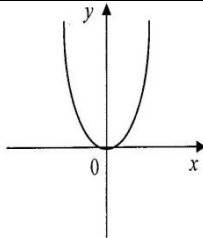
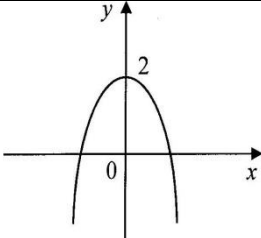
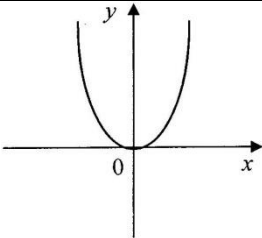
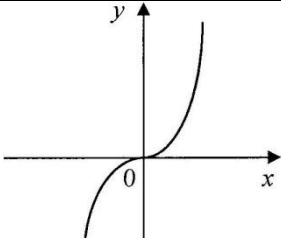
Г - конференція, _____ клас (и).

Д - дослідження, _____ клас (и).

Тест за темою «Степенева функція»

Тест дозволяє перевірити знання учнів про степеневу функцію та її властивості з парним, непарним та від'ємним показником. Навчає розпізнавати графіки, встановлювати їх поведінку зростання чи спадання та використовувати при розв'язанні рівнянь і систем.

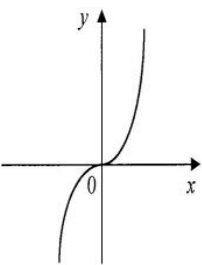
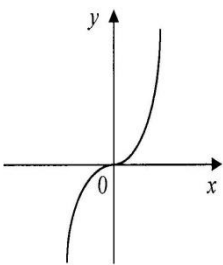
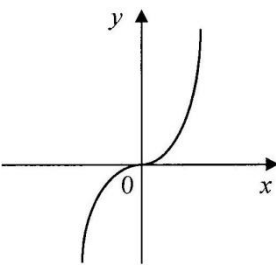
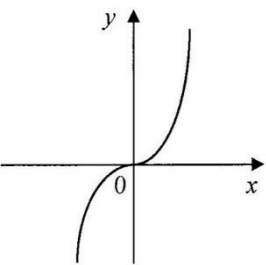
1. Встановити відповідність між функцією та її графіком.

1	2	3	4
$f(x) = x^2$	$f(x) = x^3$	$f(x) = x^4$	$f(x) = -x^2 + 2$
А	Б	В	Г
			

2. Вказати властивості функції

А	<ol style="list-style-type: none"> $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, $E(y) = (0; \infty)$ Парна. Нулі функції не має Спадає на $(-\infty; 0]$, зростає на $[0; +\infty)$. $y \geq 0$ на $D(y)$ 	Б	<ol style="list-style-type: none"> $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, $E(y) = (0; \infty)$ Парна. Нулі функції не має Спадає на $(0; +\infty)$, зростає на $(-\infty; 0)$. $y > 0$ на $D(y)$
В	<ol style="list-style-type: none"> $D(y) = \mathbb{R}$, $E(y) = \mathbb{R}$ Непарна. Нулі функції $(0; 0)$ Зростає на \mathbb{R}. 	Г	<ol style="list-style-type: none"> $D(y) = \mathbb{R}$, $E(y) = [0; +\infty)$ Парна. Нулі функції $(0; 0)$ Спадає на $(-\infty; 0]$, зростає на $[0; +\infty)$

3. Встановити відповідність між функцією та її графіком.

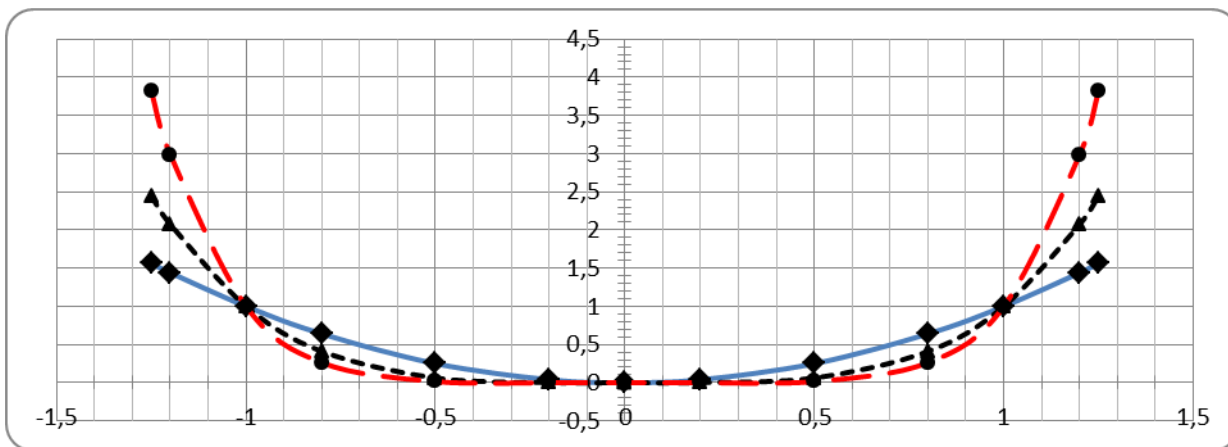
1	2	3	4
$f(x) = x^5$	$f(x) = x^3$	$f(x) = x^7$	$f(x) = x^9$
А	Б	В	Г
			

4. Вказати властивості функції $y = \frac{1}{x^2}$

А	<ol style="list-style-type: none"> $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, $E(y) = (0; \infty)$ Парна. Нулів функції не має Спадає на $(-\infty; 0]$, зростає на $[0; +\infty)$. $y \geq 0$ на $D(y)$ 	Б	<ol style="list-style-type: none"> $D(y) = \mathbb{R}$, $E(y) = \mathbb{R}$ Непарна. Нулі функції $(0; 0)$ Зростає на \mathbb{R}.
В	<ol style="list-style-type: none"> $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, $E(y) = (0; \infty)$ Парна. Нулі функції не має Спадає на $(0; +\infty)$, зростає на $(-\infty; 0)$. $y > 0$ на $D(y)$ 	Г	<ol style="list-style-type: none"> $D(y) = \mathbb{R}$, $E(y) = [0; +\infty)$ Парна. Нулі функції $(0; 0)$ Спадає на $(-\infty; 0]$, зростає на $[0; +\infty)$

5. Яка трійка функцій описує графік?

А	Б	В	Г
<ul style="list-style-type: none"> $f(x) = x^2$ $f(x) = x^4$ $f(x) = x^6$ 	<ul style="list-style-type: none"> $f(x) = x^2$ $f(x) = x^4$ $f(x) = x^6$ 	<ul style="list-style-type: none"> $f(x) = x^2$ $f(x) = x^4$ $f(x) = x^6$ 	<ul style="list-style-type: none"> $f(x) = x^2$ $f(x) = x^4$ $f(x) = x^6$



6. Скільки дійсних коренів має рівняння $x^4 = 1600$

А	Б	В	Г
жодного	один	два	чотири

7. Яким є натуральне число n у функції $f(x) = x^{-n}$, якщо $f(-2) > f(-1)$

А	Б	В	Г
Непарним	Парним	Установити неможливо	Не важливо

8. Вказати властивості функції $y = x^4$

А	<ol style="list-style-type: none"> $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, $E(y) = (0; \infty)$ Парна. Нулів функції не має Спадає на $(-\infty; 0]$, зростає на $[0; +\infty)$. $y \geq 0$ на $D(y)$ 	Б	<ol style="list-style-type: none"> $D(y) = \mathbb{R}$, $E(y) = \mathbb{R}$ Непарна. Нулі функції $(0; 0)$ Зростає на \mathbb{R}.
В	<ol style="list-style-type: none"> $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, $E(y) = (0; \infty)$ Парна. Нулі функції не має Спадає на $(0; +\infty)$, зростає на $(-\infty; 0)$. $y > 0$ на $D(y)$ 	Г	<ol style="list-style-type: none"> $D(y) = \mathbb{R}$, $E(y) = [0; +\infty)$ Парна. Нулі функції $(0; 0)$ Спадає на $(-\infty; 0]$, зростає на $[0; +\infty)$

9. Встановити відповідність між функцією та її властивістю

1	2	3	4
$f(x) = x^5$	$f(x) = x^{-3}$	$f(x) = x^{50}$	$f(x) = x^{-10}$
А	Б	В	Г
$f(2) > f(-7)$	$f(-20) > f(-17)$	$f(20) > f(17)$	$f(20) < f(17)$

10. Установіть графічно кількість розв'язків системи рівнянь $\begin{cases} y = 5 - x^4 \\ y = \frac{1}{x^2} - 2 \end{cases}$

А	Б	В	Г
жодного	два	три	чотири

11. Установіть графічно кількість розв'язків системи рівнянь

$$\begin{cases} y = (|x| - 2)^3 \\ y = \frac{1}{x - 2} \end{cases}$$

А	Б	В	Г
жодного	один	три	чотири

Додаток В

Математичні софізми та парадокси

Мета заходу: формування критичного мислення, вміння уважно слухати та розуміти розв'язання математичних задач, чітко та аргументовано висловлювати свої думки, розвивати спостережливість, навички логічного мислення

Вчитель.

Доброго дня! Я і учні 10-А класу раді вітати вас на нашому незвичайному заході, бо сьогодні у вас є унікальна можливість взнати, Як стати мільйонером... або зробити з мухи слона ... І довідатися, що двічі по два не завжди чотири.

Для цього нам треба провести розслідування. За нашим розслідуванням, щоб ми все зробили правильно, невидимо для нас будуть спостерігати брати детективи - колобки.

Учень 1.

Я знаю спосіб швидко збільшити свій капітал та стати мільйонером.

2 грн. = 200 коп.

Піднесемо ліву та праву частину рівності до квадрату:

$$(2 \text{ грн})^2 = (200 \text{ коп})^2$$

Отримаємо 4 грн = 40000 коп. = 400 грн.

Де помилка?

Піднесення до квадрату величин не має змісту

Учень 2.

А я можу довести, що $2 \cdot 2 = 5$

Напишемо вираз $4 : 4 = 5 : 5$.

Винесемо з кожної частини рівності спільний множник за дужки, отримаємо: $4(1:1) = 5(1:1)$ або $(2 \cdot 2)(1:1) = 5(1:1)$.

Тоді $1:1=1$, то $2 \cdot 2 = 5$

Де помилка?

Помилка зроблена при винесенні спільних множників 4 з лівої частини і 5 з правої. Насправді, $4 : 4 = 1 : 1$, але $4 : 4 \neq 4(1:1)$.

Учень 3.

А чи знаєте ви, що всі числа рівні між собою. Хочете доведу?

Візьмемо два довільних нерівних між собою числа a і b і запишемо для них очевидну тотожність: $a^2 - 2ab + b^2 = b^2 - 2ab + a^2$ зліва та справа стоять повні квадрати, тобто можемо записати $(a - b)^2 = (b - a)^2$

Вилучаючи з обох частин останньої рівності квадратні корені, отримаємо: $a - b = b - a$ або $2a = 2b$, і остаточно $a = b$. Тобто всі числа рівні між собою.

Де помилка?

Вилучаючи з обох частин рівності $(a - b)^2 = (b - a)^2$ квадратні корені, насправді отримаємо $|a - b| = |b - a|$, а розкриваючи знак модуля отримаємо: $a - b = a - b$.

Учень 4.

Чи може вага слона дорівнювати вазі комара?

Давайте розберемо це питання.

Нехай x – вага слона, y – вага комара. Позначимо їх суму через $2a$:

$$x + y = 2a$$

З цієї рівності можна дістати ще дві:

$$x - 2a = -y \text{ та } x = -y + 2a$$

Перемножимо почленно останні дві рівності:

$$(x - 2a) x = -y(-y + 2a)$$

$$x^2 - 2ax = y^2 - 2ay$$

Додамо до останньої рівності a^2 , отримаємо $x^2 - 2ax + a^2 = y^2 - 2ay + a^2$ або $(x - a)^2 = (y - a)^2$. Отже, $x - a = y - a$. І остаточно $x = y$. Тобто вага слона дорівнювати вазі комара.

Де помилка?

Помилка у міркуваннях аналогічна до помилки у попередньому прикладі, коли беручи квадратний корінь з виразів, отримуємо модулі цих виразів.

Учень 5.

Класична задача про гроші.

Задача про 30 доларів. Три друга вирішили зупинитися на ніч в готелі і скинулися по 10 доларів на номер. Один з них пішов платити і з'ясував, що номер коштує 25 доларів. Не знаючи, як розподілити решту 5 доларів, він вирішив повернути кожному по долару, а два залишити собі. Виходить, кожен з них заплатив по 9 доларів і ще залишилося 2, в сумі $9 \cdot 3 + 2 = 27 + 2 = 29$. Куди зник ще один долар?

Де помилка?

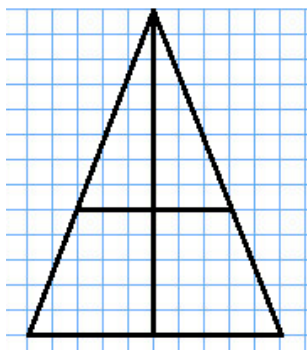
Питання з самого початку задано невірно! Долар нікуди не подівся, рахувати просто треба вміти.

$30 - 3 = 27$ і при чому тут ще плюс 2, якщо пацан 2 узяв з цих 27?

Учень 6.

Розглянемо квадрат зі стороною 8 одиниць. Його площа відповідно дорівнює 64 кв.од.

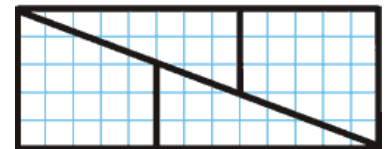
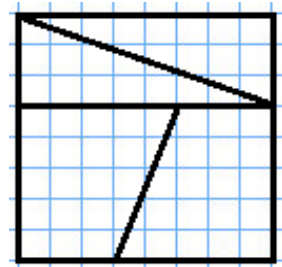
Розріжемо його, як показано на малюнку і складемо з цих частин нову фігуру – трикутник.



Не важко побачити, що площа цього трикутника дорівнює $10 \cdot 13 : 2 = 65$ кв.од.

Або складемо прямокутник.

І знову бачимо, що його площа дорівнює $5 \cdot 13 = 65$ кв.од.



Можемо зробити такі висновки: або $64 = 65$, або $8 \cdot 8 = 65$.

В чому помилка?

Втрати і прирости площі пояснюються невеликими перекриттями або просвітами уздовж розрізів.

Вчитель.

Ви дуже цікаво розповідаєте, але все ж таки всі міркування, викладені вами, в математиці називаються одним словом – софізм.

Софізм (від грецького *sophistes* – той хто вміє мудрувати, дотепно вигадувати) – логічно недостатній умовивід, в якому хибні посилки видаються за істинні або робиться висновок з порушенням законів логіки.

Софізм заснований на навмисному, свідомому порушенні правил логіки. Яким би не був софізм, він завжди містить одну або кілька замаскованих помилок. Математичний софізм – дивовижне твердження, доведення якого криються непомітні, а часом і досить тонкі помилки.

Софізми з'явилися ще в Стародавній Греції. Вони тісно пов'язані з філософської діяльністю софістів — платних учителів мудрості, що учили всіх бажаючих філософії, логіки і, особливо, риторики (науці і мистецтву красномовства).

Одне з основних завдань софістів полягало у тому, щоб навчити людину доводити (підтверджувати або спростовувати) все, що завгодно, виходити переможцем з будь-якого інтелектуального змагання. Для цього вони розробляли різноманітні логічні, риторичні і психологічні прийоми.

До логічних прийомів нечесного, але вдалого ведення дискусії і відносяться софізми.

Але крім софізмів у математиці і не тільки, використовують і парадокси.

Парадокс (від грецького *paradoxos* – дивний, несподіваний) – несподівані явища або висловлювання, які формою або змістом суперечать нашим знанням і уявленням. У парадоксах можуть висловлюватись істинні думки, які дуже розходяться з нашими уявленнями або форма висловлювання яких несподівана. Здебільшого в парадоксах висловлюють неправильні твердження в зовнішньо переконливій формі.

Наприклад.

Безмежні сходи́нки. Вони представляють головний мотив цієї картини. Прямокутник внутрішнього двोरика замкнутий стінами будівлі, у якої замість даху - нескінченні сходи́нки.

Або парадокс «Про красу».

Є три твердження:

«Краса – велика сила»

«Краса потребує жертв»

«Краса врятує світ»

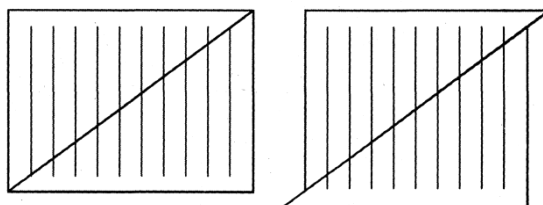
Як велика сила, що потребує жертв, може врятувати світ?

Парадокс!

Спробуємо практично розібрати ще один математичний парадокс.

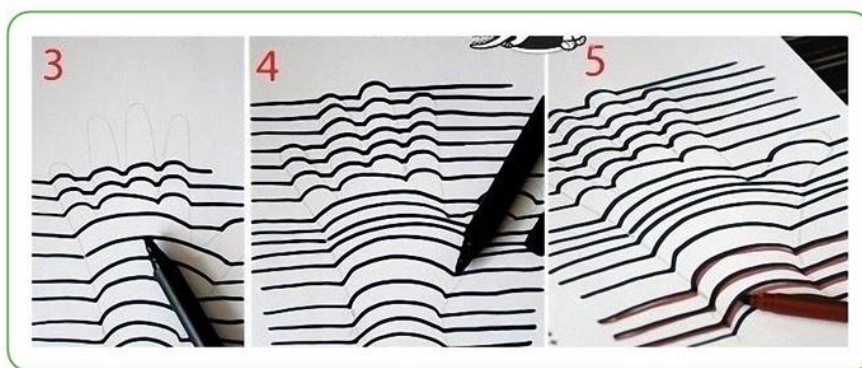
Парадокс з лініями

Накреслимо на прямокутному аркуші 10 вертикальних ліній однакової довжини. Проведемо діагональ. Розріжемо прямокутник по діагоналі і зсунемо нижню частину вниз, як показано на малюнку.



Порахуємо кількість вертикальних ліній. Їх стало 9!

А зараз ви самостійно зробите парадокс. «Об'ємна рука».



Підсумок.

А чим корисні софізми для тих, хто вивчає математику?

По-перше, розбір софізмів, насамперед, розвиває навички логічного мислення, тобто прищеплює навички правильного мислення.

Зрозуміло! Якщо дитина доторкнеться до гарячого предмету, вона намагатиметься більш цього не робити. Так і учень, який усвідомив помилку, буде проявляти обережність у математичних міркуваннях.

Ну, а по-друге? По-друге, що особливо важливо, розбір софізмів допомагає свідомому засвоєнню математики, розвиває спостережливість, критичне відношення до того, що вивчається. І, нарешті, це просто цікаво!