

Національний університет “Чернігівський колегіум”  
імені Т.Г. Шевченка

Природничо-математичний факультет  
Кафедра математики та економіки

## Кваліфікаційна робота

Освітнього ступеня «магістр»

на тему

***Типові помилки учнів під час вивчення математики  
5-6 класів та методика організації роботи до їх  
запобігання та усунення***

Виконала:

студентка 2 курсу, групи 61

спеціальності

014 Середня освіта (Математика)

Самченко М.В.

Науковий керівник:

к. п. н., доцент Філон Л. Г.

Роботу подано до розгляду «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ року.

Студентка \_\_\_\_\_  
(підпис) (прізвище та ініціали)

Науковий керівник \_\_\_\_\_  
(підпис) (прізвище та ініціали)

Рецензент \_\_\_\_\_  
(підпис) (прізвище та ініціали)

Кваліфікаційна робота розглянута на засіданні кафедри

\_\_\_\_\_  
протокол № \_\_\_\_\_ від «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ року  
Студентка допускається до захисту даної роботи в екзаменаційній комісії

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (прізвище та ініціали)

## ЗМІСТ

ВСТУП .....	4
РОЗДІЛ 1 .....	7
ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ .....	7
1.1. Математичні помилки учнів як психолого-педагогічна та методична проблеми .....	7
1.2. Помилки учнів у навчанні математики: практичний аспект. Причини виникнення математичних помилок .....	14
1.3. Можливі підходи до класифікації математичних помилок .....	21
1.4. Типові помилки, що стосуються культури математичного мовлення під час усних відповідей .....	25
1.5. Інформаційно-комунікаційні технології як засіб коригування знань учнів з математики .....	27
РОЗДІЛ 2 .....	36
МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ПОПЕРЕДЖЕННЯ ВИЯВЛЕННЯ ТА ВИПРАВЛЕННЯ ПОМИЛОК ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ 5-6 КЛАСІВ .....	36
2.1. Характеристика навчального змісту курсу математики 5-6 класів та особливостей його реалізації .....	36
2.2. Аналіз типових помилок учнів під час вивчення математики 5-6 класів	40
2.3. Запобігання та усунення помилок, що допускають учні під час вивчення раціональних чисел та дій над ними .....	45
2.4. Запобігання та усунення помилок, що допускають учні під час розв'язування текстових задач, зокрема задач на відсотки .....	53
2.5. Апробація розроблених рекомендацій та її результати .....	64
ВИСНОВКИ .....	71
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ .....	73
ДОДАТКИ .....	78

## ВСТУП

**Актуальність дослідження.** У сучасних умовах, коли суспільство значно підвищило інтерес до розробки цілей розвитку, а кількість годин, відведених на вивчення курсів математики у середній школі, постійно зменшується, питання пошуку більш ефективних способів організації кожної ланки в процесі навчання, кожен тип навчальної роботи, що проводиться на уроках математики. Особливо це стосується такого важливого аспекту методичної роботи, як робота з математичними помилками учнів.

Питання, пов'язані з проблемами математичних помилок школярів, знаходяться під пильною увагою вчених - математиків і педагогів протягом всієї історії математичної освіти. Ними займалися і найвидатніші вчені античного світу Евклід, Прокл, Птолемеї, і мислителі - енциклопедисти епохи Відродження Л. Пізанський, І. Мюллер, і видатні математики недавнього минулого Б. Паскаль, Г. Кантор, Д. Гільберт.

У методичній літературі з математики останнього часу роботі з помилками школярів також приділяється пильна увага. Висвітлюються можливі підходи до типологізації помилок (Л.М. Фрідман), аналізуються можливі причини виникнення математичних помилок школярів (А. Артемов, Я.І. Груденов, В.І. Рижик і ін.), розробляються підходи до побудови систем вправ на попередження помилок (Л.А. Благодир), описуються прийоми пізнавальної діяльності при роботі з помилками (М. Векслер, Н.А. Тарасенкова і ін.), характеризуються можливі напрямки методичної роботи з математичними помилками школярів (А. Пардала, Л.А. Благодир). Разом з тим, ні в одному з цих досліджень не ставилося завдання системного розгляду методичної роботи з математичними помилками школярів і вироблення збалансованих рішень щодо її удосконалення.

Типові математичні помилки учнів все ще «заповнюють» учнівські зошити. Вони є свідченням недосконалості методики, якою користуються вчителі. Швидке усунення помилок є лише необхідною, але недостатньою умовою педагогіки гуманізму при викладанні математики. Адже гуманізація освіти - це орієнтація від особистості, її структури через предмет на

особистість конкретної дитини. Реалізація ідей гуманізму передбачає включення до числа вихідних пунктів, що визначають функціонування методичної системи викладання математики, структуру особистості, закони її розвитку. Ця орієнтація повинна відображатися насамперед у меті навчання.

Таким чином, своєчасне запобігання помилкам набагато гуманніше. Особливо для учнів середніх класів, які вивчають пропедевтичний курс математики у 5 та 6 класах.

Суперечність між необхідністю шкільної практики в удосконаленні методичної роботи з математичними помилками учнів та її фактичним станом визначає актуальність проблем дослідження, що визначає певні шляхи із запобігання та усунення помилок учнів при вивченні окремих змістових ліній курсу математики 5-6 класів

**Об'єкт дослідження** – процес навчання математики в 5-6 класах закладів загальної середньої освіти.

**Предмет дослідження** – типові помилки учнів у навчанні математики 5-6 класів, форми і засоби їх попередження і виправлення.

**Мета дослідження** – розробити методичні рекомендації стосовно упередження і виправлення математичних помилок учнів у навчанні математики 5-6 класів.

Відповідно до мети визначено такі **завдання дослідження**:

1. Проаналізувати науково-методичну та психологічну літературу на предмет дослідження, виокремити причини виникнення типових математичних помилок.

2. Проаналізувати типові математичні помилки, які учні допускають під час вивчення математики 5-6 класів.

3. Виокремити форми та способи організації діяльності, спрямованої на попередження типових помилок учнів.

4. Розробити рекомендації стосовно запобігання та усунення помилок

учнів при вивченні окремих змістових ліній курсу математики 5-6 класів

5. Здійснити апробацію розроблених рекомендацій попередження математичних помилок учнів та проаналізувати її результати.

**Методологічною основою дослідження** послужили роботи: з проблеми діалектичної єдності теорії і практики, теорії пізнання, освіти і виховання, розвитку інтелектуальних якостей особистості в процесі навчання; концепція діяльнісного підходу; праці видатних вітчизняних і зарубіжних психологів і педагогів - математиків.

## РОЗДІЛ 1

### ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

#### 1.1. Математичні помилки учнів як психолого-педагогічна та методична проблеми

Проблема виявлення та запобігання математичних помилок учнів знайшла своє відображення в працях вчених-математиків, психологів та педагогів протягом усієї історії математичної освіти. Зокрема означена проблема порушувалася в роботах Г. А. Асанова [1], Г. П. Бевза [3], В. М. Брадїса [8], Я. Й. Грудьонов [12], В. О. Далінгера [13], С. І. Зенько [18], І. М. Кирилецького [20] та ін.

Давніх греків цікавили математичні помилки софістичного характеру. Д. Гільберт, Г. Кантор, Б. Паскаль та інші вивчали їх систематично. Пояснення походження типових математичних помилок та причин їх виникнення з позицій асоціативно-рефлекторної теорії навчання зустрічається в працях П. А. Шеварева [40]. Автор вважає, що, «аналізуючи математичні помилки та шукаючи шляхи їх запобігання та виправлення, необхідно вивчати психологічні причини формування помилкових асоціацій у свідомості учнів.

Помилково вважають, що розв'язання складного завдання зводиться до послідовного розв'язання ряду простих задач. Адже при вирішенні простих вправ, які не передбачають ніяких інших, алгебраїчних дій, не входять до складніших, конкретне завдання завжди покладається на учня. Однак при вирішенні простих вправ, що входять до складніших, деякі чи навіть усі конкретні операції, що входять до складу цих простих вправ, повинні відбуватися в свідомості учня завдяки актуалізації знань, які він має.

Досліджуючи процес міркування учнів під час розв'язування задач, вчений обґрунтував важливий висновок про те, що по мірі опанування процесом математичних міркувань, вміннями та навичками, під час розв'язування математичних задач учні перестають осмислювати те чи інше правило, діючи згідно з ним. Автор виходить із положення про те, що аналіз причин неправильних дій учнів є неповним без аналізу процесу правильного розв'язання задачі. Порівняння цих дій дає можливість встановити, чому саме

допущено помилку, де сформувалась помилкова асоціація чи порушена міцність всіх ланок правильної асоціації».

На думку П. О. Шеварьова, необхідність наявності контролюючої асоціації виключає появу помилкової асоціації, тобто при належній організації контролю знань помилка учнем не буде допущена. Зокрема, П. О. Шеварьовим детально проаналізовано «процеси мислення під час множення степенів з однаковою основою, причини виникнення помилок під час піднесення степеня до степеня, скорочення дробів, винесення множника з-під знака кореня. При цьому автором зроблені такі важливі висновки:

- під час розв'язування математичних вправ значне місце займають узагальнені асоціації, які відмінні від раніше відомих константних (постійних);
- будь-яка помилка може з'явитися або під час актуалізації деякої помилкової асоціації, або коли правильна асоціація актуалізується не повністю».

Аналогічний підхід до пояснення помилок знаходимо у Р.А. Асанова [1]. «Аналізуючи причини помилкових дій, автор приходять до висновку, що:

- причиною систематичних помилок є формування і актуалізація помилкових асоціацій;
- помилкова асоціація часто виникає і закріплюється непомітно, оскільки протягом довгого часу вона може ніяк не виявлятися і залишатися непоміченою.»

Помилки, що допускають учні у вивченні математики дослідник поділяє, залежно від частоти їхньої появи, на систематичні та випадкові. До випадкових відносить нестійкі помилки, поява яких є одноразовою, вони характерні для декількох учнів класу. Такі помилки, які з'являються одноразово, або неодноразово, але у багатьох учнів класу – до систематичних. Систематичні помилки Р.А. Асанов пропонує «класифікувати, враховуючи причини їх виникнення. На думку дослідника, це дозволяє вибрати і систематизувати необхідні методи і прийоми навчання, спрямовані на попередження можливих



помилки. А також цілеспрямовано організовувати роботу з виправлення допущених помилок».

Л.А. Благодир вважає, що «поділ на систематичні та випадкові помилки слід вважати умовним. Адже в одного вчителя, який не виділив належною мірою яку-небудь властивість під час формування певного поняття, помилку пов'язану з даною властивістю можуть допустити багато учнів, в іншого – її може допустити тільки один учень і тільки один раз» [6].

Відомий психолог Н. О. Менчинська [27] «помилки, які допускають учні під час обчислень виокремлює в групи залежно від причин, які сприяють тому, що з'являються помилки. Автор виділяє дві групи помилок:

- механічні помилки, які виникають в результаті втомленості, втрати інтересу, неувважності та надмірної завантаженості;

- помилки, які допускаються в результаті неякісного засвоєння нового матеріалу».

Досліджуючи помилки учнів у математиці, Н. О. Менчинська [27] дійшла висновку, що причини помилок різні, тому мають бути різні способи їх виправлення та способи запобігання.

Ми поділяємо цю точку зору вченого. Ми також погоджуємось з думками психологів, які, природно, вважають, що для того, щоб навчити школярів аналізувати та виправляти помилки, їх слід спочатку навчити технікам аналізу та синтезу, порівняння, протиставлення, узагальнення та інших розумових дій, і вважаємо, що ефективним інструментом боротьби з помилками є розвиток мислення учнів.

Психолого-дидактичний аналіз помилок школярів, виявлення причин виникнення та шляхи їх попередження й усунення здійснила З. І. Слєпкань [37]. Науковець вважає, що джерелом помилок є послаблення психічних функцій (уваги, пам'яті, мислення), втома, нервовість, поспішність у роботі. Усуваючи ці джерела помилок, важлива роль відводиться вчителю, який повинен мотивувати вивчення певного навчального матеріалу, вдосконалювати методи та форми навчання, розвивати пізнавальні інтереси

учнів, активізувати їх пізнавальну активність на уроці та під час виконання домашніх завдань.

З. І. Слепкань висловлює думку, що: «Типові помилки допускаються частиною учнів навіть за вдалого пояснення вчителя, який акцентує увагу на цих помилках. Це пов'язано насамперед з тим, що людська свідомість, як правило, об'єктивно не в змозі охопити всі сторони явища. Але й допущену учнем помилку вчитель повинен використати для поглибленого розуміння школярами математичних фактів і закономірностей» [37, с.177].

Автор виділяє:

- а) помилки в обчисленнях;
- б) помилки в тотожних перетвореннях виразів;
- в) помилки під час розв'язування рівнянь і нерівностей;
- г) помилки в доведеннях математичних тверджень.

Погоджуємося з позицією З. І. Слепкань, що у процесі аналізу математичних помилок, у пошуку шляхів їх попередження та виправлення слід враховувати психолого-педагогічні закономірності організації навчального процесу. Зокрема закономірності засвоєння навчального матеріалу, розвитку уваги.

В. Г. Прочухаєв розглядав різні помилки в арифметиці, алгебрі та тригонометрії у своїх дослідженнях, зокрема, він відзначав певну стійкість помилок, які важко викоринити в процесі подальшого вивчення. Автор класифікував помилки відповідно до розділів програми, що було цінним для викладачів того часу. На сучасному етапі розвитку шкільної математичної освіти програми змінено, і, отже, деякі рекомендації щодо роботи з помилками потребують змін.

У дисертаційних дослідженнях Д. О. Скрипника [36] та О. А. Тарасової [38] розглядаються математичні помилки в міркуваннях школярів, пропонуються окремі способи їх запобігання та виправлення. Д. О. Скрипник [36] групує помилки за логічними формами:

- а) помилки в тлумаченні понять;
- б) помилки в логічних діях;

в) помилки в доведеннях.

На думку автора, розгляд цих груп сприяє розробці загальних методів виправлення будь-якої логічної помилки, а також використанню помилок як засобу попередження їх у майбутньому. З цією метою у дослідженні Д. О. Скрипника велика увага приділяється методу використання контрприкладів та кіл Ейлера-Венна.

О. А. Тарасова [38] досліджує можливості організації роботи учнів над типовими помилками в математиці, використовуючи посібник дослідження та корисні прийоми та спеціально розроблену систему завдань, формуючи та розвиваючи рефлексивну діяльність учнів, що, на думку автора, покращує якість алгебраїчних знань. Дослідження проблем психологічної базової роботи над помилками дозволило автору визначити коригувальні дії:

- фіксація уваги учня на помилці;
- виявлення причин помилки;
- виявлення необхідних коригувальних дій;
- застосування скоригованих знань та дій у процесі зв'язування подібних завдань.

Однак побудувати таку систему дій може лише той учень, який усвідомлює зміст своїх думок, може пояснити кожную свою дію, тобто має певний ступінь розвиненої рефлексивної діяльності. Р. А. Асанов [1] вважає, що при роботі з математичними помилками учнів важливо систематизувати помилки та працювати над ними. У цьому випадку важливу роль повинні відігравати не окремі приклади помилок, а групи помилок, об'єднані загальними причинами їх виявлення та спільної роботи над ними.

У дисертаційному дослідженні автор пропонує таку систематизацію помилок:

- помилки, які є наслідком недостатньої логічної підготовки учнів;
- помилки та недоліки через неухважність до формування теоретичних та множинних ідей учнів;

- помилки, допущені учнями під час узагальнення та конкретизації; - помилки, які виникають під час використання неправильних аналогій; - помилки, допущені учнями через відсутність самоконтролю.

Автор приділяє значну увагу деяким загальним методам роботи над помилками, що особливо корисно для вчителів-початківців:

- а) формування навичок самоконтролю;
- б) чітке здійснення зворотного зв'язку;
- в) керівництво самостійною роботою;
- г) навчання учнів умінню виявляти помилки та пояснювати зміст помилок.

Причини математичних помилок з позицій асоціативно-рефлекторної теорії навчання П. О. Шеварева та їх систематизація в курсах алгебри та початківців аналізу реалізував у своєму дисертаційному дослідженні І. М. Кирилецький [21]. Автор дотримується тематичного принципу систематизації помилок, який, на наш погляд, зручний у практичному застосуванні та при вивченні математики.

У дисертаційному дослідженні В. О. Колосової [22] обґрунтовано переваги застосування діяльнісного підходу до дослідження математичних помилок учнів 5-6 класів шкіл Росії. «Автор класифікує помилки учнів таким чином: обчислювальні помилки; помилки в записах; мовленнєві помилки; помилки перетворення; помилки в геометричних побудовах; логічні помилки. Однак мало уваги приділяється причинам помилок у роботі».

Методико-психологічний аналіз математичних помилок здійснив Д. М. Майергойз [25], акцентуючи увагу на описах, помилках внаслідок передчасної автоматизації математичних операцій та невдалого добору вправ, помилках, що є наслідком інтерференції тощо. В основу своєї класифікації автор покладає не причини математичних помилок, а їх зовнішній прояв. На нашу думку, в помилках учнів важливо розглядати саме причини їх появи.

У дисертаційному дослідженні С. І. Зенько [18]. Особлива увага приділяється розробці комплексної методики превентивної діяльності вчителя

математики для попередження математичних помилок учнів 5-7 класів шкіл Білорусії. У позакласній роботі з математики й сьогодні широко використовується робота В. М. Брадїса, В. Л. Мінковського, К. А. Харчевої «Ошибки в математических рассуждениях» [8].

Констатуючи факт появи різних помилок в математичних міркуваннях, автори вважають корисним ознайомлювати учнів з такими помилками з двох причин:

- 1) ґрунтовне знайомство з помилкою застраховує від її повторення в майбутньому;
- 2) процес виявлення помилки легко зробити захопливим, що може стати засобом підвищення інтересу до вивчення математики. Особлива увага в роботі приділяється уведенню математичних софізмів.

На думку авторів, математичні софізми повинні використовуватись для перевірки рівня засвоєння і закріплення певного матеріалу. На думку Л.А. Благодар, софізми є одним із ефективних засобів попередження помилок. Встановлюючи, в чому полягає допущена в міркуваннях помилка і як її виправити, учні, яким це складно, насамперед відчують прогалини в знаннях та осмислюють необхідність володіння такими знаннями.

Вищезазначений огляд досліджень показує, що проблема вивчення помилок актуальна в різних галузях наукових знань. У методичній літературі та дисертаційних дослідженнях методів викладання математики робилися спроби систематизувати, класифікувати та об'єднати в окремі групи помилки студентів при викладанні математики. Основою систематизації математичних помилок школярів дослідники протягом певного часу обрали різні підходи: - тематичний (навчальна тема, під час вивчення якої з'являються помилки – І. М. Кирилецький, А. В. Самусенко, О. А. Тарасова); - причинний (причина виникнення помилки – В. О. Далінгер, С. І. Зенько, І. М. Кирилецький, Д. М. Майергойз);

- діяльнісний (вид навчально-пізнавальної діяльності, під час якої допускаються помилки – В. О. Колосова, З. І. Слєпкань, Г. Н. Скобєлєв);

- кількісний (кількість учнів, що допустили помилку – Д. С. Ангелов, А. Т. Муханов), предметний (зміст помилки – Р. А. Асанов, В. І. Рижик);
- психологічний (Б. Г. Ананьєв, Д. Н. Богоявленський, В. Літцман).

У проаналізованих нами дослідженнях автори розглядали помилки учнів під час вивчення деяких розділів математики, виявляли зміст цих помилок, систематизували та групували, використовували різні підходи до пояснення причин появи математичних помилок, розробляли методики їх виправлення.

## **1.2. Помилки учнів у навчанні математики: практичний аспект.**

### **Причини виникнення математичних помилок**

На сучасному етапі розвитку освіти, в умовах зміненого підходу до оцінки знань помилки учнів майже не досліджуються. Аналізуючи виконання тестових завдань, викладачеві важко простежити, на якому етапі навчання студент не засвоїв програмний матеріал. Інформацію про характер найпоширеніших помилок студентів, які навчаються за новими програмами та підручниками, можна знайти в офіційних звітах Українського центру оцінювання якості освіти: при аналізі завдань сертифікації, матеріалах оглядах шкіл ЗНО", "Математика в школах України", «Математика », в інших комплексних публікаціях, автори яких брали участь у тесті ЗНО.

Зокрема, автори комплексного видання [26], здійснюючи аналіз найпоширеніших помилок констатують, що «на зовнішньому незалежному оцінюванні в більшості випадків учні виявляють слабе знання шкільного курсу математики, і саме це є причиною «провалів» [26, с. 163]. Недостатність загальної математичної культури призводить до труднощів у ході перекладання словесної умови завдання на мову математичних формул, рівнянь або нерівностей, часто учні плутаються в елементарних поняттях (наприклад, не можуть чітко розмежувати поняття цілого і натурального чисел), при відборі коренів не враховують область допустимих значень змінних для дробово-раціональних, ірраціональних, логарифмічних виразів тощо.

Досить часто помилки допускаються при однакових перетвореннях виразів, розв'язуванні рівнянь, системах рівнянь, нерівностях, у знаходженні області функцій. Вивчивши формули, учні не можуть ними користуватися, знають формулювання теорем, не можуть пояснити, чому виникає твердження, не можуть використовувати перевірену теорему чи твердження для розв'язання задач. Часто виникають помилки при розкладанні багаточленів на множники, зменшенні алгебраїчних дробів до спільного знаменника. Труднощі спричинені завданням побудови графіків функцій, передбачених програмою. Багато студентів не вивчають формул скороченого множення і не мають раціональних методів обчислення. Спрощуючи раціональні вирази, учні допускають суттєві помилки через слабе знання формул скороченого множення та правил скорочення дробу.

Викладач математики освітньої студії Nature Tutor Group О. Крицька «виділила 13 найбільш типових помилок, що роблять учні під час написання ЗНО» [52], до них відносяться наступні:

*«Рахуємо до 100».* Найбільш іронічним є той факт, що більшість абітурієнтів допускають помилки у досить простих розрахунках. І мова не про дії з дробами, а про звичайне додавання, віднімання або множення та ділення в межах 100 [52].

*«У пошуках Мінуса».* Дії з від'ємними числами. У задачах перетворення виразів, де відповідь, зокрема, може бути негативною, немає точної гарантії того, яке число можна отримати в результаті заміни. Тому втрачати мінус за допомогою легких перетворень дуже прикро. Причина: Такі помилки трапляються, якщо ви не прописуєте кожен крок окремо [52].

*«Мінус встановлює свої правила».* При вирішенні лінійних нерівностей одним з основних етапів є ділення (або множення) обох частин нерівності на число. Досить часто при діленні (або множенні) на від'ємне число учні забувають змінити знак нерівності на протилежний. Причина: при розв'язуванні лінійних рівнянь виконуються однакові перетворення, тому учні звикають ділити (або множити) обидві частини рівності на число, але за нерівності ця дія має певні наслідки. [52].

«Знову мінус». Так, більшість помилок пов'язані з цим химерним знаком. Зокрема, коли віднімаються два раціональні дроби або розкриваються дужки, перед якими є знак мінус. Отже, у цих діях мінус застосовуватиметься до всього від'ємного чисельника, тобто вираз у чисельнику повинен бути вкладений у дужки і перед ними поставити знак мінуса. І тут школярі стикаються з другим випадком: розкриття дужок, перед яким знаходиться цей вибагливий знак. Так, це вибагливий знак, оскільки він перебирає всі терміни в дужках і змінює їхні знаки на протилежні. Причина: неуважність.

« $D(y)$  vs.  $E(y)$ ». Область значень та область визначення функції завжди плутають і тому умову розуміють розуміють. Причина: назви характеристик функцій дуже схожі [52].

«*Кома, знай своє місце*». Що може дратувати більше, ніж прорахунок? Набагато болісніше усвідомлювати, що ви правильно вирішили проблему, але неправильно позначили її у бланку відповідей, наприклад, цифри записані в неправильних клітинках, а замість цілого числа вийшли дробові, або навпаки. Причина: абітурієнт нехтував прочитати правила заповнення бланка відповідей або був занадто необережним.

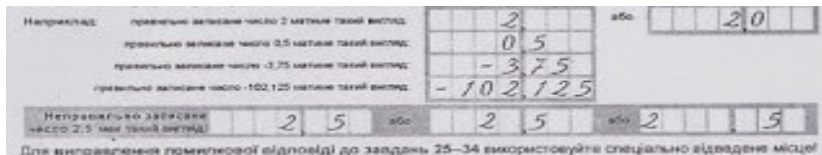


Рис.1.1 Приклад помилки

«Дріб догори ногами». При діленні на звичайний дріб, важливо не заплутатись, що саме треба перевернути, як вчили у 6-ому класі. Причина: не дає конкретики шкільний метод запам'ятовування правила «перевертаємо дріб і множимо» [52].

«*Де ж той кут?*». У задачах стереометрії одним з основних понять є кут між площинами. Незважаючи на досить прозоре значення цього терміна, неможливо просто намалювати кут, грані якого складають дві площини. Пам'ятайте, що кут між двома площинами - це кут між перпендикулярами цих двох площин, проведеними в одній точці прямої, вздовж якої ці площини



перетинаються. Причина: досить громіздкий алгоритм побудови, який учні не хочуть запам'ятовувати.

*«Обережно, Додаткові Значення!»*. Абсолютно всі тести для розв'язання рівнянь або нерівностей, які мають обмеження в діапазоні допустимих значень (ОДЗ), містять варіант відповіді, не беручи до уваги однакові ОДЗ. Тобто тест призначений для перевірки, чи знає студент / пам'ятає обмеження, які можуть бути накладені на завдання. Причина: неуважність.

*«Множити чи додавати»*. У текстових завданнях від комбінаторики необхідно зменшити кількість можливостей виконання декількох справ. Відповідно до основного правила комбінаторики, якщо події виконуються одночасно, вам слід переглянути, якщо ні, додати. Причина: використовуйте невикористані рутинні дії, оскільки важливо розуміти, як відрізняються дані про стан [52].

*«Плюс завжди праворуч?»*. При вивченні методу інтервалів для розв'язання раціональних нерівностей у школі найчастіше розглядаються стандартні приклади, в яких перший інтервал праворуч має додатній знак при визначенні знаку інтервалу. Але це не завжди так.

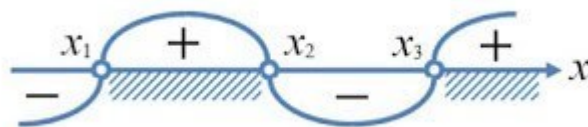


Рис.1.2 Інтервали

Школярі звикають до таких прикладів і досить часто пропускають пункт перевірки знаку інтервалу. Але важливо пам'ятати, що не всі нерівності однакові. Причина: метод інтервалів дуже алгоритмічний, тому здається досить легким, але має багато важливих нюансів.

*«Модуль завжди додатній (невід'ємний)»*. Так, модуль насправді завжди додатній (невід'ємний), помилок немає. Але якщо ви хочете запрограмувати вираз за допомогою модуля, для окремих умов або підключитися до змінної під модулем, воно відкривається з мінусом. Причина: принцип модуля досить

легко запам'ятати, але важко зрозуміти, як зробити зворотну операцію відкриття модуля [52].

В офіційних звітах останніх років про зовнішнє оцінювання [39], при аналізі результатів завдань зазначається: «оскільки розв'язування чи не всіх завдань з курсу алгебри та геометрії в старших класах базувалося на застосуванні навичок, набутих у 5–9-х класах, то помилки, зроблені в тестах під час обчислень, скорочень або розв'язування найпростіших рівнянь і нерівностей, призвели до неправильних розв'язань завдань з тем, які вони вивчали в старшій школі».

Аналіз методичної літератури з проблеми дослідження показав, що значна кількість школярів недостатньо орієнтована на весь вивчений матеріал, знання фрагментовані, часто мало пов'язаної інформації з окремих розділів. Учні не мають необхідних навичок розкрити внутрішні зв'язки між поняттями, що вивчаються, встановити найпростіші типи функціональних взаємозв'язків, не вміють робити висновки та узагальнювати накопичені математичні факти, не мають належного рівня математичної культури.

Результати участі учнів загальноосвітніх шкіл у міжнародних порівняльних дослідженнях якості шкільної науково-математичної освіти свідчать про низький рівень здатності українських учнів використовувати набуті знання та вміння в реальних ситуаціях повсякденного життя. Такі недоліки зберігаються до кінця навчання. Про це свідчать результати аналізу виконання випускниками завдань ЗНО з природничих та математичних предметів. На наш погляд, зменшення кількості годин на вивчення математики в загальній середній освіті; відсутність ефективної методичної системи роботи над помилками учнів, розробленої для практичного застосування вчителями школи в сучасних умовах; відсутність спеціального курсу з методики викладання математики для студентів педагогічних університетів, призначеного для поглиблення знань майбутніх викладачів про помилки та організації навчальної діяльності студентів для їх запобігання, є важливими причинами наявності та "живучості" математичних помилок.

Під час вивчення нового матеріалу окремі помилки у процесі пізнавальної діяльності учнів – неминучі. Вони можуть бути наслідком неправильного сприйняття учнями пояснення вчителя чи тексту підручника. Саме тому важливо своєчасно і детально виявляти їх виникнення та вдало організувати роботу з попередження. Цього можна досягти, якщо в класі створюються сприятливі умови, за яких учні ставлять запитання вчителю, висловлюють свої, навіть помилкові думки. Якщо кожен помилку учня виправляти відразу, це сприятиме підвищенню якості навчання. Адже, якщо корекція знань не відбувається чи відбувається частково, помилка вкорінюється. Тоді потрібно «перевчати» школярів, починаючи з початку. Як наслідок, порушується структура навчального процесу, постійно відчувається брак часу, незаповнені прогалини в знаннях переходять від теми до теми із класу в клас, зменшується рівень успішності.

Л.А. Благодир зазначає: «що однією з причин появи помилок учнів є те, що вчителі на уроках математики незначну увагу приділяють активізації мисленнєвої діяльності учнів, зокрема, під час вивчення школярами теоретичного матеріалу». Так, наприклад, під час вивчення нових понять традиційним є запитання: що називається...? На наш погляд, активізує мислення не запитання – «що називається?», а запитання на підведення під поняття, запитання, що спонукають учнів вивести можливі наслідки із належності об'єкта до обсягу поняття; завдання: проілюструвати поняття, навести контрприклад до поняття, розрізнити приклад і контрприклад до поняття [6].

Під час аналізу літератури було встановлено, що причиною помилок студентів є недостатньо усвідомлення логічного зв'язку між окремими темами та розділами матеріалу. На уроках не завжди проводиться цілеспрямована систематична робота вчителя щодо встановлення зв'язків та зв'язків між різними елементами знань, порушується принцип систематичності та послідовності.

Викладаючи правильно вирішувати завдання, багато вчителів математики не зосереджуються на формуванні вміння аналізувати,

контролювати та самоперевіряти виконані завдання. На наш погляд, дуже важливо навчити учнів повертатися до умови і розуміти результат після вирішення проблеми. Якщо школярі звикли формально ставитись до отриманих результатів, не звикли порівнювати їх з вихідними даними, то згодом у їх роботі з'являються безглузді помилки (наприклад, дробова реакція при пошуку кількості людей, негативна маса тощо).

Причини невдач у математиці часто зумовлені невідповідністю між рівнем розвитку учня та рівнем вимог до нього. Ці вимоги визначаються змістом навчального матеріалу та методами навчання. Вчителі математики часто недооцінюють роль конкретного мислення учнів, переоцінюють їх здатність абстрактно мислити, поспішають перейти від індуктивного викладу матеріалу до дедуктивного, вимагаючи від учнів мислити у несформованих категоріях.

Теоретичний аналіз показує, що однією з причин зроблених помилок учнів у знаннях є те, що іноді вчителі у своїй роботі керуються насамперед логікою навчального матеріалу. Іноді логічна досконалість матеріалу не забезпечує його розуміння учнями, важливо в навчальній практиці враховувати вік навчального матеріалу, особливості мислення учнів та керувати процесом засвоєння знань, умінь та навичок, як з урахуванням принципу науковості та доступності. .

В ході нашого дослідження ми виявили, що однією з причин прогалин у знаннях учнів та маси помилок є формалізм у роботі вчителя математики та формалізм у знаннях учнів з математики. Формально набуті знання швидко забуваються.

Основною причиною такої ситуації, на наш погляд, є те, що значна частина вчителів математики або не має ефективного науково обґрунтованого методу організації та проведення роботи з попередження, запобігання та виправлення помилок учнів, або в своєму арсеналі такого методу не має.

### 1.3. Можливі підходи до класифікації математичних помилок

Помилки студентів є наслідком низки складних факторів, що перебувають у взаємодії: психіка студента, якість навчання та методичні розробки. Удосконалення програм і методів навчання алгебри не викорінює передумов для виникнення математичних помилок, як показує практика. Засвоєння знань супроводжується помилками через різні фактори, які не завжди можуть бути враховані при вивченні математики.

У великому тлумачному словнику сучасної української мови похибка, помилка трактується як:

- 1) неправильність у підрахунках, неправильність у діях;
- 2) неправильна думка, хибне уявлення про щось; 3) некоректність результату яких-небудь дій [10].

«Помилятися означає допускати неправильність у підрахунках, неправильно робити що-небудь, неправильно думати, викривляючи істину, допускати неправильність у передбаченнях, переплутувати що-небудь із чимось подібним» [10, с.855].

Ключовим словом у цьому трактуванні є термін «неправильний», яким характеризують певну дію, яка виконана не за встановленими правилами (чи правилом). Н. А. Кондаков зосереджує увагу на:

- 1) помилках у висновках за аналогією;
- 2) помилках в аргументації питань;
- 3) помилках поспішного узагальнення; 4) помилках в означенні понять [23].

У словнику В. І. Даля «помилкою вважається ненавмисна провина або мимовільне, ненавмисне перекручування чого-небудь» [16, с. 231]. У психології під помилкою розуміють неправильність у діях, думках. У педагогіці робиться акцент на досягненні мети. Помилкою тут вважається результат неправильної (хибної) дії, що не досягла мети. У нашому дослідженні помилкою вважається відхилення від правильної (еталонної) дії, тобто дещо інша, змінена дія, яка призводить до незадовільного результату.

Ми розглядаємо ті помилки учнів, яких вони припускаються під час вивчення алгебри в основній школі.

Ми умовно поділяємо помилки учнів на грубі, негрубі та недоліки. Ми розглядаємо грубі помилки, які свідчать про те, що учень не засвоїв основних теоретичних питань теми або не знає, як застосовувати їх для вирішення завдань. Груба помилка спотворює результат дії, яка не відповідає стандарту. Грубі помилки включають помилки, які вказують:

- незнання основних теорем, правил, формул та невміння їх використовувати;
- про незнання прийомів, що до розв'язування задач аналогічних вивчених;
- про невміння за умовою задачі складати рівняння;
- помилки в обчисленнях, пов'язані з незнанням прийомів і правил виконання дій, помилки в розв'язуванні задач: неправильний вибір дій, пропуск окремих дій, виконання зайвих дій;
- неправильне формулювання запитань;
- невідповідність дії запитанню;
- нерозуміння залежності між величинами в задачі, порушення законів і правил тотожних перетворень тощо.

Прикладами грубої помилки являється:  $10^3 = 30$  (замість  $10 \square 10 \square 10$  виконується множення 10 на 3).

Ми враховуємо грубі помилки в розрахунках або перетвореннях, допущені в результаті необережності; неправильне використання символів; відхилення без пояснення одного з коренів рівняння або збереження у відповідь стороннього кореня; записи відповідей у формі, що дозволяють спростити, порушення вимог на малюнках тощо. Невелика помилка призводить до результату, який за певних застережень можна вважати задовільним. До недоліків належать помилки, які не спотворюють результат. Це можуть бути ірраціональні записи в розрахунках, ірраціональні методи

обчислень, перетворень та вирішення проблем; недбалі схеми та малюнки; деякі помилки у формулюванні питання чи відповіді; примітки тощо.

Помилки, пов'язані з нерозумінням взаємозв'язку між об'єктами та явищами дійсності, вважатимуться фактичними. Наприклад, помилка у пошуку дискримінанта квадратного рівняння через неправильне визначення знаків коефіцієнтів або вільного члена є фактичною.

Завдання. Знайти дискримінант квадратного рівняння  $2x^2 - 7x - 30 = 0$   
Розв'язання.  $D = 49 - 240 = -191$ . (Дискримінант знайдено неправильно.  
Правильна відповідь:  $D = 49 + 240 + 289$ ).

Логічні помилки – це помилки в судженнях, пов'язані з неправильністю думки, тобто із неправильним розумінням зв'язків між самими поняттями. Такі помилки з'являються, наприклад, коли учні теорему плутають з оберненою і протилежною, беруть окремий випадок і роблять з нього неправильний узагальнений висновок тощо.

Завдання. Розв'язати квадратне рівняння  $x^2 - 7x + 10 = 0$ . Відповідь учня: «За теоремою Вієта знаходимо корені рівняння:  $x_1 = 2$ ;  $x_2 = 5$ ».

Помилка в тому, що корені квадратного рівняння знаходяться не за теоремою Вієта, а за теоремою, оберненою до теореми Вієта. Якщо помилка допущена ненавмисно, вона вважається паралогізмом, якщо правила логіки порушуються навмисно, то це софізм.

Г. П. Бевз [4] помилки в розв'язаннях математичних задач поділяє на алгоритмічні, графічні, термінологічні та ситуаційні. Зокрема, алгоритмічними автор вважає помилки, пов'язані з неправильним застосуванням алгоритмів під час обчислень, перетворень виразів.

Наприклад:  $3^2 = 6$ ;  $-(2a+3d) = -2a + 3d$ .

Приклади термінологічних помилок: «вільний коефіцієнт», «кубічна функція», «додатне число» тощо. У своєму дослідженні ми дотримуємось термінології, яку запропонував Г. П. Бевз. Часто виникає питання у педагогічній практиці: в чому суть помилки учня? В чому причина того, що в

одних випадках помилка зрозуміла багатьом учням, а в інших, багато з них помилки не помічає?

Причина полягає в тому, що іноді помилкові думки схожі на правильні, і чим більша ця подібність, тим важче помітити помилку. Здатність помічати правильні та неправильні твердження, зроблені усно або письмово, залежить від уваги, з якою школяр ставиться до цих тверджень. Всім відомо: чим більше уваги зосереджено на певному предметі, тим більше можна побачити таких деталей, які при поверхневому, неуважному обстеженні залишаються непоміченими. Ось чому вчителі математики повинні постійно вимагати уваги з боку учнів, що дозволяє відтворити її відразу після пояснення нового матеріалу. Логічні помилки часто трапляються тому, що школяреві бракує об'єктивності визнати, що те, що насправді неправильно, є неправильним. Свідомо чи несвідомо учень під впливом своїх інтересів прагне зробити одні висновки, а інші відкинути. Це призводить до того, що в міркуваннях, висновки яких відповідають їхнім побажанням, школяр може не помітити навіть грубої логічної помилки, а в міркуваннях, що суперечать його інтересам, відносно легко помічає найменшу нелогічність.

З аналізу літературних джерел випливає, що помилки доцільно об'єднувати в групи за декількома ознаками, а саме:

- 1) за характером вияву;
- 2) за змістом;
- 3) за причинами виникнення.

Таким чином, за характером прояву математичні помилки поділятимуться на випадкові, які не з'являються систематично у окремих учнів, та типові (систематичні), що характеризуються повторюваною появою та масовістю. Випадкові помилки, як правило, свідчать про незнання або недостатнє засвоєння учнями певної математичної дії і в основному пов'язані з послабленням уваги (контролю) під час виконання цієї дії, а типові - результат неправильного засвоєння навчального матеріалу або неможливості застосувати це матеріал для виконання певної дії. .



У нашому дослідженні велика увага приділяється типовим математичним помилкам учнів, організації профілактичних заходів щодо їх запобігання на початку вивчення смислових рядків як необхідної умови безвідмовного засвоєння наступного навчального матеріалу. Зміст помилки включає те, що неправильно зроблено в діях учнів. Якщо за основу взяти зміст помилок, вони розподілятимуться відповідно до смислових рядків курсу математики, і такий розподіл типових помилок охоплює більшість із них, а тому особливо корисний як для студентів, так і для викладачів. Ми вважаємо, що вивчення математичних помилок не повинно закінчуватися виявленням того, що учень зробив неправильно, а має бути продовжене і спрямоване на пошук відповіді на питання: чому він допустив помилку та які обставини є причиною помилки.

#### **1.4. Типові помилки, що стосуються культури математичного мовлення під час усних відповідей**

Кожен правильно спланований і проведений урок по математиці є і одночасно уроком з розвитку мовлення учнів. Уміння логічно мислити, правильно міркувати є необхідною умовою для глибокого і свідомого засвоєння математики. І в самому тісному зв'язку з цим умінням знаходиться вміння з повною ясністю і з більшою точністю викладати свої думки, правильно - з логічної і стилістичної сторони - будувати речення, вживати тільки потрібні слова і цим досягати необхідної стислості.

У сучасному ЗЗСО оцінка усних відповідей відбувається за наступною системою:

- а) Відповідь оцінюється відміткою «відмінно», якщо учень:
  - 1) повністю розкрив зміст матеріалу в обсязі, передбаченому програмою і підручником;
  - 2) виклав матеріал грамотною мовою, точно використовуючи математичну термінологію і символіку, в певній логічній послідовності;

3) правильно виконав малюнки, креслення, графіки, супутні відповіді;

4) показав вміння ілюструвати теорію конкретними прикладами, застосовувати в новій ситуації при виконанні практичного завдання;

5) продемонстрував засвоєння раніше вивчених супутніх питань, сформованість і стійкість використовуваних при відповіді умінь і навичок; б) відповідав самостійно, без навідних запитань вчителя.

Можливі 1-2 неточності при висвітленні другорядних питань або в викладках, які учень легко виправив після зауваження вчителя

б) Відповідь оцінюється відміткою «добре», якщо має один з недоліків:

1) у викладі допущені невеликі прогалини, які не спотворили математичний зміст відповіді;

2) допущені 1-2 недоліки при висвітленні основного змісту відповіді, що виправлені після зауваження вчителя;

3) допущені помилка або більше двох недоліків при висвітленні другорядних питань або в викладках, що легко виправлені після зауваження вчителя;

в) відповідь оцінюється відміткою «задовільно», якщо:

1) неповно розкрито зміст матеріалу (зміст викладено фрагментарно, не завжди послідовно), але показано загальне розуміння питання і продемонстровані вміння, достатні для подальшого засвоєння програми;

2) були труднощі або допущені помилки у визначенні понять, використанні математичної термінології, кресленнях, викладках, але виправлені після кількох навідних запитань вчителя;

3) учень не впорався із застосуванням теорії в новій ситуації при виконанні практичного завдання, але виконав обов'язкове завдання.

г) Відповідь оцінюється відміткою «погано», якщо:

1) не розкрито зміст навчального матеріалу;

2) виявлено незнання або не розуміння учнем більшої або найбільш важливої частини навчального матеріалу;

3) допущені помилки у визначенні поняття, при використанні математичної термінології, в малюнках, кресленнях або графіках, в викладках, що не виправлені після кількох навідних запитань вчителя.

На сторінках методичної літератури неодноразово підкреслюється сприятливий вплив математики на вдосконалення мови учня в сенсі її точності і послідовності. Однак дані цілі не досягаються автоматично. Для їх досягнення необхідна повсякденна робота вчителя математики над словом учня, над формою вираження його думки як при усних відповідях, так і при виконанні різних письмових робіт.

Проглядаються загальні закономірності в відносинах типових помилок і труднощів учнів при вивченні всіх змістовно методичних ліній шкільного курсу геометрії. Як зазначає В.А. Далингер [14], це, в першу чергу:

- обов'язково формальне знання, властивостей геометричних фігур і їх взаємного розташування;
- слабо розвинені просторові уявлення;
- не володіння методами вирішення завдань, особливо завдань на побудови.

Звідси - помилки в правильному формулюванні суджень; у виборі методу рішення; у виконанні зображення фігури, креслення і додаткових побудов і розташування в них необхідної фігури.

### **1.5. Інформаційно-комунікаційні технології як засіб коригування знань учнів з математики**

В останні роки відбулася кардинальна зміна ролі та місця персональних комп'ютерів та інформаційних технологій у суспільстві. Без них неможливо уявити сучасну людину. Сьогодні інформаційні технології є невід'ємною та незамінною частиною нашого суспільства і впливають на процес навчання та систему освіти в цілому. Застосування комп'ютерних інформаційних технологій в навчанні - один з найбільш стійких напрямків розвитку освітнього процесу. На сьогоднішній день зросла необхідність оновлення методів навчання для підвищення ефективності навчального процесу. Тому

одним з головних завдань вчителя математики є формування і розвиток навичок вивчення математики, елементів культури вчення і мислення [17].

Збільшення розумового навантаження на уроках математики змушує задуматися про те, як створити та втримати інтерес учнів до предмета, їх активності протягом усього уроку. Одним з таких методів є використання на заняттях інформаційних комп'ютерних засобів. Одним з основних положень освітнього стандарту є формування універсальних навчальних дій, як найважливішого результату реалізації стандарту.

Згідно з дослідженнями, пам'ять людини залишає 1/4 прослуханого матеріалу, 1/3 частини побаченого, 1/2 частини побаченого та почутого, 3/4 матеріалу, якщо школяр бере участь у активних діях в процесі навчання. Використання ІКТ на уроках математики дозволяє викладачам скоротити час на вивчення матеріалу завдяки наочності та швидкості роботи, перевірити знання учнів в інтерактивному режимі, що підвищує ефективність навчання, допомагає реалізувати весь потенціал особистості - когнітивний, моральний, етичний, творчий, комунікативний та естетичний, сприяє розвитку інтелекту, інформаційної культури учнів [24].

Процес організації навчання школярів з використанням ІКТ дозволяє:

- зробити процес навчання цікавим, за рахунок новизни і незвичайності такої форми роботи для учнів, а також, зробити його цікавішим і яскравішим, урізноманітнити форму за рахунок використання мультимедійних можливостей сучасних комп'ютерів ;
- ефективно вирішити проблему наочності навчання, розширити можливості візуалізації навчального матеріалу, зробивши його більш зрозумілим та доступним школярам для вільного пошуку необхідних навчальних матеріалів у віддалених базах даних за допомогою телекомунікацій, що надалі сприятиме потребам учнів для пошукових операцій;
- індивідуалізувати процес навчання за рахунок наявності різнорівневих завдань, за рахунок занурення і засвоєння навчального матеріалу в індивідуальному темпі, самостійно, використовуючи зручні

способи сприйняття інформації, що викликають в учнів позитивні емоції і формують позитивні навчальні мотиви;

- активізувати учнів при відповіді на питання, тому що комп'ютер дозволяє фіксувати результати (в т.ч. без виставлення оцінки), коректно реагує на помилки;

- самостійно аналізувати і виправляти допущені помилки, коригувати свою діяльність за допомогою наявності зворотного зв'язку, як результат удосконалюються навички самоконтролю;

- здійснювати самостійну навчально-дослідницьку діяльність (моделювання, метод проектів, розробка презентацій, публікацій тощо), розвиваючи тим самим в учнів творчу активність.

Вчитель, який використовує комп'ютерні технології, виступає:

- в ролі інформатора-експерта, викладає текстовий матеріал, який демонструє числовий предметний ряд, який відповідає на питання учнів, що відслідковує результати процесу і т. д.;

- в ролі організатора, який координує взаємодію учнів (розбити на підгрупи, спонукати їх самостійно збирати дані, координувати виконання завдань, підготовку міні-презентацій і т. д.);

- в ролі консультанта (звертаючись до досвіду учнів, допомагати шукати рішення вже поставлених завдань, самостійно ставити нові) [24].

Використання ІКТ в навчальному процесі сприяє вирішенню нагальної проблеми для сучасного суспільства, а саме - підвищення якості освіти. Комп'ютер дозволяє підсилити мотивацію навчання:

- 1) за рахунок активного діалогу учня з комп'ютером, різноманітності і барвистості інформації (текст, звук, відео, колір);

- 2) орієнтацією навчання на успіх (дозволяє вирішити будь-яку задачу до кінця, спираючись на всілякі рекомендації, пояснення, довідники);

- 3) використанням ігрового фону спілкування людини з машиною. Але кожен викладач має розуміти, що застосування комп'ютера повинно органічно вписуватися в навчальний процес, адже використання комп'ютерних технологій на уроках має як позитивні, так і негативні моменти.

З одного боку, комп'ютер - це засіб підвищення ефективності навчання. З його допомогою можна:

- розвивати інтелект школярів і навички самостійної роботи з пошуку необхідної інформації;
- ефективно використовувати наочно-образні компоненти мислення, що грають виключно важливу роль в житті людини;
- розширювати обсяг пропонованої навчальної інформації та набір застосовуваних завдань;
- урізноманітнити форми навчальної діяльності школярів на уроці;
- здійснювати індивідуальний підхід в навчанні;
- проводити самоконтроль і взаємоконтроль за виконанням завдань;
- підвищувати якість контролю знань учнів і урізноманітнити його форми;
- забезпечувати гнучкість управління навчальним процесом;
- підвищувати інтерес дитини до вивчення предмета математики і до навчання в цілому [17].

З іншого боку, комп'ютер - це складний технічний прилад, що негативно впливає на працездатність, загальне самопочуття і здоров'я школярів. Недотримання режиму роботи учнів за персональним комп'ютером чинить негативний вплив на навчально-виховний процес в цілому, оскільки робота з комп'ютером пов'язана зі значними навантаженнями. Тому при організації уроку з ІКТ необхідно:

- чергувати розумову працю і емоційну розрядку, за рахунок вправ, для зняття напруги і втоми при роботі з комп'ютером і для поліпшення мозкового кровообігу;
- ретельно планувати як фронтальну, так і самостійну роботу дітей, обмежуючи її тимчасовими рамками і не допускаючи марної втрати часу.

Згадуючи слова К. Ф. Гаусса про те, що «математика - наука для очей, а не для вух», вважаємо, що математика - це той предмет, в якому використання ІКТ може активізувати всі види навчальної діяльності: вивчення нового

матеріалу, підготовка та перевірка домашніх завдань, самостійна робота, перевірочні та контрольні роботи, позакласна робота, творча робота.

Використання на уроках мультимедійних презентацій реалізує такі принципи:

-принцип наочності дозволяє використовувати на будь-якому уроці ілюстративний матеріал, аудіоматеріал, ресурси різних рідкісних ілюстрацій. Наочність матеріалу підвищує його засвоєння учнями, тому що задіяні всі наявні канали сприйняття учнів - зоровий, механічний, слуховий і емоційний.

-принцип міцності технічно дозволяє багаторазово повертатися до вивченого або досліджуваного матеріалу. Використання навчальних програм дозволяє на одному уроці згадати матеріал попередніх уроків.

-принцип науковості дозволяє отримати більш фундаментальну основу.

-принцип доступності може інтегруватися з технологією диференційованого навчання і дозволяє виводити на монітор або екран різнорівневі завдання, контрольні-тестові завдання, завдання підвищеної складності [24].

-принцип системності дає змогу розробити систему уроків по одній темі (виводити на екран елементи попередніх уроків, пояснювати нове).

-принцип послідовності сприяє запам'ятовуванню більшого обсягу навчального матеріалу.

Урок-презентація забезпечує отримання більшого обсягу інформації і завдань за короткий період. Можна використовувати презентацію при вивченні нового матеріалу, при повторенні, закріпленні навчального матеріалу, для систематичної перевірки правильності виконання домашнього завдання всіма учнями класу, пояснення тих фрагментів, які викликали труднощі, для усних вправ, демонстрації геометричних креслень. Робота з готовим кресленням сприяє розвитку конструктивних здібностей, закріплення навичок культури мови, логіки і послідовності міркувань, навчає складанню усних планів вирішення завдань різної складності.

Можна пропонувати учням зразки оформлення вирішень, записи умови завдання, повторити демонстрацію деяких фрагментів побудов, організувати усне вирішення складних за змістом і формулюванні завдань. Успішно відбувається взаємоперевірка самостійних робіт за допомогою презентації (а саме за відповідями на слайдах, проведенням тестів, рефлексії, демонстрації портретів математиків і розповідей про їх відкриття, ілюстрація практичного застосування теорем в житті).

Використання ІКТ дає можливість для:

- підвищення мотивації навчання;
- індивідуальної активності;
- спрямованість на особистість школяра;
- формування інформаційної компетенції;
- свободи творчості;
- інтерактивності навчання.

Таким чином ІКТ стають невід'ємною частиною сучасного навчального процесу, що сприяє підвищенню якості освіти. Використання інформаційних технологій на уроці здатне зробити навчальний процес більш ефективним і привабливим для учнів. Навчання з використанням інформаційних технологій стає для дитини творчим пошуком, від якого можна отримати задоволення і завдяки якому можна самоствердитися.

Використання ІКТ на уроках математики дозволяє в наочній формі донести матеріал до учнів, полегшити роботу педагога, підняти рівень успішності за рахунок зацікавленості учнів, а та ж скоротити час, відведений на пояснення матеріалу і приділити більше уваги закріпленню. Застосування комп'ютера та інформаційних технологій на заняттях вже не інновація, а необхідність, тому що суспільство розвивається з величезною швидкістю і учні, і вчителі повинні йти в ногу з часом, а щоденне взаємодію з комп'ютерними технологіями дозволяє з легкістю орієнтуватися в інформаційному просторі [6].

Також слід відмітити, що інформаційно-комунікаційні технології являються важливим засобом коригування знань учнів з математики.



Коригування знань, як правило відбувається в процесі їх формування. Прийоми виявлення помилок та недоліків і прийоми їх виправлення у навчальному процесі мають бути у єдності, утворюючи певний прийом. Якщо помилки та недоліки у знаннях учня під час вивчення математики в загальноосвітній школі вже закріпилися, то для їх усунення необхідні надзвичайні зусилля як з боку вчителя, так і самого учня, тому важливою є робота щодо попередження помилок та недоліків у знаннях учнів. Корекція знань учнів, суть якої полягає в тому, щоб проілюструвати помилку чи дефект малюнками, формулами, графічними та символічними комплексами, представленими для зорового сприйняття після оголошення помилкової відповіді, дозволяє майже миттєво порівняти неправильні відповіді з правильними та показати незаперечний доказ помилки або дефекту відповіді школяра.

Завдяки спеціальним програмам стало можливим здійснення оперативної корекції знань учнів з алгебри. Так, в підручнику з алгебри для 8 класу [35] пропонується для побудови графіків функцій та їх дослідження використовувати програму *Advanced Grapher*. Використання комп'ютерних програм для побудови графічних функцій дозволяє скоротити час, необхідний для створення декількох систем координат у зошиті, та уникнути помилок при побудові відповідних графіків. Більше того, в якості додаткових дослідницьких завдань студентам пропонується будувати та вивчати графіки функцій, які вони вивчатимуть у наступних класах. Застосування такого методу є хорошою пропедевтикою вивчення відповідного навчального матеріалу, допомагає запобігти помилкам. Використання технічних засобів сприяє розподілу навчального матеріалу на невеликі сегменти з поточною перевіркою їх засвоєння.

Одним із засобів візуалізації математичної задачі та її вирішення, що робить діалог між учнем та викладачем більш доступним та евристичним, є педагогічне програмне забезпечення GRAN [17]. Завдяки його застосуванню ви можете одночасно вивчати алгебру та коригувати набуті знання. Посібники для вчителя, що входять до програмно-методичного набору GRAN, містять

велику кількість математичних прикладів, що ілюструють графічні зображення завдань та вправ для самостійного виконання, запитання для самоконтролю. GRAN має досить різноманітний набір інструментів для роботи з функціями та їх графіками. Функціональні можливості, методичне забезпечення та простота засвоєння програми дозволяють успішно використовувати її при вивченні математики.

В організації та виконанні роботи над помилками учнів при вивченні деяких тем з алгебри в основній школі раціонально використовувати ППЗ GRAN 1 [34]. Оскільки виконані завдання в зошиті можна одразу перевірити із виконаними завданнями на моніторі комп'ютера. Це стосується графічних способів перевірки аналітично розв'язаних завдань, зокрема розв'язування систем рівнянь та нерівностей.

Так, наприклад, під час вивчення в 9 класі квадратичної функції, найбільше труднощів виникає в учнів під час побудови та перетворення графіків. Візуалізація виконання завдань та здійснення миттєвої перевірки виконаних побудов, дозволить ліквідувати прогалини в знаннях ще на етапі їх формування. Під час вивчення алгебри в основній школі, в здійсненні контролю з комп'ютерною підтримкою реально використовувати тестові завдання навчального характеру, за допомогою яких учень та вчитель мають змогу з'ясувати рівень засвоєння навчального матеріалу своєчасно, адже, результати перевірки можна отримати одразу після проходження тесту, в разі необхідності проаналізувати помилки, провести корегувальні заходи, таким програмним засобом є MyTest.

Нині існує велика кількість програм для підтримки організації тестового контролю знань, а також набори тестових завдань, наприклад, безкоштовний Інтернет-сервіс для створення тестів Майстер-тест. За допомогою даного сервісу можна створити самостійно набір тестових завдань з алгебри або скористатися бібліотекою вже наявних. Помилки та недоліки під час виконання завдань з алгебри вимагають від учителя кваліфікованого пояснення та наведення конкретних прикладів, які б демонстрували учням

відмінність правильного і неправильного виконання цих завдань, тому вдале та своєчасне застосування ІКТ значно полегшує корегувальні дії.

Поділяємо погляди науковців [17;24], які, розглядаючи умови використання комп'ютерно-орієнтованих систем навчання, зазначають, що процес навчання потрібно організувати та здійснювати відповідно до принципів навчання.

## РОЗДІЛ 2

### МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ПОПЕРЕДЖЕННЯ, ВИЯВЛЕННЯ ТА ВИПРАВЛЕННЯ ПОМИЛОК ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ 5-6 КЛАСІВ

#### 2.1. Характеристика навчального змісту курсу математики 5-6 класів та особливостей його реалізації

У процесі дослідження ми здійснили аналіз Типової освітньої програми закладів загальної середньої освіти II ступеня (базова середня освіта), що розроблена на виконання Закону України «Про освіту» та постанови Кабінету Міністрів України від 23 листопада 2011 року № 1392 «Про затвердження Державного стандарту базової та повної загальної середньої освіти».

Типова освітня програма базової середньої освіти (далі - Типова освітня програма) окреслює рекомендовані підходи до планування й організації закладом освіти єдиного комплексу освітніх компонентів для досягнення учнями обов'язкових результатів навчання, визначених Державним стандартом базової та повної загальної середньої освіти (далі – Державний стандарт).

Типова освітня програма визначає:

- загальний обсяг навчального навантаження, орієнтовну тривалість і можливі взаємозв'язки окремих предметів, факультативів, курсів за вибором тощо, зокрема їх інтеграції, а також логічної послідовності їх вивчення які натеper подані в рамках навчальних планів;
- очікувані результати навчання учнів подані в рамках навчальних програм; пропонується зміст навчальних програм, які мають гриф «Затверджено Міністерством освіти і науки України» і розміщені на офіційному веб-сайті МОН);
- рекомендовані форми організації освітнього процесу та інструменти системи внутрішнього забезпечення якості освіти;
- вимоги до осіб, які можуть розпочати навчання за цією Типовою освітньою програмою.

У контексті нашого дослідження зупинимося на аналізі змісту курсу математики для 5-6 класів. Відповідно до мети та загальних цілей, окреслених у Державному стандарті, визначено завдання, які має реалізувати вчитель/вчителька у рамках кожної освітньої галузі. Результати навчання повинні робити внесок у формування ключових компетентностей учнів. Математична компетентність передбачає:

**Уміння:** оперувати текстовою та числовою інформацією; встановлювати відношення між реальними об'єктами навколишньої дійсності (природними, культурними, технічними тощо); розв'язувати задачі, зокрема практичного змісту; будувати і досліджувати найпростіші математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ, інтерпретувати та оцінювати результати; прогнозувати в контексті навчальних та практичних задач; використовувати математичні методи у життєвих ситуаціях.

**Ставлення:** усвідомлення значення математики для повноцінного життя в сучасному суспільстві, розвитку технологічного, економічного й оборонного потенціалу держави, успішного вивчення інших предметів.

Такі ключові компетентності, як уміння вчитися, ініціативність і підприємливість, екологічна грамотність і здоровий спосіб життя, соціальна та громадянська компетентності можуть формуватися відразу засобами усіх предметів.

Згідно Типової освітньої програми Навчальним планом закладів загальної середньої освіти передбачено вивчення математики в 5 і 6 класах по 4 години на тиждень.

Курс математики 5-6 класів передбачає розвиток, збагачення і поглиблення знань учнів про числа і дії над ними, числові й буквені вирази, величини та їх вимірювання, рівняння, числові нерівності, а також уявлень про окремі геометричні фігури на площині і в просторі. Понятійний апарат, обчислювальні алгоритми, графічні уміння і навички, що мають бути сформовані на цьому ступені вивчення курсу, є тим підґрунтям, що забезпечує успішне вивчення в наступних класах алгебри і геометрії, а також інших навчальних предметів, де застосовуються математичні знання.

Оснoву курсу становить розвиток поняття числа та формування міцних обчислювальних і графічних навичок. У 5 - 6 класах відбувається поступове розширення множини натуральних чисел до множини раціональних чисел шляхом послідовного введення дробів (звичайних і десяткових), а також від'ємних чисел разом із формуванням культури усних, письмових, інструментальних обчислень.

Навчальний матеріал, що стосується виразів, величин, рівнянь і нерівностей, геометричних фігур, має загалом пропедевтичний характер. Ознайомлення з ним готує учнів до свідомого системного вивчення відповідних тем у курсах алгебри і геометрії. Зокрема, учні мають дістати уявлення про використання букв для запису законів арифметичних дій, формул, навчитись обчислювати значення простих буквених виразів, скласти за умовою задачі й розв'язувати нескладні рівняння першого степеня спочатку на основі залежностей між компонентами арифметичних дій, а згодом із використанням основних властивостей рівнянь.

Важливе значення для підготовки учнів до систематичного вивчення алгебри, геометрії та інших предметів мають початкові відомості про метод координат, які дістають учні 5 - 6 класів: зображення чисел на координатній прямій, прямокутна система координат на площині, виконання відповідних побудов, побудова і аналіз окремих графіків залежностей між величинами.

Істотне місце у вивченні курсу займають текстові задачі, основними функціями яких є розвиток логічного мислення учнів та ілюстрація практичного застосування математичних знань. Під час розв'язування текстових задач учні також вчать використовувати математичні моделі. Розв'язування таких задач супроводжує вивчення всіх тем, передбачених програмою.

Зміст геометричного матеріалу включає початкові відомості про планіметричні (відрізок, промінь, пряма, кут, трикутник, прямокутник, квадрат, коло, круг) і стереометричні (прямокутний паралелепіпед, куб, піраміда, циліндр, конус, куля) фігури. Учні набувають навичок вимірювання довжини відрізка й градусної міри кута, знаходження площ і об'ємів деяких

фігур, побудови геометричних фігур за допомогою лінійки, косинця, транспортира і циркуля. Розширюються уявлення учнів про вимірювання геометричних величин на прикладах вимірювання і порівняння відрізків і кутів, побудови відрізків даної довжини і кутів із заданою градусною мірою, оперування формулами периметрів, площ і об'ємів геометричних фігур – знаходження невідомого компонента формули за відомими. Побудова кута за допомогою транспортира або косинця (прямого кута), прямої та відрізка за допомогою лінійки використовується при побудові трикутників, прямокутників, перпендикулярних і паралельних прямих.

Вивчення геометричних фігур має передбачати використання наочних ілюстрацій, прикладів із довкілля, життєвого досвіду учнів, виконання побудов і сприяти виробленню вмінь виділяти форму і розміри як основні властивості геометричних фігур. Закріплення понять супроводжується їх класифікацією (кутів, трикутників, взаємного розміщення прямих на площині). Властивості геометричних фігур спочатку обґрунтовуються дослідно-індуктивно, потім застосовуються в конкретних ситуаціях, що сприяє виробленню в учнів умінь доказово міркувати.

Основа інтеграції геометричного матеріалу з арифметичним і алгебраїчним - числові характеристики (довжина, площа, об'єм) геометричних фігур. Узагальнюються знання учнів про одиниці вимірювання довжини, площі, об'єму і вміння переходити від одних одиниць до інших, оскільки ці знання і вміння використовуються у вивченні предметів природничого циклу і в трудовому навчанні.

Важливим є формування в учнів умінь подавати дані у вигляді таблиць, графіків і діаграм різних типів та на основі їхнього аналізу робити відповідні висновки.

Вивчення математики у 5 - 6 класах здійснюється з переважанням індуктивних міркувань в основному на наочно-інтуїтивному рівні із залученням практичного досвіду учнів і прикладів із довкілля. Відбувається поступове збільшення теоретичного матеріалу, який вимагає обґрунтування

тверджень, що вивчаються. Це готує учнів до ширшого використання дедуктивних методів на наступному етапі вивчення математики.

## **2.2. Аналіз типових помилок учнів під час вивчення математики 5-6 класів**

Відомі вітчизняні методисти-математики справедливо вважають, що курс математики 5-6 класів є важливою складовою ланкою всієї шкільної математики. Одним з основних вимог до його побудови є структурування змісту на єдиній основі, яка, з одного боку, забезпечує продовження і розвиток ідей, реалізованих під час навчання математиці в початковій школі, а з іншого боку, служить для вивчення математики в старших класах.

Програма з математики для 5-6 класів висуває в якості важливої мети систематичний розвиток поняття числа, вироблення умінь виконувати усно і письмово арифметичні дії над числами, переводити практичні завдання на мову математики, підготовку учнів до вивчення систематичних курсів алгебри та геометрії. В ході вивчення курсу учні розвивають навички обчислень з натуральними числами, оволодівають навичками дій з звичайними дробами, отримують початкові уявлення про використання букв для запису виразів і числових властивостей, вчаться складати за умовою текстової задачі нескладні лінійні рівняння і вирішувати їх, продовжують знайомство з геометричними поняттями, отримують навички побудови геометричних фігур і вимірювання геометричних величин.

В системі математичної освіти велике значення приділяється обчислювальній культурі учнів. При вивченні математики в 5-6 класах учні опановують навичками обчислень з натуральними, цілими числами, звичайними і десятковими дробами. Тому, на наш погляд, до обчислювальних доцільно віднести перш за все помилки, яких припускаються школярі при виконанні математичних дій: додавання, віднімання, множення, ділення натуральних чисел, звичайних, десяткових дробів, цілих і від'ємних чисел, а також зведення чисел в ступінь.



При виконанні дій з десятковими дробами типовими помилки школярів є такі:

Помилка 1. Пропуск нуля

$$\begin{array}{r}
 10403 \quad | \quad 101 \\
 \underline{101} \quad 13 \\
 - \quad 303 \\
 \underline{\quad 303} \\
 0
 \end{array}$$

Сутність цієї помилки полягає в неправильному використанні алгоритму ділення чисел стовпчиком: при виконанні ділення багатозначних чисел в тому випадку, коли ділене менше дільника, не зноситься нуль. Причина появи помилки корениться в несформованості навички використання названого алгоритму. Ця помилка може бути також допущена учнем через неуважність.

Сфера можливих проявів даної помилки досить широка: ділення натуральних чисел, ділення десяткових дробів, знаходження значень числових виразів, вирішенні рівнянь, текстових завдань і т.д.

В силу того, що учень забуває дописати нуль, що залишився, після виконання ділення, виникає помилка наступного, виду:

$$85000 : 250 = 8500 : 25 = 34.$$

Сутність наведеної помилки: неправильне використання алгоритму ділення багатозначних чисел, що закінчуються нулем. Відзначимо, що причини цієї помилки ті ж, що і у попередньої, вона ще більш поширена в практиці навчання математики, ніж перша.

Помилка 3

$$\begin{array}{r}
 \underline{736} \quad | \quad 8 \\
 \underline{64} \quad 812 \\
 - \quad 9 \\
 \underline{\quad 8} \\
 - \quad 16 \\
 \underline{\quad 16} \\
 0
 \end{array}$$

Як бачимо, помилка допущена в першому рядку наведеного алгоритму ділення стовпчиком: невірно підібрано перше кратне - 8, тоді як повинно бути 9,  $9 * 8 = 72$ , а наступні кратні по даному алгоритму підібрані вірно.

Сутність цієї помилки полягає в неправильному використанні алгоритму ділення стовпчиком. Причини ті ж, що і вище: несформованість навичку використання алгоритму розподілу натуральних чисел, неухважність.

Зауважимо, що дана помилка досить стійка, зустрічається не тільки в учнів досліджуваного віку, але навіть і у абітурієнтів. Найчастіше вона виникає при знаходженні значень виразів, при виконанні завдань на ділення багатозначних чисел і т.д.

Досить своєрідні і різноманітні помилки в математичних обчисленнях виникають при вивченні дробових чисел. Проілюструємо сказане конкретними прикладами:

$$4) \frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{14}$$

$$5) 31 - 5\frac{1}{2} = 26\frac{1}{2}$$

$$6) 23\frac{2}{3} - 4\frac{1}{3} = 19$$

Помилку 4 здійснюють при додаванні двох дробів з однаковими знаменниками: додають чисельники вихідних дробів і отримують чисельник нового дроби, додають знаменники вихідних дробів і отримують новий знаменник.

Помилка 5 допускається в тих випадках, коли з натурального числа, віднімають цілу частину змішаного числа, а не все число.

Помилка 6 виникає тоді, коли віднімаються цілі частини змішаних чисел без їх дрібних частин. Можливою причиною розглянутих помилок 4-6 є перенесення вивчених раніше правил в нові умови. Сфера можливих проявів: помилки даного виду зустрічаються особливо часто при виконанні дій додавання і віднімання з звичайними дробами, при знаходженні числового значення виразу або його спрощення.

Неправильна постановка коми при діленні десяткових дробів є сутністю помилки 8:  $5,160 : 5 = 5160 : 5000$ .

$$\begin{array}{r}
 \underline{5160} \quad \overline{5000} \\
 \underline{5000} \quad 13 \\
 \underline{1600} \\
 \underline{1500} \\
 \underline{1000} \\
 \underline{1000} \\
 0
 \end{array}$$

В даному випадку, правильно виконане ділення, але не враховується те, що перед тим як записати нуль в ділене, треба відокремити цілу частину комою. Можливою причиною помилок даного виду є ослаблення уваги школяра. Сфера можливих проявів: виконання дій з десятковими дробами.

При виконанні дій з додатними і від'ємними числами найчастіше виникають помилки виду:

$$\text{Помилка 9. } -171,6 - 96,2 = -75,4$$

Сутність цієї помилки в тому, що не використовується зовсім або використовується неправильно правило віднімання чисел з різними знаками.

До можливих причин появи цієї помилки можна віднести неправильну аналогію, неуважність школярів.

Помилка 10.

$$\frac{54}{95} : \left( - \frac{108}{45} \right) = \frac{54}{95} \cdot \frac{45}{108} = \frac{9}{38}$$

Сутність цієї помилки полягає в неправильному знаходженні дробу, оберненого до дільника. Одна з можливих причин цієї помилки аналогічна попередній.

При обчисленні степенів найбільш поширеною є наступна

$$\text{Помилка 11. } 5^3 = 15$$

Сутність цієї помилки полягає в тому, що замість піднесення до степеня виконано множення натуральних чисел. Причина корениться в несвідомому виконанні математичних дій.

Аналіз емпіричного матеріалу дозволяє помітити, що багато вчителів при навчанні математики, звертаючи увагу на правильність розв'язання, не

завжди достатньо критично ставляться до оформлення розв'язання. Будь-яка недбалість або неакуратність школяра в математичному записі може привести до зміни змісту виразів, формул, які можуть привести до неправильних розв'язань. Зауважимо, що в порівнянні з іншими типами помилок, дані зустрічаються не так часто. До помилок в математичних записах, ми відносимо всі такі помилки школярів, які допускаються ними при записах натуральних і раціональних чисел при використанні математичних символів, під час запису алгоритмів виконання дій з числами, при запису позначень геометричних фігур і т.д. Проілюструємо сказане прикладами. '

Помилка 1. При виконанні завдань типу: «Запишіть цифрами число сто двадцять три мільйона сімдесят п'ять тисяч дев'яцот сімдесят три» учні пропускають в запису нуль при відсутності відповідного розряду, записуючи 12375973. При цьому нуль найчастіше пропускається при відсутності старших розрядів будь-якого класу .

Помилка 2.

$$\begin{array}{r} 59372 \\ +306 \\ \hline 89972 \end{array}$$

Сутність цієї помилки полягає в порушенні принципу запису доданків при додаванні чисел стовпчиком: цифру 3 потрібно було записати під розрядом сотень в першому доданку. Можливою причиною цієї помилки є несформованість навички запису чисел при їх додаванні стовпчиком. Дана помилка зустрічається найчастіше при додаванні і відніманні натуральних чисел і десяткових дробів.

Помилка 3. При вивченні звичайних дробів поширені випадки недотримання масштабу в запису змішаних чисел, виду  $\frac{55}{49} = \frac{16}{49}$  які призводять зрештою до грубих помилок.

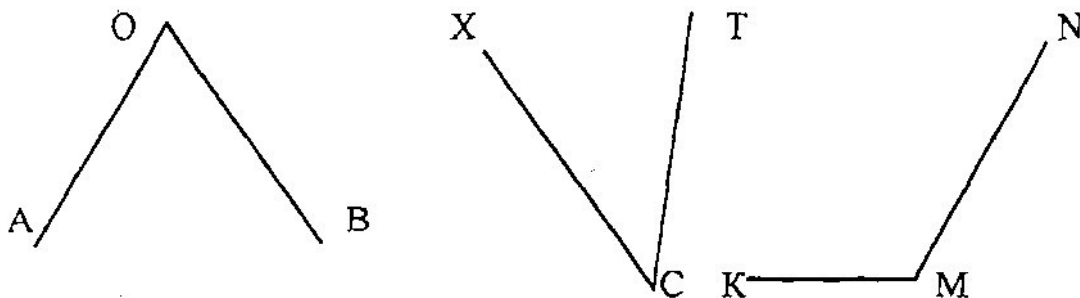
При перетворенні мішаних дробів на десяткові школярами допускається помилка виду  $150 \cdot 89 / 1000 = 150,89$  (4) пов'язана з неправильним записом дробової частини: на місці відсутнього розряду пропущений нуль.

Помилка 5 зустрічається в запису десяткових дробів при додаванні стовпчиком

$$\begin{array}{r} 301,2 \\ + 12,18 \\ \hline 42,30 \end{array}$$

Сутність цієї помилки полягає в порушенні принципу запису десяткових дробів при додаванні стовпчиком: кома другого доданка повинна бути записана під комою першого доданка. До можливих причин появи таких помилок слід віднести перенесення раніше вивченого правила (складання натуральних чисел) в нові умови.

При позначенні кутів виникають помилки виду



Помилка 6 -  $\angle BAO$

Помилка 7 -  $\angle CXT$

Помилка 8 -  $\angle K$

Сутність даних помилок полягає в порушенні прийнятого правила запису кутів. До можливих причин виникнення цих помилок можна віднести неуважність, несвідоме виконання записів. Дана помилка може бути виправлена при складанні завдань провокуючого характеру.

Наступним кроком дослідження є розробка рекомендацій по запобіганню та усуненню помилок, що допускають учні під час вивчення математики у 5-6 класах.

### **2.3. Запобігання та усунення помилок, що допускають учні під час вивчення раціональних чисел та дій над ними**

Курс математики 5 - 6 класів являє собою органічну складову частину всієї шкільної математики, тому основною вимогою до його побудови є

структурування змісту на єдиній ідейній основі, яка, з одного боку, являється продовженням і розвитком ідей, реалізованих під час навчання математики в початковій школі, і, з іншого боку, служить для подальшого вивчення математики в старших класах.

Першим розширенням поняття числа є введення дробових чисел в курсі математики 5 класу. Вивчення в 5 класі десяткових дробів спирається на наявні в учнів відомості про натуральні числа. З формування поняття звичайного дроби починається робота з десятковими дробами. Це обумовлено тим, що вивчення десяткових дробів без попереднього ознайомлення зі звичайними дробами викликає різного роду труднощі у школярів. Наприклад, не знаючи, що таке половина числа, учні не можуть уявити десяту, соту частки числа; десятковий дріб не сприймається учнями як результат ділення цілого на рівні частини і взяття кількох таких частин.

У практиці викладання основним методом вивчення нових чисел, зокрема дрібних, є пояснення, які спираються на знання, життєвий досвід учнів. Згідно з програмою і підручником з математики формування поняття дроби починається з уміння отримувати частки при розподілі будь-якої величини на кілька рівних частин. Учні повинні вміти називати і показувати частки відрізка, кола, прямокутника і інших предметів. На базі доцільно підібраних вправ, на основі життєвого досвіду учнів, що є мотивуванням введення поняття дроби, що сприяє формуванню особистісних універсальних навчальних дій у учнів, дається опис нового числа. Далі наводяться приклади звичайних дробів, і дається форма запису звичайного дроби.

Велике значення у вивченні дробів має використання графічного методу, зокрема координатного променя. Учні виконують ряд вправ, за допомогою яких формуються вміння відзначати на промені точку, відповідну даному дроби, і, навпаки, називати дріб відповідну зазначеній на промені точці. Координатний промінь широко використовується також для порівняння дробів та для вивчення основної властивості дроби. Подібного роду завдання формують вміння зіставляти числа і точки на координатному промені. У

методичній літературі за традицією до дробових чисел відносять звичайні і десяткові дроби, а також змішані числа (іноді їх називають змішані дроби).

При будь-якому способі реалізації навчання про дробові числа вчителю необхідно домагатися свідомого засвоєння матеріалу учнями, вироблення міцних навичок у виконанні дій. Теоретичні факти повинні впливати з розгляду конкретних завдань з широким залученням наочності і життєвого досвіду учнів. Програма не вимагає використання дробів з дуже великими знаменниками, щоб не вносити додаткові обчислювальні труднощі. Слід пропонувати учням вправи для усних обчислень з дробовими числами.

Основні причини низької якості засвоєння поняття дробу полягають в механічному заучуванні, в недостатній увазі до усвідомленого сприйняття поняття, встановлення взаємозв'язку між множинами вивчених і нововведених чисел, виявлення загальних і особливих характеристик цих множин [10].

Кожен метод навчання реалізується за допомогою навчальних завдань, які виходять в результаті перекладу цілей навчальної діяльності в завдання для учнів текстового типу і служать для досягнення цих цілей в процесі навчання. При цьому можна виділити узагальнені типи навчальних завдань, що забезпечують виправлення помилкових знань в учнів і досягнення навчальних цілей при вивченні теми: «Дробові числа».

Виділяють такі типи навчальних завдань, спрямованих: I.

на формування знання теоретичного матеріалу:

1. Вставити пропущені слова у формулюванні визначення, властивості, правила дій, алгоритму або прийому, доказу і т.д. так, щоб воно було вірним.
2. Серед даних пропозицій (формул, відповідей і т.п.) вибрати правильне.
3. Визначити, чи правильно це твердження (вираз, схема, формула і т.п.).
4. Сформулювати основні визначення, правила, алгоритми або прийоми.
5. Переказати усно сприйняту інформацію, виділити головне.

6. Прочитати текст за підручником і відтворити зміст його основних положень.

7. Поставити питання до тексту з можливими варіантами відповідей.

8. Скласти власний текст по темі, перевірити його правильність.

II. на формування розуміння досліджуваного матеріалу:

1. Привести приклади до поняття, властивості, правила.

2. Прокоментувати самостійне письмове виконання будь-якого завдання.

3. Скласти план доведення теореми (властивості).

4. Встановити будь-які зв'язки нового з раніше вивченим (порівняти, узагальнити, класифікувати, систематизувати їх).

5. Вибрати серед запропонованих завдання, для вирішення яких можна використовувати дану властивість, правило.

6. Відповісти на питання, що відображають причинно-наслідкові зв'язки: «Навіщо ...», «Чому ...».

III. на формування умінь і навичок:

1. Виконати практичну роботу тренувального характеру.

2. Виконати дії за даним зразком, алгоритмом, прийомом, правилом, схемою.

3. Вирішити типову задачу, використовуючи відомий прийом.

4. За умовою даної математичної задачі визначити, які визначення, правила, прийоми необхідно використовувати для її вирішення.

5. Розчленувати це завдання на підзадачі.

6. Знайти помилку в рішенні даного завдання, виявити її сутність.

7. Знайти помилку в застосуванні прийому до вирішення завдання, виявити її сутність.

8. виправити помилки, допущені у вирішенні задачі.

9.Зробити перевірку і дати оцінку результатам виконання завдання [11].



Н.А. Менчинська провела дослідження з учнями п'ятого класу з метою з'ясування, які ступені проходять учні при засвоєнні поняття дробу. Психолог виділила три етапи формування поняття дріб:

1. Поділ предметів навіть без назви результату;
2. Відображення процесу поділу в поданні й мові;
3. Вирішення задач за допомогою абстрактних дробових чисел.

При цьому автор підкреслює, що при навчанні дітей операціями з дробом, необхідно переводити їх через ці три послідовні щаблі. Так, при введенні поняття дріб ще в початковій школі потрібно забезпечити поєднання двох аспектів вивчення поняття дробу: вміння бачити рівні частки на малюнку (кресленні) і вміння самостійно утворювати частки, розчленовуючи ціле на частини. Тільки після того, як у дітей буде накопичено достатній досвід в розподілі на рівні частки реальних предметів, можна переводити їх на більш високі щаблі, тобто спочатку усувати момент «особистої» дії при утворенні дробу, зберігаючи зорове сприйняття рівних часток, а потім виключати і цей момент сприйняття, змушуючи учнів подумки представляти процес утворення дробу.

Однією з причин формального засвоєння операцій з дробами Н.А. Менчинська називає несвоєчасно раннє повідомлення учням назв дробів (коли учні ще не знають, як утворюється дріб). Назва дробу повинна вводитися в нерозривному зв'язку з процесом повного усвідомлення дітьми того, як утворився дріб.

Труднощі при освоєнні учнями операцій з дробами пояснюються також тим, що цілий ряд понять, правил і способів дій, з якими знайомляться учні при вивченні дробів, вступають в протиріччя з тими поняттями, правилами і способами дії, які ними були міцно засвоєні при вивченні цілих чисел.

Значну увагу цьому моменту приділено в методичному посібнику А.С. Бджілки. «Значні труднощі для розуміння дробу, - говорить А.С. Бджілка, - представляє неоднаковий характер зміни дрібного числа при зміні чисельника і знаменника. При збільшенні чисельника дріб збільшується - це аналогічно цілим числам і це порівняно легко сприймається учнями. Але при збільшенні

знаменника дробове число зменшується - це незвично для учнів. Це знаходиться навіть в деякому протиріччі з досвідом дітей в області цілих чисел». Н.А. Менчинська також виділяє поняття «знаменник» як поняття, що представляє особливу складність для засвоєння учнями.

Так, учні з легкістю порівнюють дроби з рівними знаменниками, переносячи навички порівняння з області цілих чисел, вони з легкістю пояснюють свої дії, нерідко вказуючи, у скільки разів один дріб перевершує інший. У той же час діти відчують труднощі при порівнянні дробів з різними знаменниками, плутаються в поясненні своїх дій. Трапляється, що при додаванні і відніманні дробів школярі складають і віднімають знаменники. Помилки подібного роду не виникають, якщо школярі з самого початку осмислили своєрідність поняття «знаменник».

Л.І. Дранова вказує на те, що школярі не зможуть правильно проаналізувати запропоновані арифметичні приклади на додавання і віднімання дробів, якщо в «свідомості учнів не затвердити головне: дріб - це не те число, яке позначає кількість предметів, це число - відношення». Для того, щоб школярі могли уникнути помилки при виконанні дій з звичайними дробами, вона рекомендує активно використовувати мовну регуляцію діяльності, тобто «починати складання дробів без математичного запису, усно промовляючи назви дробів, що беруть участь у складанні», що сприяє розвитку комунікативних навчальних дій в учнів [13].

В діях зі звичайними дробами найтипівіші помилки учнів:

1. При додаванні (відніманні) дробів складають (віднімають) чисельники і знаменники:

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \frac{4}{9}, \frac{4}{7} - \frac{1}{2} = \frac{3}{5}.$$

2. Учні, складаючи (віднімаючи) дроби, можуть забути помножити їх чисельники на додаткові множники:

$$\frac{3}{7} + \frac{4}{5} = \frac{7}{35}, \frac{7}{9} - \frac{4}{5} = \frac{3}{45}.$$

3. Не привівши до спільного знаменника, цілу частину додають до чисельника:

$$3 + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}.$$

4. Без приведення до спільного знаменника від цілої частини віднімають чисельник:

$$5 - \frac{3}{4} = \frac{5-3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

Учням, які допускають такого роду помилки, можна запропонувати індивідуальні завдання на картках, які спонукають до встановлення невірних результатів і пошуку помилок.

Картка №1. Властивості чисел:

- при додаванні сума чисел не може дорівнювати одному з доданків; - не може бути сума чисел менше будь-якого доданка.

Завдання:

1) в наступних діях поясніть помилку, враховуючи перераховані вище властивості чисел:

a)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3};$

b)  $5 + \frac{3}{4} = \frac{5+3}{4} = \frac{8}{4} = 2.$

2) з даних прикладів знайдіть вірні і підкресліть їх, а невірні виправте:

a)  $\frac{5}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5};$

b)  $\frac{8}{9} + 1\frac{1}{9} = 2;$

c)  $\frac{1}{7} + \frac{3}{21} = \frac{4}{21}.$

Картка №2. Правила:

- віднімання перевіряється складанням;  
- різниця двох чисел не може бути більше зменшуваного.

Завдання:

1) встановіть, чи правильно виконано віднімання:

$$\text{a) } 5 - \frac{5}{8} = \frac{5-5}{8} = \frac{0}{8} = 0;$$

$$\text{b) } \frac{7}{8} - \frac{3}{4} = \frac{7-3}{4} = \frac{4}{4} = 1.$$

2) поставте замість квадратиків такі числа, щоб рівності стали вірними:

$$\text{a) } \frac{1}{5} + \square = \frac{14}{15};$$

$$\text{b) } \frac{3}{5} - \square = \frac{2}{5};$$

$$\text{c) } 7\frac{2}{5} - 4\frac{1}{3} = \square.$$

У виробленні основних навичок при корекційній роботі можна використовувати завдання із застосуванням класифікації.

Завдання: вписати неправильні дроби і виділити цілу частину:

$$1) \frac{21}{7}; 2) \frac{51}{4}; 3) \frac{10}{17}; 4) \frac{12}{15}; 5) \frac{61}{17}; 6) \frac{29}{21}.$$

При множенні і діленні змішаних чисел учнями допускаються помилки, пов'язані з невмінням трансформувати їх в неправильний дріб.

Наприклад, можуть помножити окремо цілі і окремо дробові частини:

$$5\frac{1}{4} \cdot 2\frac{3}{7} = 10\frac{3}{28}.$$

Учні ділять цілі частини чисел, дробову ж частину першого числа переписують.

$$8\frac{3}{4} \div 4\frac{1}{7} = 2\frac{3}{4}.$$

При вивченні теми: «Дробові числа» в 5 класі в учнів нерідко виникають труднощі. Так учні часто не можуть самотійно виявити щось спільне, що властиво десятковим дробам, і іншим числам, оскільки не володіють логічним прийомом порівняння. Саме тривале навчання порівнянню є однією з особливостей корекційної роботи. Так при переході до десяткових дробів вчитель повинен бути готовий до того, що учні довго будуть шукати звичні їм, зовнішні ознаки дробу, коли в запису присутній одночасно чисельник і знаменник, причому останній стоїть під першим.

## 2.4. Запобігання та усунення помилок, що допускають учні під час розв'язування текстових задач, зокрема задач на відсотки

Одним з питань методики викладання математики є питання формування в учнів умінь і навичок вирішення текстових задач. Задачі є матеріалом для ознайомлення учнів з новими поняттями, для розвитку логічного мислення, формування міжпредметних зв'язків. Завдання дозволяють застосовувати знання, отримані при вивченні математики, при вирішенні питань, які виникають в житті людини. Етапи вирішення задач є формами розвитку розумової діяльності. Цілеспрямована робота над помилками вимагає їх систематизації. При цьому головну роль повинні зіграти групи помилок, які об'єднані спільними причинами їх появи, загальною методикою роботи над ними. Така систематизація помилок дозволяє намітити шляхи їх виправлення та попередження цих помилок в майбутньому

Цілеспрямована робота над помилками вимагає їх систематизації. При цьому головну роль повинні зіграти групи помилок, які об'єднані спільними причинами їх появи, загальною методикою роботи над ними. Така систематизація помилок дозволяє намітити шляхи їх виправлення та попередження цих помилок в майбутньому.

Широко відомі серйозні труднощі, які відчувають учні при вирішенні завдань.

1. Помилки і недоліки, які обумовлені неувагою до формування теоретико-множинних уявлень учнів:

- помилки, пов'язані з недостатньо чітким володінням поняттями множин;
- помилки, які виникають в результаті недостатньо чіткого володіння операціями перетину і об'єднання множин.

2. Помилки, які пов'язані з недостатньою логічною підготовкою учнів:

- помилки, пов'язані з нерозумінням структури теореми;
- помилки, які обумовлені нерозумінням залежності між прямою і зворотною теоремами;

- помилки, пов'язані з нерозумінням методу доказу від протилежного.

3. Помилки, які допускають учні через відсутність і нестійкості самоконтролю.

- перша складність полягає в математизації запропонованого тексту, тобто в складанні математичної моделі, яка може являти собою рівняння, нерівність або їх систему, діаграму, графік, таблицю, функцію і т.д.

- для того, щоб перевести зміст завдання на математичну мову, учню необхідно ретельно вивчити і правильно витлумачити його, формалізувати питання завдання, висловивши шукані величини через відомі величини і введені змінні.

- друга складність - складання рівнянь і нерівностей, що зв'язують дані величини і змінні, які вводить учень.

- третя проблема - це рішення отриманої системи рівнянь або нерівностей бажано найбільш раціональним способом.

Проаналізуємо деякі типові помилки учнів, 5-6 класів під час вирішення задач.

Найчастіше при вирішенні задач на рух учні не звертають увагу на те, що швидкість дана в одних одиницях виміру, а час або відстань в інших, тому логічно міркування будується вірно, але в результаті завдання не вирішене.

При зіставленні тексту задачі та рівняння для її вирішення учні позначають за  $x$  не ту величину, яка запропонована їм в завданні.

*Задача: Швидкість першого велосипедиста на 3 км/год більша швидкості другого, тому на шлях довжиною 20 км йому потрібно на 20 хв. менше, ніж другому. Чому дорівнює швидкості велосипедистів? Нехай  $x$  км/год швидкість першого велосипедиста.*

Типові помилки:

$$20: (x + 3) - 20: x = 20$$

При вирішенні завдань на відсотки (подорожчання, знижки) учні повторну зміну величини знаходять, не застосовуючи правила знаходження частини від попередньої ціни, шляхом додавання і віднімання відсотків.

Задача: *Магазин закупив на складі футболки і став продавати їх за ціною, що приносить дохід в 40%. В кінці року ціна була знижена на 50%. Яка ціна менше: та, по якій магазин закупив футболки, чи ціна в кінці року - і на скільки відсотків.*

Типові помилки:  $100 + 40 - 50 = 90\%$  різниця на 10%.

Розглянуті помилки свідчать про те, що учні, які не впоралися з вирішенням завдань, не змогли уявити собі життєвої ситуації, відображеної в завданні, чи не усвідомили відносини між величинами в ній, залежності між даними і потрібним, а тому просто механічно маніпулювали числами.

Аналіз результатів дозволяє зробити висновок про те, що одна з основних причин помилок в рішенні текстових завдань - неправильна організація первинного сприйняття учнями умови задачі і її аналізу, які проводяться без належної опори на життєву ситуацію, відбиту в задачі, без її предметного або графічного моделювання. Як правило, в процесі аналізу використовуються лише різні види короткого запису умови або готові схеми, а створення моделі на очах у дітей або самими дітьми в процесі розбору задачі застосовується вкрай рідко. До того ж при фронтальному аналізі і вирішенні завдання вчитель нерідко обмежується правильними відповідями двох-трьох учнів, а решта записують за ними готові рішення без глибокого їх розуміння, тобто не проводяться всі етапи роботи над завданням.

Для усунення цих недоліків необхідно насамперед поліпшити методику організації первинного сприйняття і аналізу завдання, щоб забезпечити усвідомлений і доказовий вибір арифметичної дії всіма учнями.

Типові методичні помилки вчителя при роботі з текстовими завданнями

Помилка 1. Пропуск етапу аналізу умови задачі.

«Прочитайте умову задачі. Хто піде до дошки?» - таке часто можна бачити на уроці. І відразу починається оформлення рішення. Етап аналізу відсутній і в деяких підручниках. У класі знайдуться такі учні, у яких етап аналізу проходить дуже швидко, тому вони відразу бачать рішення і переходять до його оформлення. Завдання педагога - допомагати тим, у яких не виходить. Рішення задачі ґрунтується на тих зв'язках, які існують між

даними і шуканими величинами. На виділення цих зв'язків і спрямований аналіз умови задачі. Щоб допомогти учням самостійно здійснювати аналіз умови, викладач може запропонувати їм спеціальні пам'ятки.

Помилка 2. Пропуск етапу пошуку рішення. Пропуск цього етапу веде до нерозуміння учнями сутності евристичної діяльності, і як результат, до виникнення труднощів при самостійному вирішенні завдань. У практиці навчання традиційною є ситуація, коли вчитель викликає до дошки учня, який знає, як вирішити задачу. Однак при особистісно

орієнтованому навчанні основна турбота вчителя повинна бути пов'язана з тими, хто відчуває труднощі при самостійному вирішенні завдань.

Тим же учням, які без вчителя можуть вирішувати завдання, необхідно підбирати завдання, які посилюють їх вміння і сприяють їх розвитку (скласти завдання на основі довідкових даних; розглянути інші способи вирішення запропонованого завдання; скласти граф-схеми інших рівнянь по завданню і ін.)

Помилка 3. Пропуск етапу дослідження рішення. Навіщо потрібен цей етап? На етапі дослідження з'ясуємо, чи відповідає отримана відповідь умові завдання (правдоподібність результату); чи є інші способи вирішення; що корисного можна взяти з вирішення завдання. Останнє питання дозволяє розглядати кожен задачу як ланка в загальному вмінні вирішувати завдання, що веде до накопичення досвіду щодо вирішення завдань.

Помилка 4. Змішання етапів аналізу і пошуку рішення. Щоб цього уникнути, треба точно знати, яку мету ми переслідуюмо на кожному етапі. Мета етапу аналізу умови - виявити всі наявні зв'язки між даними і шуканими величинами, чому допомагає складання таблиці (схеми, малюнка). Мета етапу пошуку рішення - вибрати метод рішення (алгебраїчний або арифметичний) і скласти план рішення. Цілі етапів різні, значить, і змішувати ці етапи ніяк не можна.



Якщо для вирішення завдання обраний алгебраїчний метод, то пошук ведемо за такими етапами:

- визначаємо умови, які можуть бути підставою для складання рівняння, і вибираємо одне з них;
- складаємо схему рівняння;
- визначаємо, які величини можна позначити за  $x$ ; вибираємо одну з них;
- визначаємо, які величини потрібно висловити через  $x$ , і знаходимо умови, які дозволяють це зробити.

Завершується етап пошуку складанням плану рішення задачі.

Помилка 5. На етапі аналізу умови фіксуються не всі зв'язки між величинами. Треба намагатися зафіксувати якомога більше таких зв'язків.

Чому це важливо? Втративши якийсь зв'язок, ми можемо втратити:

- умову для складання рівняння;
- можливість одну величину виразити через інші; - передбачити кілька способів вирішення.

Помилка 6. Пошук рішення задачі алгебраїчним методом починається з вибору змінної.

Звернемо увагу на те, що при перерахуванні етапів, які ми проходимо при пошуку рішення задачі алгебраїчним методом, спочатку був названий вибір умови для складання рівняння, потім складання схеми рівняння, і тільки тоді ми вводимо змінну. На практиці ми майже всюди бачимо інше: спочатку вводять змінну, потім висловлюють інші величини через неї і потім складають рівняння. Ось цей момент настільки «закостенілий» в нашій свідомості, що від нього відмовитися дуже важко.

Помилка 7. Постановка питань учням. Дуже багато залежить від уміння ставити (задавати) питання учням. Питання не повинні нести в собі підказку, а підштовхувати учнів до роздумів. Замість питань: «У скільки турів проходила олімпіада?», «Як розподілилися посівні площі?», «Який час перебували туристи в дорозі?», «Які машини перебувають в автопарку?» краще ставити загальні питання: «Що відбувається за умовою задачі?», «Які

об'єкти беруть участь в задачі?», «Які частини можна виділити в задачі?». Замість питання «Чи можна знайти таку-то величину?» краще задати питання: «Що можна знайти за даними завдання?».

Ставлячи питання, вчитель не повинен вести учнів до свого рішення; потрібно розглянути всі шляхи вирішення, вислухати і обговорити всі варіанти.

2. Для здійснення цілеспрямованих заходів щодо виправлення та попередження помилок вчителю необхідно систематично вивчати помилки учнів, виявляти найбільш стійкі і типові з них, вести облік поширених і індивідуальних помилок учнів. Знання вчителем типових учнівських помилок, а також причин їх виникнення і прояву дає йому можливість передбачити і попереджати їх появу. Досягти цього можна шляхом підбору таких вправ, які перешкоджають утворенню односторонніх асоціацій і неправильних узагальнень.

Помилки учнів, які реєструє і враховує вчитель, допомагають йому встановити, що не розуміють учні, що ними погано засвоєно; це дає можливість вчителю своєчасно ліквідувати прогалини в знаннях учнів і внести відповідні корективи в подальше викладання з метою попередження повторення аналогічних помилок.

Щоб визначити сутність помилок, необхідно простежити хід міркувань, який призводить до такого помилкового рішення, встановити етап, на якому зароджуються такі помилки. Часто учню незрозумілий не весь матеріал, а лише якась його частина. Виявивши, що саме незрозуміло учневі, можна зосередити на цьому матеріалі всю увагу, не відволікаючись на ті моменти, які вже засвоєні.

Допустимі учнем помилки свідчать не тільки про недоліки його знань, а й про потенційні можливості. Помилки служать також показником проблем, які можуть бути поставлені перед учнем, а іноді вони призводять до створення проблемних ситуацій, які необхідні в даний момент для розвитку дій.

Ні в якому разі не можна знижувати оцінки учням за помилки в процесі пошуку. Дуже важливо привчити їх не боятися допускати помилок. Помилки,

допущені учнями, треба виправляти тактовно, обґрунтовано, залучаючи до цієї роботи самих учнів.

Боязнь допустити помилку сковує ініціативу учня. Боячись помилитися, учень не буде сам вирішувати поставлену проблему, а стане чекати допомоги від учителя. Але без такого самостійного вирішення завдань з послідовно наростаючою складністю не може відбуватися інтелектуальний розвиток. У багатьох випадках з цієї причини учні виявляють боязкість і інтелектуальну пасивність.

Для виправлення та попередження багатьох помилок важливо сформувати у школярів навички самоконтролю. Ці навички складаються з двох частин: а) вміння знайти помилку; б) вміння її пояснити і виправити.

У процесі навчання застосовуються кілька прийомів самоконтролю, які допомагають виявити допущені помилки і своєчасно їх виправити. До них відносяться:

- перевірка обчислення та тотожного перетворення шляхом виконання зворотної дії або перетворення;
- перевірка правильності вирішення завдань шляхом складання і рішення задач, зворотних до даної;
- оцінка результату рішення задачі з точки зору здорового глузду; - перевірка аналітичного рішення графічним.

Виробленню навичок самоконтролю допомагає і прийом наближеної оцінки очікуваного результату. Встановлення можливих меж очікуваної відповіді попереджає недоліки типу пропуску цифр.

Наприклад, розглянемо задачу: *«За тиждень завод випустив 130 холодильників, виконавши місячний план на 25%. Скільки холодильників повинен випустити завод за місяць за планом».*

Нехай рішення учня виглядає так:  $\frac{130 \cdot 100}{25} = 52$  Помилка стає

очевидною, якщо перед рішенням учень прикине в думці: «За тиждень завод випустив 130 холодильників. Отже, за місяць він випустить більше. Значить,

відповідь має бути більше, ніж 130. Таке міркування корисне при вирішенні завдань з дробовими числами і відсотками.

Польський математик Г. Штейнгауз, відзначаючи велике значення роботи над математичними помилками для активізації розумової діяльності учнів, пише: «Якщо учня запевнити, що в запропонованому йому доказі є помилка, то можна бути впевненим навіть без спеціальної перевірки, що матеріал буде вивчений повністю і дуже ретельно». Тому складання списку математичних помилок і використання його в навчальних цілях є одним з важливих чинників підвищення ефективності навчання.

Таким чином, важливу роль у попередженні помилок грає продумана організація вивчення нового матеріалу. Вивчення нового матеріалу треба будувати так, щоб учень був активним учасником цього процесу.

Такому підходу до вивчення нового матеріалу сприяє створення проблемної ситуації і рішення її учнями під керівництвом вчителя. На таких уроках учні проходять через такі стадії: пошук нового, можлива поява помилок в процесі пошуку нового, обґрунтоване спростування цих помилок, знову пошуки, в результаті яких приходять до правильної здогадки, і, нарешті, доказ складеного в пошуках пропозиції. Все це сприяє розвитку математичного мислення.

Текстові задачі - це спосіб стимулювання розумової активності. Вважаємо за необхідне сформулювати такий підхід до задачі, при якому задача виступає як об'єкт ретельного вивчення, а її рішення - як об'єкт конструювання. Необхідно побудувати процес навчання математики так, щоб забезпечити успішне оволодіння учнями методами і прийомами вирішення завдань і створити умови для формування у них ряду загальнонаукових умінь - таких, як аналіз, синтез, узагальнення, порівняння, аналогія.

Необхідно організувати діяльність учнів на навчальному занятті таким чином, щоб вона сприяла формуванню дослідницької культури.

Пропонуємо використовувати на заняттях кілька прийомів організації інтенсивної розумової діяльності: при актуалізації знань, первинному засвоєнні матеріалу, його осмисленні, застосуванні та узагальненні.

Провокуючі завдання. Це завдання, умови яких містять згадки, вказівки, натяки або інші збудники, які підштовхують учнів до вибору хибного шляху вирішення або невірної відповіді. Потрапляючи в заздалегідь підготовлену пастку, учень відчуває розпач, жаль через те, що не надав особливого значення тим нюансам умови, через які він потрапив у незручне становище. Дидактична цінність цих завдань в тому, що вони служать попередженням від різного роду помилок.

Провокуючі завдання мають високий потенціал, вони сприяють вихованню однієї з найважливіших якостей мислення-критичності, привчають до аналізу сприйнятої інформації, її різнобічної оцінки, підвищують інтерес школярів до занять математикою.

Як приклад приведемо завдання, які спонукають вибір невірного способу розв'язання. *Трійка коней проскакала 15 км. Скільки кілометрів проскакав кожен кінь?* Або, на уроці в 6 класі по темі «Прості і складені числа» завдання: *«Які з чисел 205, 206, 207, 208, 209, 210 є простими?»*

2. Задачі стандартні з нестандартним рішенням. Це завдання, за умови пред'явлення яких учні не знають заздалегідь ні способу їх рішень, ні того, на який навчальний матеріал спирається рішення. Іншими словами, учні в ході вирішення таких завдань повинні провести пошук плану рішення задачі, встановити, який теоретичний матеріал дає ключ до того чи іншого рішення. Незначна обробка умов того чи іншого завдання з підручника, зміна місця і часу її постановки істотно змінюють її дидактичну значимість, залишаючи незмінним практичний зміст.

Проблемні завдання. Це завдання, алгоритм вирішення яких невідомий перш ніж розпочати розв'язання. Головне в тому, щоб відкрити спосіб вирішення і переконатися в його придатності. Завдання такого плану вирішуються дослідним методом і цим дуже цікаві для учнів. Адже дослідження припускає творчість. Проблеми, які ставляться перед учнями, можуть мати різноманітний характер: введення в нову тему, рішення задачі новим більш ефективним способом, зв'язок відомого навчального матеріалу з новим і т.д.

При підборі проблемних завдань слід враховувати знання учнів і рівень розвитку їх логічного мислення, оскільки непосильне завдання породжує невпевненість у своїх силах і в подальшому огиду від вирішення будь-яких завдань, а надмірно просте вводить в оману щодо рівня власних знань і умінь, не стимулює пошукову діяльність.

Найголовніше-це зуміти правильно поставити питання, заінтригувати учнів, створити проблему, а не дати відповідь, вирішивши її. Учні пізнають поняття, закономірності, теорії в ході пошуку, спостереження, аналізу фактів, розумової діяльності, результатом чого є знання.

Логічні завдання. (Завдання-жарти, таблиці, вірні і невірні твердження, здоровий глузд). Дані завдання ведуть до формування найважливіших характеристик творчих здібностей: швидкість думки, гнучкість розуму, оригінальність, допитливість, вміння висувати і розробляти гіпотези.

Глибокі, міцні і, головне, усвідомлені знання можуть отримати всі школярі, якщо розвивати у них не стільки пам'ять, скільки логічне мислення. В математиці доводиться шляхом міркувань виводити різноманітні формули, числові закономірності, правила, доводити теореми.

Основні методи вирішення логічних завдань:

- метод міркування;
- метод таблиці;
- метод граф;
- метод кіл Ейлера;
- комбінований метод.

Метод міркувань слід супроводжувати схемами, кресленнями, короткими записами, виробляючи вміння вибирати інформацію, користуватися правилом перебору. Наприклад, в 5 класі знайомлячи дітей із завданням Пуассона (на переливання). Хтось має 12 пінт соку (пінта- 0,57л) і бажає подарувати половину своєму другу, але у нього немає судини в 6 пінт, а є дві посудини в 8 і 5 пінт. Яким чином можна налити 6 пінт соку в посудину ємністю 8 пінт?

Вирішення:

Хід	0	1	2	3	4	5	6	7
12 пінт	12	4	4	9	9	1	1	6
8 пінт		8	3	3		8	6	6
5 пінт			5		3	3	5	

Логічні зв'язки, за допомогою яких була збудована загальна схема рішення задачі, допоможуть учням легко вирішити подібного роду завдання. Введення серії таких завдань в зміст уроку дозволить стерти уявний кордон між цікавим і навчальним матеріалом. Особливо доцільно використовувати завдання тоді, коли є небезпека неприйняття учнями будь-якого навчального завдання; при проходженні складних тем; при виробленні умінь і навичок учнів, коли потрібно виконати значну кількість однотипних вправ; при вивченні матеріалу, що підлягає міцному запам'ятовуванню.

Таким чином, рішення текстових завдань не випадково завжди турбувало вчителів-методистів, та й самих учнів та їх батьків. По-перше, не можна вирішити задачу, не зрозумівши її зміст. Отже, вміння розв'язувати текстові задачі свідчить про одну з головних здібностей людини - здатності розуміти текст. Критерієм розуміння завдання є факт його виконання. Тому вирішення текстових завдань - це діяльність, дуже важлива для загального розвитку. Навчаючи розв'язувати текстові задачі, ми вчимо учня орієнтуватися в ситуаціях, робимо особистість більш компетентною. Звичайно, при цьому потрібно розширити тематику завдань, давати дітям завдання, різноманітні за тематикою, а не тільки «на швидкість», «на роботу», «на покупки».

Розв'язання текстових завдань сприяє, з одного боку, закріпленню на практиці набутих умінь і навичок, з іншого боку, розвитку логічного мислення учнів. Спостерігається активізація їх розумової діяльності. При правильній організації роботи в учнів розвивається активність, спостережливість, кмітливість, розвивається абстрактне мислення, вміння застосовувати теорію до вирішення конкретних завдань.

## 2.5. Апробація розроблених рекомендацій та її результати

Основною метою педагогічного експерименту була перевірка ефективності розроблених нами рекомендацій по попередженню, виявленню та вивченню математичних помилок учнів 5-6 класів.

З огляду на те, що нами був проведений констатуючий експеримент, метою якого було вивчити стан проблеми запобігання та виправлення математичних помилок учнів, визначити її актуальність та шляхи вирішення. Для досягнення нашої поставленої мети нами були визначені наступні завдання:

- вивчити науково-методичну та психолого-педагогічну літературу з проблеми попередження, а також причини появи та виправлення математичних помилок учнів;

- виявити, на скільки систематично вчителі математики проводять необхідну роботу з помилками учнів 5-6 класах в математиці та які прийоми використовують;

- визначити найбільш поширені, типові помилки учнів;

- з'ясувати необхідність створення методики попередження появи помилок учнів у процесі вивчення математики.

На даному етапі робота здійснювалась двома напрямками:

- 1) теоретичний аналіз психолого-педагогічної літератури з проблеми попередження та виправлення математичних помилок учнів;

- 2) практичне дослідження, спрямоване на з'ясування реального стану проблеми математичних помилок учнів загальноосвітніх шкіл.

При першому напрямі дослідження здійснили теоретичний аналіз психолого-педагогічної літератури, нормативних документів з питань математичних помилок учнів. Це дало змогу нам визначити методологічні та психолого-педагогічні основи організації превентивної діяльності вчителя математики.

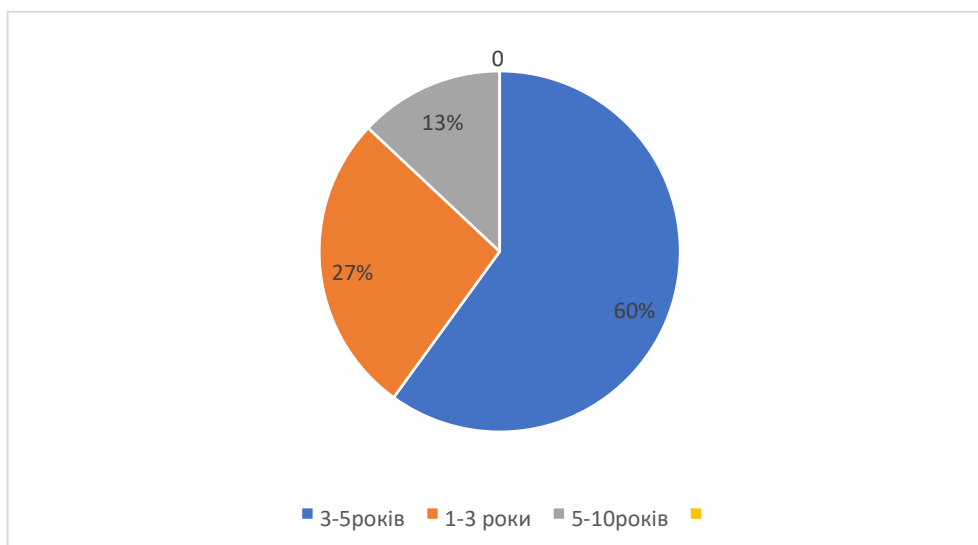
В межах проведення дослідження щодо виявлення стану проблеми в практиці навчання ми провели анкетування вчителів ЗЗСО (анкетування проводилося дистанційно). За зазначеною темою було обрано анкету та



складено онлайн-варіанти бланків дослідження за допомогою Google docs. Респондентам було представлено два варіанти посилання на всі дані матеріали через які потрібно було перейти за цими посиланням та пройти саме тестування. Потім, скопіювати посилання на відповідь та вставити у вказане місце для відкритої відповіді. Загалом, респондентами стали вчителі математики ЗЗСО з усієї України. Загальне число вибірки склало 30 осіб.

У процесі дослідження нами було використано анкету, розроблену Л.А. Благодар, представлену в додатку А. Анкета передбачає 10 запитань. Зупинимося на аналізі отриманих відповідей.

Аналізуючи результати відповідей на питання: «Вкажіть свій педагогічний стаж», нами було встановлено, що участь в дослідженні взяло 60% вчителів, стаж роботи яких на посаді вчителя складає – 3-5 років; 27% досліджуваних – стаж яких складає від 1-3 років; та 13% респондентів – 5-10 років (рис. 2.1).



## 2.1 Стаж роботи учасників дослідження

Здійснивши аналіз відповідей на питання: «В яких класах Ви викладаєте математику?», ми прийшли до висновку, що 100% досліджуваних викладають математику в 5-9 класах.

Аналіз результатів відповідей на питання: «Ви проводите роботу над помилками учнів» представлений на рис. 2.2.

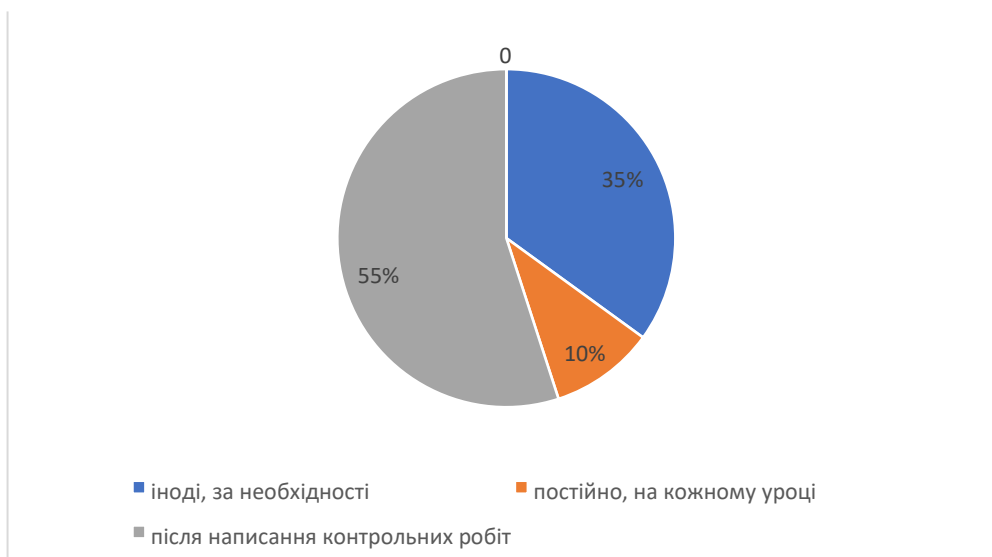


Рис.2.2 Аналіз відповідей на питання «Ви проводите роботу над помилками учнів»

На підставі даних, зображених на рис. 2.2, можемо зробити висновок, 35% вчителів проводять роботу над помилками учнів лише «іноді з необхідності», 55% після написання контрольних робіт, та 10% зазначили, що проводять даний вид роботи на кожному уроці. З огляду на отримані результати, можемо зробити висновок, що проведення роботи над помилками здійснюється на постійній основі лише не значною частиною вчителів.

Аналізуючи відповіді на питання: «Яким напрямом роботи з помилками учнів Ви надаєте перевагу?», було встановлено, що 10% досліджуваних віддає перевагу попередженню помилок; 50% виправленню помилок за наслідками контрольної роботи; 20% респондентів виправленню помилок під час усних відповідей учнів; та 20% виправленню помилок за наслідками виконання домашнього завдання (рис.2.3).

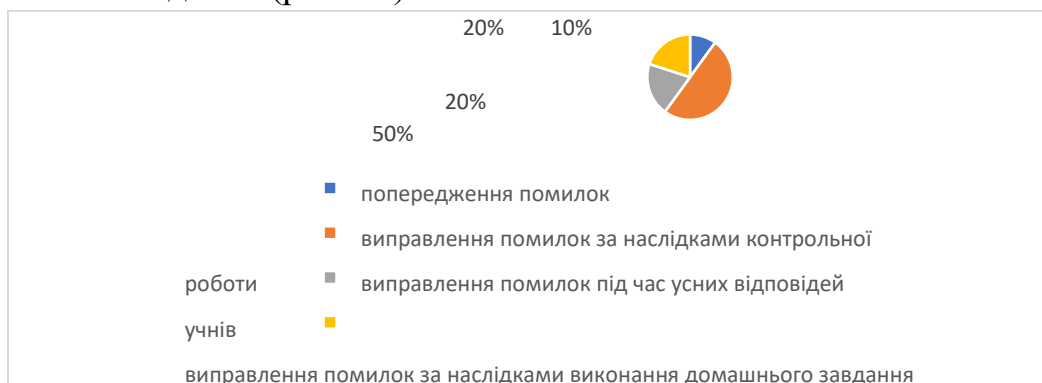


Рис. 2.3 Аналіз відповідей на питання: Яким напрямом роботи з помилками учнів Ви надаєте перевагу?

Аналізуючи результати відповідей на питання: «В діяльності по виправленню помилок Ви надаєте перевагу?» - було встановлено, що 40% вчителів надають перевагу фронтальній роботі; 10% індивідуальній роботі; 40% колективній роботі; та 10% роботі в групах (рис.2.4).

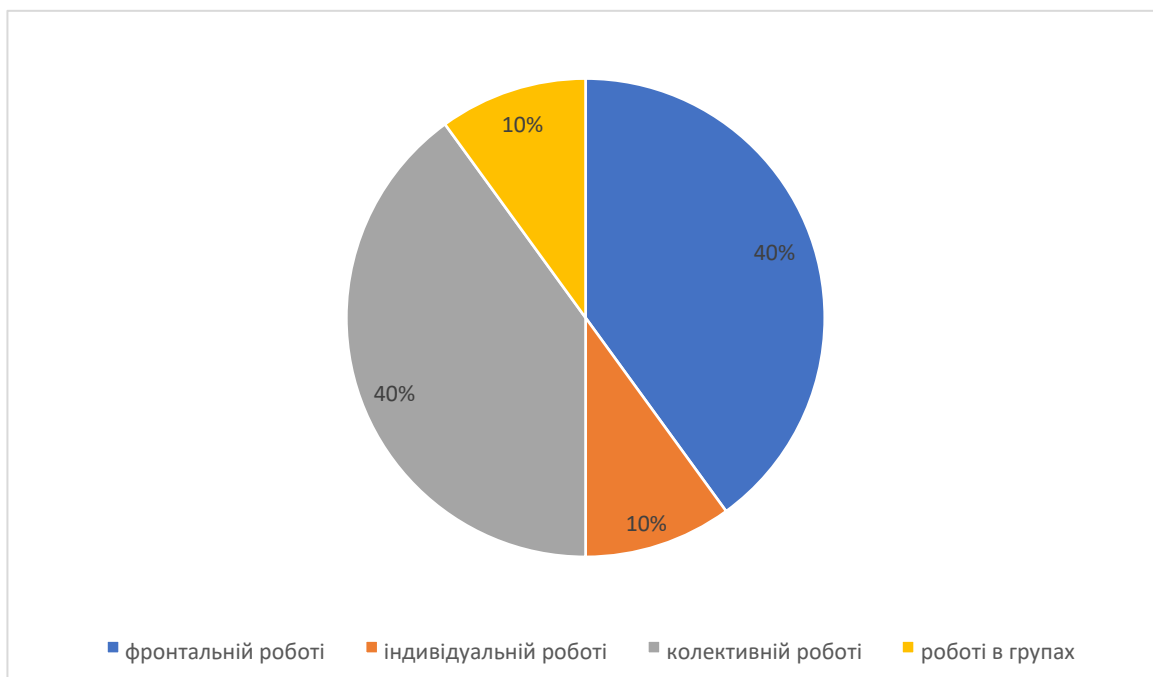


Рис. 2.4 Аналіз відповідей на питання: «В діяльності по виправленню помилок Ви надаєте перевагу?»

Здійснюючи аналіз результатів відповідей на питання: «Якому методу роботи над помилками Ви надаєте перевагу», було встановлено, що 40% досліджуваних віддають перевагу виявленню та виправленню помилок; 20% поясненню причин появи помилки; 10% використанню контрприкладів для виправлення помилок; 5% попередженню про можливість помилки; 25% демонстрації помилки (рис. 2.5).



Рис. 2.5: Аналіз відповідей на питання: Якому методу роботи над помилками Ви надаєте перевагу?

Аналізуючи результати відповідей на питання: «Які засоби попередження помилок Ви використовуєте?» ми прийшли до висновку, що 45% досліджуваних віддають перевагу формуванню навичок самоконтролю; 15% -виховання необхідності пояснення кожної дії; 40% розв'язуванню спеціальних задач, наприклад, розбір математичних софізмів (рис.2.6).

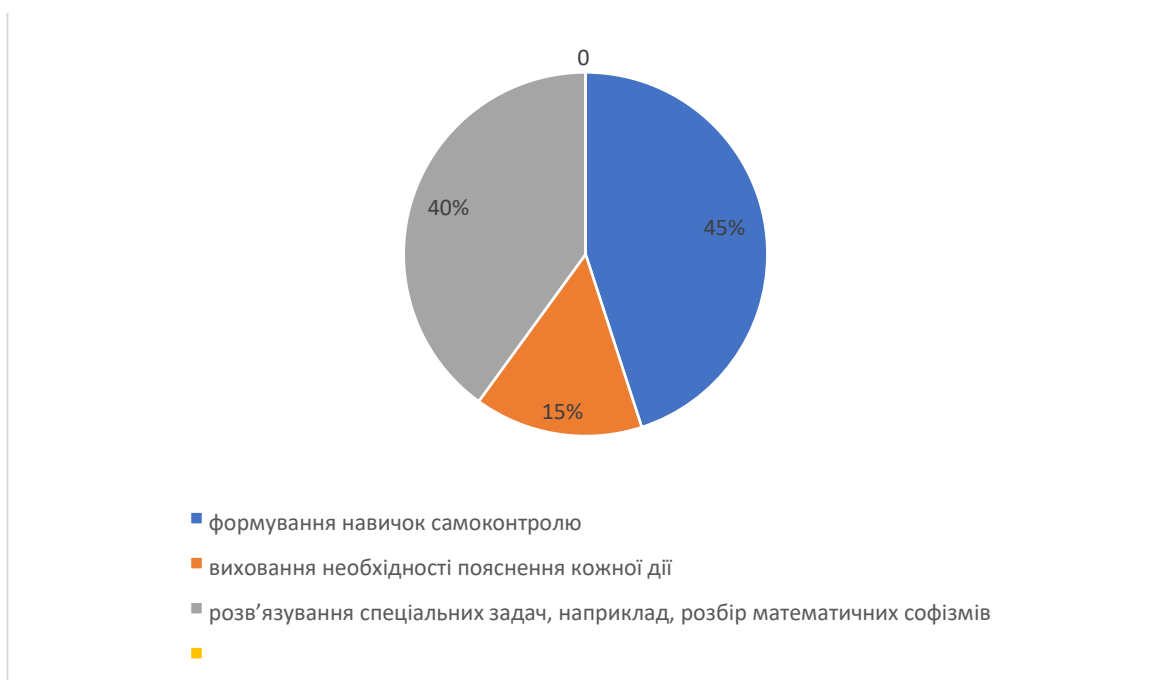


Рис. 2.6: Аналіз відповідей на питання: «Які засоби попередження

### помилки Ви використовуєте?»

Аналіз відповідей на питання: «Ваше відношення до помилки» показав, що 30% респондентів надає можливість учню самому виправити помилку; 5% помилку виправляють інші учні; 65% респондентів зазначили, що помилка виправляється учителем (рис.2.7).



Рис. 2.7: Аналіз відповідей на питання: «Ваше відношення до помилки»

Результати відповідей на питання: «Як на Вашу думку, аналіз помилок учнів...» представлені на рис.2.8.

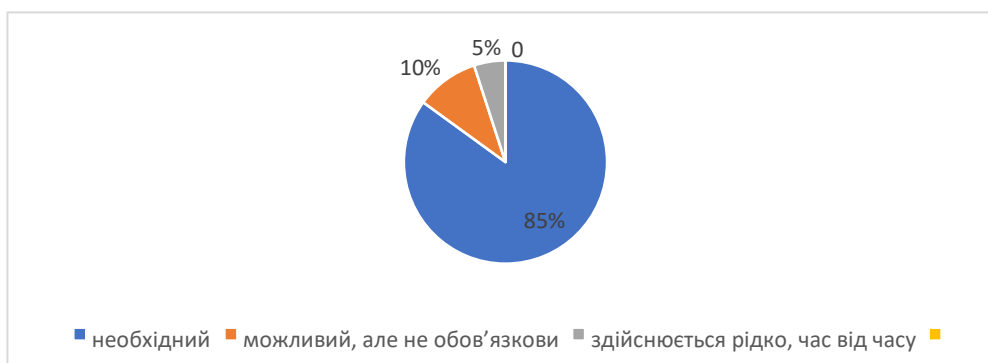


Рис. 2.9 Аналіз відповідей на питання: «Як на Вашу думку, аналіз помилок учнів...»

Результати представлені на рис. 2.9 засвідчили, що значна частина вибірки - 85% відзначила необхідність проведення аналізу помилок учнів.

Досить цінними для нашого дослідження являються відповіді на питання: «Труднощі, що виникають в діяльності з помилками учнів». Зокрема встановлено, що 60% досліджених відмітило недостатність (відсутність) методичного забезпечення з приводу даного питання; 20% недостатність спеціальних дидактичних матеріалів; 10% недосконалість методичних та дидактичних матеріалів; 10% брак часу на здійснення корекції знань і вмінь учнів.

В ході анкетування ми прийшли до висновку, що у зв'язку з відсутністю адекватного сучасним вимогам методичного забезпечення роботи над математичними помилками школярів, учителі в своїй діяльності насамперед керуються власним досвідом та інтуїцією. Більшість з них визнає потребу в розробленій методиці запобігання та попередження помилок учнів. З огляду на що розроблені нами в ході дослідження рекомендації являються доцільними та знайдуть своє застосування в практичній діяльності.

## ВИСНОВКИ

У процесі дослідження, здійснюючи аналіз особливостей виявлення та попередження математичних помилок учнів, нами було здійснено аналіз наукових робіт Г. А. Асанова, Г. П. Бевза, В. М. Брадїса, Я. Й. Грудьонова, В. О. Далінгера, С. І. Зенько, І. М. Кирилецького та ін. Важливе місце при написанні роботи зайняли наукові розробки Л.А. Благодар.

У нашому дослідженні значна увага приділяється саме типовим математичним помилкам учнів, організації превентивної діяльності з їх попередження ще на початку вивчення змістових ліній як необхідної умови безпомилкового засвоєння наступного навчального матеріалу. У зміст помилки входить те, що виконане неправильно в діях учнів. Якщо за основу взяти зміст помилок, вони розподілятимуться відповідно до смислових рядків курсу математики, і такий розподіл типових помилок охоплює більшість із них, а тому є особливо корисним як для студентів, так і для викладачів. Ми вважаємо, що вивчення математичних помилок не повинно закінчуватися виявленням того, що учень зробив неправильно, а має бути продовжене і спрямоване на пошук відповіді на питання: чому він допустив помилку та які обставини є причиною помилки.

У процесі дослідження ми здійснили аналіз Типової освітньої програми закладів загальної середньої освіти II ступеня (базова середня освіта), що розроблена на виконання Закону України «Про освіту» та постанови Кабінету Міністрів України від 23 листопада 2011 року № 1392 «Про затвердження Державного стандарту базової та повної загальної середньої освіти». На основі чого було встановлено, що курс математики 5-6 класів передбачає розробку, збагачення та поглиблення знань учнів про числа та дії на них, числові та буквені вирази, величини та їх виміри, рівняння, числові нерівності, а також як уявлення про окремі геометричні фігури на площині та у просторі. Понятійний апарат, обчислювальні алгоритми, графічні навички та вміння, що формуються на цьому етапі курсу, є основою для успішного вивчення в наступних класах алгебри та геометрії, а також інших предметів, де застосовуються математичні знання.

Оснoву курсу становить розвиток поняття числа та формування міцних обчислювальних і графічних навичок. У 5 - 6 класах відбувається поступове розширення множини натуральних чисел до множини раціональних чисел шляхом послідовного введення дробів (звичайних і десяткових), а також від'ємних чисел разом із формуванням культури усних, письмових, інструментальних обчислень.

Встановлено, що вивчення математики у 5 - 6 класах здійснюється з переважанням індуктивних міркувань в основному на наочно-інтуїтивному рівні із залученням практичного досвіду учнів і прикладів із довкілля. Відбувається поступове збільшення теоретичного матеріалу, який вимагає обґрунтування тверджень, що вивчаються. Це готує учнів до ширшого використання дедуктивних методів на наступному етапі вивчення математики.

У процесі дослідження нами були проаналізовані типові помилки і труднощі учнів при навчанні математики в 5-6 класах, на підставі чого було здійснено розробку рекомендацій направлених на запобігання та усунення помилок, що допускаються учнями під час вивчення математики.

Основною метою педагогічного експерименту була перевірка ефективності розроблених нами рекомендацій по попередженню, виявленню та вивченню математичних помилок учнів 5-6 класів. З огляду на те, що нами був проведений констатуючий експеримент, метою якого було вивчити стан проблеми запобігання та виправлення математичних помилок учнів, визначити її актуальність та шляхи вирішення.

В межах проведення дослідження ми проводили анкетування вчителів ЗЗСО (анкетування проводилося дистанційно). В ході анкетування ми прийшли до висновку, що у зв'язку з відсутністю адекватного сучасним вимогам методичного забезпечення роботи над математичними помилками школярів, учителі в своїй діяльності насамперед керуються власним досвідом та інтуїцією. Більшість з них визнає потребу в розробленій методиці запобігання та попередження помилок учнів. З огляду на що розроблені нами в ході дослідження рекомендації являються доцільними та знайдуть своє застосування в практичній діяльності.



## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Асанов Р. А. Работа над ошибками в курсе математики средней школы как путь повышения качества знаний учащихся: автореф. дис. канд. пед наук. Ташкент, 1975. 26 с.

2. Асанов Р. А. Работа над ошибками при обучении математике. Из опыта преподавания математики в школе: пособие для учителей / сост.: А. Д. Семушин, С. Б. Суворова. Москва: Просвещение, 1978. С. 70–77.

3. Бевз Г. П. Методика викладання математики: навч. посібник. 3–тє вид., перероб. і допов. Київ: Вища школа, 1989. 367 с.

4. Благодар Л. А., Швець В. О. Математичні помилки як об'єкт наукових досліджень. Наукові записки Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія: Педагогічні та історичні науки / МОН України, Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. Київ: Вид-во НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2011. Вип. 93. С. 19–28.

5. Благодар Л. А. Работа над помилками як засіб формування знань і вмінь учнів при навчанні математики. *Дванадцята міжнародна наукова конференція імені академіка М. Кравчука*, (15-17 трав., 2008 р., Київ): матеріали конф. Київ: Задруга, 2008. С. 157.

6. Благодар Л. А. Работа над помилками як одна з форм подолання прогалин у знаннях і вміннях учнів. *Психолого-педагогічні проблеми сільської школи*: зб. наук. праць Уманського державного педагогічного університету ім. Павла Тичини / редкол.: Побірченко Н. С. (голов. ред) та ін. Умань: Жовтий О. О., 2009. Вип. 30. С. 62–70.

7. Благодар Л. А. Упередження помилок учнів з алгебри у процесі вивчення змістової лінії «Вирази». *Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія: Педагогіка, психологія, філософія* / редкол.: С. М. Ніколаєнко (відп. ред.) та ін. Київ: Міленіум. 2018. Вип. 291. С. 25–30.

8. Благодар Л. А. Превентивна культура вчителя математики: знання та уміння. Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у

підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми. Вип. 33. КиївВінниця: Планер, 2012. С. 223–226

9.Брадис В. М., Минковский В. Л, Харчева А. К. Ошибки в математических рассуждениях: пособие для учителей. Москва: Просвещение, 1967. 191 с.

10.Великий тлумачний словник сучасної української мови / уклад. і голов. ред. В.Т. Бусел. Київ. Ірпінь: Перун, 2004. 440 с.

11.Войтюк Г.В. Типові помилки у розв'язуванні нерівностей//Математика в школах України. №26.2004. С.14-15

12.Груденов Я. И. Совершенствование методики работы учителя математики: кн. для учителя. Москва: Просвещение, 1990. 224 с.

13.Далингер В. А. Методика реализации внутрипредметных связей при обучении математике: Кн. для учителя. Москва: Просвещение, 1991. 80 с.

14.Далингер В.А. Причины типичных ошибок учащихся по математике. Современная наука: актуальные проблемы и пути их решения. 2014. №12. С.18-19.

15.Далингер В.А. Методика обучения учащихся элементам математического анализа. Омск: «ОмГПУ», 2006.149 с.

16.Даль В. И. Толковый словарь живого великорусского языка: в 4 т. Москва: Русский язык, 1989. Т. 2. 780 с.

17.Зайцева С.А., Иванов В.В. «Информационные технологии в образовании» Информационные технологии в образовании. Москва. Академия. 2003. 192 с.

18.Закон України «Про освіту».URL:[https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/BOOKLETTE\\_INFO-ZAKON2018\\_PRESS.pdf](https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/BOOKLETTE_INFO-ZAKON2018_PRESS.pdf)

19.Зенько С. И. Предупреждение математических ошибок учащихся 5-7 классов при обучении в подвижных группах: автореф. дис. канд. пед. наук: 13.00.02. Минск, 2009. 30 с.

20.Кирилецкий И. М. Анализ и предупреждение типичных ошибок учащихся при изучении алгебры и начал анализа: дис. канд. пед. наук: 13.00.02 Киев, 1986. 211 с.

21. Коновець С. Креативні технології у практиці сучасної школи. Рідна школа. 2005. №3. С. 20–29.
22. Колосова В. А. Совершенствование системы методической работы с математическими ошибками школьников( на материале курса математики 56 классов средней школы): дис. канд. пед. наук: 13.00.02. Арзамас, 1997. 192 с.
23. Кондаков Н. И. Ошибка. Логический словарь-справочник. Изд. 2-е, дополн. Москва: Наука, 1975. С. 426–432.
24. Кулагин В.П., Найханов В.В., Овезов Б.Б. и др. Информационные технологии в сфере образования. Москва. Янус, 2004. -248 с.
25. Майергойз Д. М. К изучению математических ошибок учащихся. Математика в школе. 1950. № 1. С.15–24.
26. Математика. Комплексне видання: довідник з математики 5-11 класи, аналіз найпоширеніших помилок; типові тестові завдання / О. С. Будна [та ін.]. Харків: Літера ЛТД, 2010. 320 с.
27. Менчинская Н. А. Пути повышения успеваемости по математике. Москва: Изд.-во АПН РСФСР, 1955. 168 с.
28. Михалін Г. О. Професійна підготовка вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу: монографія. Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2003. 320 с.
29. Моденов П. С. Экзаменационные задачи по математике с анализом их решения. Москва: Просвещение, 1969. 351 с.
30. Мойсеюк Н. Є. Педагогіка : навчальний посібник. Київ: Наука, 2003. 615 с.
31. Момот Л. Л. Проблема розвитку інтелектуальної інтуїції учнів у навчанні. Педагогіка та психологія. 1995. № 3. С. 29.
32. Мор Г.А. Формирование навыков самоконтроля и взаимоконтроля у учащихся. Начальная школа. №10. 1988. С. 4–9.
33. Морзе Н. В. Система методичної підготовки майбутніх вчителів інформатики в педагогічних університетах: дис. докт. пед. наук: 13.00.02 / Нац. пед ун-т імені М. П. Драгоманова. Київ, 2003. 452 с.

34. Програма Gran1 для вивчення математики в школі й вузі / укл.: М. І. Жалдак, Ю. В. Горошко. Київ: КДПУ, 1992. 49 с.
35. Прокопенко Н. С., Захарійченко Ю. О., Кінащук Н. Л. Алгебра: підручник для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. Харків: Ранок, 2016. 288 с.
- 36.Скрыпник Д. А. Математические ошибки в рассуждениях, их предупреждение и методика исправления: автореф. дис. канд. пед. наук. 13.00.02 Киев, 1971. 23 с.
- 37.Слепкань З. І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. Тернопіль: Підручники і посібники, 2006.240 с.
- 38.Тарасова О. А. Предупреждение типичных ошибок учащихся в процессе обучения алгебре посредством формирования и использования рефлексивной деятельности: автореф. дис. канд. пед. наук: 13.00.02. Новосибирск, 2004. 27 с.
- 39.Український центр якості освіти. Режим доступу: <http://testportal.gov.ua/ofzvit/>
- 40.Шеварев П. А. Обобщенные ассоциации в учебной работе школьника Москва: Изд-во АПН РСФСР, 1959. 303с.
41. Швец В.А. Реализация функций тематического контроля результатов обучения учащихся математике в старших классах средней школы: дис. канд. пед. наук: 13.00.02. Киев, 1988. 209 с.
- 42.Швец В., Дремова І. Планування і організація тематичного контролю результатів навчання алгебри в основній школі. Математика в школі. 2002. № 3. С. 25–29.
- 43.Шеварев П. А. О роли ассоциаций в процессах мышления. Исследование мышления в советской психологии. Москва: Наука, 1966. С. 388– 436.
- 44.Шеварев П. А. Опыт психологического анализа алгебраических ошибок. Известия АПН РСФСР, 1946. № 3. С. 135–180.

45. Щукина Г. И. Роль деятельности в учебном процессе. Москва: Просвещение, 1986. 143 с.
46. Щукина Г. И. Педагогические проблемы формирования познавательных интересов учащихся. Москва: Педагогика, 1988. 203 с.
47. Швець В., Дремова І. Планування і організація тематичного контролю результатів навчання алгебри в основній школі. Математика в школі. 2002. № 3. С. 25–29..
48. Эрдниев П.М. Сравнение и обобщение при обучении математике. пособие для учителей. Москва: Учпедгиз, 1960. 152 с.
49. Эрдниев П. М., Эрдниев Б. П. Укрупнение дидактических единиц в обучении математике: кн. для учителя. Москва: Просвещение, 1986. 255 с.
50. Эльконин Д. Б. О структуре учебной деятельности. Избранные психологические труды. Москва: Педагогика, 1989. 560с. С.250–251.
51. Якиманская И. С. Знания и мышление школьника Москва: Знание, 1985. 78 с.
- 52.13 найпоширеніших помилок в ЗНО з математики. Режим доступу:  
<http://nature-tutors.blogspot.com/2018/03/13.html>

**ДОДАТКИ**  
**Додаток А АНКЕТА**  
для педагогів

*Шановні вчителі, просимо Вас, відповісти на запитання анкети, метою якої є вивчення реального відношення до роботи над помилками в процесі вивчення математики. Будь ласка, уважно ознайомтеся з кожним з питань, виберіть свій варіант відповіді. Дані опитування будуть представлені в узагальненому вигляді.*

1. Вкажіть свій педагогічний стаж.
2. В яких класах Ви викладаєте алгебру?
3. Ви проводите роботу над помилками учнів:
  - а) іноді, за необхідності;
  - б) постійно, на кожному уроці;
  - в) після написання контрольних робіт;
  - г) свій варіант відповіді.
4. Яким напрямом роботи з помилками учнів Ви надаєте перевагу?
  - а) попередження помилок ;
  - б) виправлення помилок за наслідками контрольної роботи;
  - в) виправлення помилок під час усних відповідей учнів;
  - г) виправлення помилок за наслідками виконання домашнього завдання;
  - д) інший варіант відповіді.
5. В діяльності по виправленню помилок Ви надаєте перевагу:
  - а) фронтальній роботі;
  - б) індивідуальній роботі;
  - в) колективній роботі;
  - г) роботі в групах;
  - д) виконанню індивідуальних домашніх завдань;
  - е) свій варіант відповіді.

6. Якому методу роботи над помилками Ви надаєте перевагу:

- а) виявлення та виправлення помилок;
- б) пояснення причини появи помилки;
- в) використання контрприкладів для виправлення помилок;
- г) попередження про можливість помилки;
- д) демонстрація помилки;
- г) свій варіант відповіді.

7. Які засоби попередження помилок Ви використовуєте?

- а) формування навичок самоконтролю;
- б) виховання необхідності пояснення кожної дії;
- в) розв'язування спеціальних задач, наприклад, розбір математичних софізмів;
- г) свій варіант відповіді (з детальним поясненням).

8. Ваше відношення до помилки:

- а) надаєте можливість учню самому виправити помилку;
- б) помилку виправляють інші учні;
- в) помилка виправляється учителем;
- г) свій варіант відповіді.

9. Як на Вашу думку, аналіз помилок учнів:

- а) необхідний;
- б) можливий, але не обов'язковий;
- в) здійснюється рідко, час від часу;
- г) не потрібний; д) свій варіант відповіді.

10. Труднощі, що виникають в діяльності з помилками учнів:

- а) недостатність (відсутність) методичного забезпечення;
- б) недостатність спеціальних дидактичних матеріалів;
- в) недосконалість методичних та дидактичних матеріалів;
- г) брак часу на здійснення корекції знань і вмінь учнів;

## Додаток Б

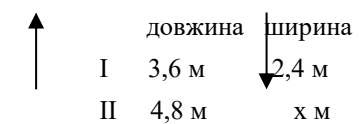
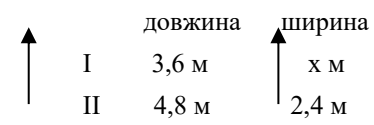
**Типові помилки і труднощі учнів  
при навчанні математики в 5-6 класах**

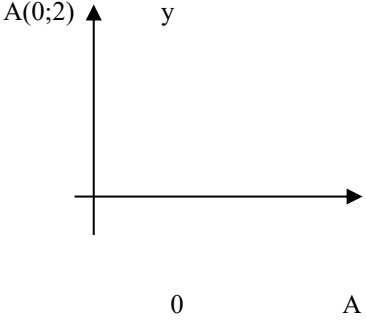
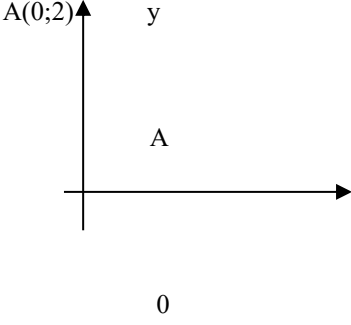
Тема	Помилки	Правильно
Обчислювальні (арифметичні) помилки, 5 кл.).	1) $+356$ 2) $\times 326$ 3) $\begin{array}{r} \_1224 \mid 12 \\ \underline{2425} \\ 12 \\ 5985 \end{array}$ $\begin{array}{r} \underline{102} \\ \underline{326} \\ 4912 \end{array}$ 4) $\_458 \mid 9$ $\begin{array}{r} \underline{45} \quad 5 \\ 8 \text{ (зал.)} \end{array}$	1) $+356$ 2) $\times 326$ 3) $\begin{array}{r} \_1224 \mid 12 \\ \underline{2425} \\ 12 \quad 102 \\ 2781 \end{array}$ $\begin{array}{r} \underline{102} \\ \underline{326} \\ 33252 \end{array}$ $\begin{array}{r} \underline{2} \\ 0 \\ \underline{24} \\ 24 \\ 0 \end{array}$ 4) $\_458 \mid 9$ $\begin{array}{r} \underline{45} \quad 50 \\ 8 \text{ (зал.)} \end{array}$
Дії зі звичайними дробами і змішаними числами.	1) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ 2) $7 - 2\frac{3}{5} = 5\frac{3}{5}$ 3) $5\frac{3}{7} - 1\frac{6}{7} = 4\frac{2}{7}$	1) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ 2) $7 - 2\frac{3}{5} = 6\frac{5}{5}$ 2) $\frac{3}{5}$ 3) $5\frac{3}{7} - 1\frac{6}{7} = 4\frac{10}{7} - 1\frac{6}{7} = 3\frac{4}{7}$
Десяткові дроби	1) $+3,27$ 2) $\times 1,23$ 3) $1,257 : 3,2$ $\begin{array}{r} \underline{5,9} \\ 3,86 \end{array}$ $\begin{array}{r} \underline{2,5} \\ 615 \end{array}$ $1,257 \mid 3,2$ $\begin{array}{r} \underline{246} \\ 307,5 \end{array}$ 4) $\_1,25 \mid 5$ $\underline{10} \quad 25$ $\_25$ $\underline{25}$	1) $+3,27$ 2) $\times 1,23$ 3) $12,57 \mid 32$ $\begin{array}{r} \underline{5,90} \\ 9,17 \end{array}$ $\begin{array}{r} \underline{2,5} \\ 615 \end{array}$ 4) $1,25 \mid 5$ $\underline{246}$ $\underline{0} \quad 0,25$ $0,307$ 5 12 $\underline{10}$ $\_25$ $\underline{25}$



	0	0
<b>Завдання на відсотки.</b>	Умова: знайти 32% від числа 1200. $1\ 200 \cdot 32 : 100 = 384$ (Нерозуміння суті, незнання визначення відсотків)	$1200 : 100 \cdot 32 = 384$
<b>Одиниці виміру</b>	1) $1\text{ см}^2 = 10\text{ мм}^2$ 2) $1\text{ м}^3 = 100\text{ см}^3$	1) $1\text{ см}^2 = 100\text{ мм}^2$ 2) $1\text{ м}^3 = 100000\text{ см}^3$

## 6 клас

Тема	Помилки	Правильно
Дії зі звичайними дробами з різними знаменниками.	1) $\frac{1}{12} + \frac{1}{8} = \frac{4+6}{48} = \frac{10}{48}$ 2) $\frac{11}{20} \cdot \frac{6}{11} = \frac{66}{220} = \frac{3}{10}$	1) $\frac{1}{12} + \frac{1}{8} = \frac{2+3}{24} = \frac{5}{24}$ 2) $\frac{11}{20} \cdot \frac{6}{11} = \frac{11 \cdot 6}{20 \cdot 11} = \frac{3}{10}$
Відношення пропорції	Завдання на зворотню пропорційну залежність  $x = \frac{4,8 \cdot 2,4}{3,6}$	 $x = \frac{3,6 \cdot 2,4}{4,8}$
Позитивні і негативні числа.	1) $-5 + 3 = 2$ 2) $(-2) + (-7) = 9$ 3) $6 - 10 = 4$ 4) $-2 - 7 = -5$	1) $-5 + 3 = -2$ 2) $(-2) + (-7) = -9$ 3) $6 - 10 = -4$ 4) $-2 - 7 = -9$
Рішення рівнянь.  1. Розкриття дужок.  2. Приведення подібних.	1) $5 - (x - 2) = 5 + x - 2$ 2) $c - (-2 + x) = c - 2 - x$  1) $2x + x + 3 = 3x + 3 = 6x$ 2) $5 - 2x + 3 + x = 3x + 8$	1) $5 - (x - 2) = 5 - x + 2$ 2) $c - (-2 + x) = c + 2 - x$  1) $2x + x + 3 = 3x + 3$ 2) $5 - 2x + 3 + x = 8 - x$

<p>3. Перенесення доданків з однієї частини в іншу</p>	<p>1) <math>2x + 7 + 3x = 2</math> <math>2x + 3x = 2 + 7</math></p> <p>2) <math>9x = 3</math> <math>x = 9 : 3</math> <math>x = 3</math></p>	<p>1) <math>2x + 7 + 3x = 2</math> <math>2x + 3x = 2 - 7</math></p> <p>2) <math>9x = 3</math> <math>x = 3 : 9</math> <math>x = 1/3</math></p>
<p>Координатна площина. 1. Точки на осях</p>	 <p>A(0;2) y</p> <p>0 A</p> <p>x</p>	 <p>A(0;2) y</p> <p>A</p> <p>0</p> <p>x</p>