

Національний університет «Чернігівський колегіум» імені Т.Г. Шевченка

Природничо-математичний факультет

Кафедра математики та економіки

**Кваліфікаційна робота**

освітнього ступеня «магістр»

на тему

**«Використання прийомів перевернутого навчання під час вивчення  
взаємного розміщення прямих і площин у просторі курсу стереометрії  
профільної школи»**

Виконала:

студентка 2 курсу, групи 61,  
спеціальності

014 Середня освіта (Математика)

Шпіц Світлана Анатоліївна

Науковий керівник:

к.п.н., доцент Філон Л.Г.

Чернігів – 2022 рік

Роботу подано до розгляду « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ року.

Студентка \_\_\_\_\_  
(підпис) (прізвище та ініціали)

Науковий керівник \_\_\_\_\_  
(підпис) (прізвище та ініціали)

Рецензент \_\_\_\_\_  
(підпис) (прізвище та ініціали)

Кваліфікаційна робота розглянута на засіданні кафедри математики та економіки.

Протокол № \_\_\_\_\_ від « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ року.

Студентка допускається до захисту даної роботи в екзаменаційній комісії.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (прізвище та ініціали)

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ДОСЛІДЖЕННЯ.....	8
1.1. Сучасні методи навчання, їх суть, види .....	8
1.2. Перевернуте навчання як форма активних технологій навчальної діяльності.....	13
1.3. Переваги та недоліки перевернутого навчання, відмінності від традиційного навчання .....	17
1.4. Технології та інструменти організації перевернутого навчання .....	23
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА ЗАСТОСУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЙ ПЕРЕВЕРНУТОГО НАВЧАННЯ ПІД ЧАС НАВЧАННЯ ВЗАЄМНОГО РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРІ НА ПРОФІЛЬНОМУ РІВНІ.....	33
2.1. Аналіз навчальної програми з геометрії (профільний рівень) для 10-11 класів на предмет дослідження .....	33
2.2. Методичні рекомендації до вивчення теоретичного матеріалу, що стосується взаємного розміщення прямих і площин у просторі, в умовах перевернутого навчання. Розробка методичних матеріалів. ....	39
2.3. Планування та проведення практичних занять .....	48
2.4. Організація самостійної та домашньої роботи учнів під час перевернутого навчання питань взаємного розміщення прямих і площин у просторі .....	56
2.5. Експериментальна апробація основних положень дослідження та її результати.....	67
ВИСНОВКИ .....	79
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....	81

## ВСТУП

**Актуальність дослідження.** «Перевернуте навчання» (англійською «flipped learning») набирає популярність останнім часом. Все більше вчителів шкіл по всьому світу цікавляться цією технологією і мають плани випробувати її. Так, за даними організації «Flipped Learning Global Initiative», засновником «перевернутого навчання» є Джонатан Бергманн, 16% вчителів в США вже використовують, 35% мають плани з навчання цією методикою і 45% директорів шкіл хотіли б, щоб вчителі володіли даною технологією.

Починаючи з 2008 року американські засновники ідеї перевернутого навчання (flipped learning) стали записувати свої лекції у форматі відео і пропонувати їх для вивчення своїм учням в якості домашнього завдання. Розділяючи погляди своїх колег, вчителі з усіх куточків світу перейняли корисну методику і так само стали записувати власні навчальні ролики. [14]

Геометрія, як навчальний предмет, відіграє велику роль у розвитку пізнавальної активності, логічного мислення і просторової уяви учня. Як зазначено в підручнику автора Неліна Є. П. Геометрія (профільний рівень) [21] курс геометрії включає планіметрію і стереометрію. В 7–9 класі вивчаємо геометрію на площині, тобто планіметрію. Фігури, які нами розглядаються в курсі планіметрії, це такі як прямокутник, трикутник, квадрат, коло, паралелограм лежать в одній площині і називаються плоскими. В 10 класі починаємо вивчати стереометрію, тобто геометрію в просторі. Стереометрія – це геометрія, що вивчає фігури в просторі. Вивчення геометрії на профільному рівні формує спеціальні геометричні знання учня, відіграє величезну роль у загальному розвитку особистості, її вміння логічно мислити і доказово обґрунтувати істинність тверджень в будь-якій сфері діяльності.

В курсі стереометрії 10 класу на профільному рівні ми вивчаємо наступні теми:

I Вступ до стереометрії.

II Паралельність прямих і площин у просторі.

III Перпендикулярність прямих і площин у просторі.

#### IV Координати, вектори, геометричні перетворення в просторі.

Треба зазначити, що тема «Прямі і площини» є значною частиною курсу стереометрії. Розділи про взаємне розташування прямих і площин в просторі вивчаються відразу після освоєння учнями основних понять і аксіом стереометрії. Знання теоретичного матеріалу і вміння розв'язувати задачі на взаємне розташування прямих і площин є основними при вивченні властивостей геометричних фігур у просторі. Без знання про взаємне розташування прямих і площин в просторі неможливе вивчення властивостей багатогранних кутів, багатогранників і круглих тіл [3]. Тому від того, як учні засвоять тему «Прямі і площини», залежить подальше вивчення ними курсу стереометрії.

Геометричні завдання – основні засобів, які використовуються при навчанні геометрії для формування знань, умінь і навичок учнів. Вивчення теми «Прямі і площини в просторі» супроводжуються розв'язуванням учнями завдань стереометрії у великій кількості. При цьому в учнів розвивається просторова уява, формуються навички зображення на площині фігур, розташованих в тривимірному просторі, їх правильного сприйняття і читання. Як зазначено в Наук.-практ. Конф., «Актуальні проблеми методики навчання математики»[2] геометричні завдання викликають в учнів труднощі. Всі труднощі можна розподілити на три групи. Перша група труднощів зв'язана з рисунком. Друга група труднощів пов'язана з вибором необхідних теорем і формул. Третя група труднощів - це труднощі арифметичного і алгебраїчного характеру.

**Мета роботи** – дослідження використання прийомів перевернутого навчання під час вивчення взаємного розміщення прямих і площин у просторі курсу стереометрії профільної школи.

Відповідно до мети дослідження сформульовано такі **завдання дослідження**:

1. Розглянути сучасні методи навчання, їх суть, види.

2. Проаналізувати перевернуте навчання як форму активних технологій навчальної діяльності.

3. Виокремити переваги та недоліки перевернутого навчання, відмінності від традиційного навчання.

4. Описати технології та інструменти організації перевернутого навчання

5. Дослідити методику застосування технологій перевернутого навчання під час навчання взаємного розміщення прямих і площин у просторі на профільному рівні.

**Об'єкт дослідження** – процес навчання стереометрії учнів профільних класів закладів загальної середньої освіти.

**Предмет дослідження** – методика використання в курсі стереометрії прийомів перевернутого навчання під час вивчення взаємного розміщення прямих і площин у просторі.

При розв'язанні поставлених задач були використані наступні методи дослідження: вивчення навчально-методичної літератури, аналіз змісту програм і підручників геометрії профільного рівня, самостійне розв'язування задач.

Теоретичне значення дослідження полягає в тому, що в ньому виявлені методичні особливості навчання старшокласників розв'язування задач з теми «Прямі і площини в просторі» на профільному рівні навчання з використанням прийомів перевернутого навчання.

Практичне значення дослідження полягає у розробці системи стереометричних задач за темами «Прямі в просторі», «Пряма і площина в просторі», «Площини в просторі» для учнів, що вивчають стереометрію на профільному рівні, та методичних рекомендацій її реалізації з використанням прийомів перевернутого навчання.

Апробація результатів дослідження. Основні положення дослідження доповідались на Всеукраїнській науково-практичній конференції з міжнародною участю студентів, аспірантів, і молодих учених “Крок у науку: дослідження у галузі природничо-математичних дисциплін та методики їх

навчання” (грудень, 2022 р., м. Чернігів). Тези доповіді опубліковані у збірнику матеріалів конференції [29, с.150-151]

Структура роботи. Магістерська робота складається зі вступу, двох розділів, висновків та списку використаних джерел.

## РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

### 1.1. Сучасні методи навчання, їх суть, види

Ядром системи знань основ науки є наукові поняття. Без засвоєння понять не можливо засвоєння курсу предмета.

Зазначимо, що для засвоєння курсу геометрії розроблена повна база навчально - методичних посібників, довідкових матеріалів, публікуються онлайн-уроки з усіх тем курсу геометрії, але, як зазначає джерело [2] існує проблема кризи понятійного апарату, викликаного втратою інтересу і розуміння учнями даного предмета.

Відсутність знань теоретичного матеріалу дисципліни визначає зниження критеріїв якості повноти засвоєння, а саме:

- повноти засвоєння змісту поняття;
- повноти засвоєння кількості зв'язків одного поняття з іншими;
- повноти засвоєння обсягу поняття.

Формування понятійного апарату пов'язане з виконанням ряду методологічних функцій:

- забезпеченням систематизації наукового знання (вміння учнів, використовуючи правила дедукції, з основних понять виводити інші твердження та теоретичні положення);
- вміння описувати властивості об'єктів та встановлювати зв'язки між ними;
- Розвиток знання здійснюється уточненням основних понять, поглибленням та розширенням їх обсягу.

З Джерела [6] автора Бульвінської О. Методом навчання називається - спосіб упорядкованої діяльності учнів та вчителів, яка спрямована на вирішення завдань освіти та розвитку і виховання в процесі навчання.

Методи навчання мають множинну характеристику. За навчально-методичним посібником автора Бевз Г. П.[4] виокремлюємо такі методи навчання:

- I. Метод передачі й сприйняття інформації. Тобто система традиційних



методів:

1. словесні методи;
2. наочні методи;
3. Практичні методи.

II. Метод взаємної діяльності учителя та учнів:

1. пояснювально-ілюстративний метод
2. репродуктивний метод;
3. метод проблемного викладу;
4. пошуковий або евристичний метод;
5. дослідницький метод.

III. Основні методи діяльності учителя:

1. Методи здійснення навчальної діяльності (практичні, самостійні, контрольні роботи);
2. Метод мотивації навчання (формування інтересу до навчання. Застосування пізнавальних ігор, аналізу різних ситуацій, створення ситуації успіху);
3. Створення методу контролю й самоконтроля. [4]

Але сучасна українська школа до методів навчання висуває певні вимоги.

Проаналізувавши навчальний посібник Мойсеюка Н.Є. Педагогіка навчання[17], робимо висновок, що навчання стереометрії учнів пов'язане із застосуванням як традиційних методів навчання, так і інноваційних. Можемо виокремити п'ять методів навчання за характером пізнавальної діяльності:

- 1) пояснювальний-ілюстративний;
- 2) репродуктивний;
- 3) проблемний;
- 4) пошуковий (евристичний);
- 5) дослідницький.

Умовно можемо поділити їх на дві групи:

Репродуктивний метод – засвоєння учнями готових знань і відтворення вже відомих їм способів діяльності;

Продуктивний метод – учні в процесі творчої діяльності відкривають нові для себе знання.

Сутність пояснювально-ілюстративного методу в тому, що учителем викладається підготовлена інформація, а учні сприймають її, осмислюють і фіксують у пам'яті. У контексті проблеми дослідження вважаємо за можливе використання пояснювально-ілюстративного методу в навчанні стереометрії як основного. Для посилення ефективності цього методу в ході вивчення нового матеріалу доречною є опора на інтерактивні плакати. Використання пояснювально-ілюстративного методу доцільне для формування когнітивного складника математичної компетентності учнів.

Репродуктивний метод полягає у відпрацюванні нового матеріалу за зразком, сприяє ефективному відпрацюванню набутих навичок і вмінь. Варто акцентувати увагу на позитивному впливі застосування репродуктивного методу на формування фактологічного рівня математичної компетентності. Однак надмірне використання репродуктивного методу знижує мотивацію учнів до навчання стереометрії, тому доцільно поєднувати репродуктивні методи навчання з продуктивними.

В дослідженнях автора Дяченко-Богун М.[10] активні методи навчання визначаються як способи активізації пізнавальної діяльності учнів і спонукають їх до активної розумової й практичної діяльності. У ході їх застосування активним є не лише учитель, а й здобувачі освіти. Активне навчання передбачає використання системи методів, спрямованих, головним чином, не на виклад готових знань і їх відтворення, а на самостійне оволодіння учнями знаннями у процесі активної пізнавальної діяльності. Саме в активній діяльності, що спрямовується педагогом ті, хто навчаються, опановують необхідними для їх навчальної діяльності знаннями, уміннями, навичками і розвивають здатність творчо використовувати отримані знання в різноманітні ситуації реального життя. [10]

Проаналізувавши сучасні методи навчання автора Бульвінської О.[6], статтю «Активні методи навчання» автора Казарян І. Б.[13] виокремлюємо наступне:

Активні методи навчання

1. Метод розігрування ролей (ефективний при вирішенні управлінських та складних економічних завдань).
2. Аналіз конкретних ситуацій (розвиває здібність до аналізу життєвих і виробничих завдань).
3. Ігрове проектування (активізує вивчення учбових дисциплін).
4. «Круглий стіл» (поєднання тематичної дискусії з консультацією).
5. Семінар-дискусія (учні вчаться виражати свої думки).
6. Мозковий штурм (пошук нетрадиційних методів вирішення питань).
7. Ділова гра (моделює діяльність шляхом гри).

Можемо вважати і технологію «перевернутого навчання» також активним методом навчання. В посібнику автора Кузьмінської О. Г. [14]

«Перевернутий клас» - це форма змішаного навчання, яка дозволяє «перевернути» навчання наступним чином: замість домашнього завдання учні дивляться короткі відео-лекції в мережі - самостійно проходять теоретичний матеріал, - а весь аудиторний час, коли викладач поруч, використовується для спільного виконання практичних завдань. Цю форму часто порівнюють з рішенням домашнього завдання в класі (звідси і метафора «перевернутий клас») Проаналізувавши джерело [27] автора Тінькової Д. С. виокремлюємо наступні активні методи навчання.

До методів активного навчання належать:

мейкерство, метод проектів, гейміфікація.

Мейкерство.

Суть мейкерства полягає в тому, щоб створити щось своїми руками. «Мейкерство – діяльність, унаслідок якої утворюється щось нове або процес створення власноруч чогось нового: певних фізичних об'єктів».

Якщо проектувати мейкерство на процес навчання стереометрії учнів, то створення моделей стереометричних фігур із паперу / картону, комбінацій стереометричних фігур із паперу / картону, моделей іграшок, конструкцій із паперу / картону – це робота своїми руками.

Метод проектів.

Суть методу в тому, що робота над проектом дає змогу створити матеріальний носій (реферат, малюнок, математичну модель, відеоролик, предмет тощо), а для цього учням треба прочитати, проаналізувати, систематизувати, узагальнити потрібну інформацію, застосувати отримані знання на практиці. Робота над представленням створеного матеріального носія розвиває просторову уяву учнів, об'ємне бачення проекту, уміння працювати в команді. За допомогою роботи над проектом учні проходять весь шлях – від заданої проблеми до отриманого результату.

Гейміфікація.

«Концепція Нової української школи» трактує гейміфікацію як використання ігрових елементів, як систему мотивування до навчального процесу. Саме в такому контексті закордонні експерти позитивно оцінюють універсальність гейміфікації, яку використовують у класі під час вивчення нового матеріалу, або як домашнє завдання, або як оцінювальне завдання для підвищення мотивації та максимального засвоєння теми. У процесі гри її учасники розв'язують завдання, їхня взаємодія регламентована певними правилами, що відображають реальні умови та закономірності. [27]

Вибір активного методу залежить від конкретного предмету, бази отриманих знань, умінь і навиків, індивідуальних особливостей учнів, навиків вчителя будувати процес вчення активним методом.

Проаналізувавши активні методи навчання вважаємо доцільне їх застосування при навчанні за моделлю «перевернутого навчання».

## 1.2. Перевернуте навчання як форма активних технологій навчальної діяльності

Аналіз досліджень, що стосуються методів навчання, показує, що активні методи навчання науковці трактують як такі, що сприяють активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів, спонукають їх до розумової й практичної діяльності в процесі оволодіння матеріалом.

“Перевернуте навчання” відносять саме до таких активних технологій навчальної діяльності. [25]

Як глобальна ініціатива «перевернуте навчання» з'явилася, завдяки зусиллям двох педагогів. Джонатан Бергманн і Аарон Семс прийшли працювати вчителями хімії в середню школу Вудланд Парк в США в 2006 році. Школа знаходилася в сільській місцевості, і в ній навчалася близько 950 учнів. Джонатан і Аарон стали хорошими друзями і багато спільно працювали над навчанням дітей хімії. Розробляли плани уроків і планували експерименти по черзі. З перших же днів роботи, вони помітили одну дуже серйозну проблему - велика кількість учнів пропускало чимало уроків через участь в змаганнях і шкільних заходах, проводячи великий час в транспорті, так як сусідні школи розташовувалися досить далеко. Пропускаючи уроки, учні мали великі труднощі із засвоюванням матеріалу уроків, і як наслідок погано встигали. Аарону прийшла ідея, коли він наткнувся на програму, яка конвертувала презентацію «Power Point» у відео, включаючи звук презентує і всі анотації, записати свій урок на відео і викласти його в мережу. Учням ця ініціатива сподобалася, більше того, було отримано багато відгуків від інших вчителів з усієї країни, які почали використовувати відео-уроки для своїх учнів на своїх заняттях [14].

За довгі роки, близько 40 років на двох, роботи вчителями найбільше їх не задовольняло те, що учні не могли застосувати на практиці знання, отримані на уроці. «У той час, коли учні практикують отримані знання виконуючи домашню роботу, і коли я найбільше їм потрібен, я не з ними», - говорив Аарон.

Так прийшла ідея записати всі уроки на відео, викласти їх в Інтернет і давати учням в якості домашнього завдання. Учні переглядають вдома відеоматеріал, а на уроці в школі, час присвячується практиці і закріпленню отриманих знань під керівництвом вчителя. Таким чином народився «перевернутий клас» і все більше і більше вчителів у всьому світі почали цікавитися і застосовувати цю технологію.

Просте визначення даної методики можна дати так: це форма змішаного навчання, яка дозволяє «перевернути» навчання наступним чином: замість домашнього завдання учні дивляться короткі відео-лекції в мережі — самостійно проходять теоретичний матеріал, — а весь аудиторний час, коли викладач поруч, використовується для спільного виконання практичних завдань. Цю форму часто порівнюють з виконанням домашнього завдання в класі (звідси і метафора «перевернутого класу»). Так як, на перший погляд, ідея здається дуже простою і можна відразу почати її застосовувати без належної підготовки, на перших порах можна наробити багато помилок і розчаруватися в технології. Для наочності, в таблицях нижче наведені визначення «перевернутого» навчання, в першій – просте і поверхове, і порівняння з традиційним класом; в другій - більш широке [7].

Проаналізувавши літературу [7] та [14], можемо дати пояснення традиційного і перевернутого класу та подати в вигляді таблиць.

Таблиця 1.2

## Просте визначення «перевернутого класу»

Клас	Що відбувається в класі	Що відбувається поза класом
Традиційний	Лекції	Практика завдань і рішення задач
«Перевернутий»	Практика завдань і рішення задач	Відео-лекції

Таблиця 1.3

## Більш широке визначення «перевернутого класу»

Що відбувається в класі?	Що відбувається поза класом?
Питання та відповіді, групова робота, робота над складними питаннями	Відео-уроки, тести і питання на первинне розуміння матеріалу

Технологія «перевернутий клас» базується на ідеї більш ефективного використання часу в класі та індивідуалізації навчання. Час, який учитель традиційно витрачав на пояснення нового матеріалу на уроці, тепер витрачається на практичне застосування здобутих знань, на виконання більш складних завдань теми, для групової роботи, для більш глибокого розуміння і засвоєння матеріалу. Учні в «перевернутому класі», в порівнянні з традиційним класом, більшу кількість часу є активними, навчаються більше, ніж пасивні. Традиційний клас, де вчитель розглядає матеріал в одному темпі, орієнтується на гіпотетичного середнього учня. Більш того, в «перевернутому класі» змінюється роль учня, тепер він повинен бути більш самостійний і відповідальний за своє навчання. Учитель в такій моделі є організатором і драйвером групової роботи, індивідуальним помічником кожного учня. Він готує відеоматеріал, записує короткі відео, де викладає тему майбутнього заняття або дає посилання на готові ресурси, де розміщені відео-уроки (наприклад [infourok.ru](http://infourok.ru), [youtube](http://youtube.com), [khanacademy.org](http://khanacademy.org) та інші), задає дітям переглянути цей матеріал до уроку [25].

У технології «перевернутий клас», вчителю важливо бути впевненим, що всі учні будуть переглядати відео уважно. Тому на перших порах учнів навчають як потрібно правильно дивитися відео-уроки вдома. Звичайно ж, домашнє завдання не обмежується тільки переглядом ролика, учні повинні підготувати питання по переглянutoму матеріалу, або зробити невеликий тест на розуміння отриманої інформації, також вони можуть включитися в групове обговорення відео-уроку в месенджерах або на електронних освітніх

платформах. Враховуючи свої індивідуальні здібності та особливості, учні можуть переглядати урок в тому темпі, стільки разів і в той час, коли їм найбільш зручно. На уроці ж учитель організовує роботу таким чином, щоб всі учні могли стати активними учасниками освітнього процесу. Планує групову роботу, готує уточнюючі питання і завдання, для більш глибокого і ґрунтовного розуміння матеріалу, індивідуально працює з відстаючими або успішними учнями [25].

Ідея "перевернутого навчання" зводиться до того, що теоретичні знання учні отримують самостійно, вдома або взагалі де і як зручно, а на самих уроках вчитель допомагає новий матеріал закріпити, опрацювати і застосувати на практиці. Виходить, що вчитель виступає не джерелом знань, а свого роду тьютором, супроводжуючим індивідуальне навчання.

Незважаючи на простоту початкової ідеї, перевернуте навчання обернулося сильним інструментом, який може трансформувати традиційну освіту. Ключовим моментом тут також є і те, що при не належному розумінні технології вчителями і застосуванні, при всій уявній простоті, не виходить досягти бажаних результатів. Дуже важливо пам'ятати, що технологія «перевернуте навчання» - це не онлайн навчання, не підміна вчителя на віртуальні уроки, не масовий відкритий онлайн курс, не ізоляція учня від вчителя. Це методика, націлена на збільшення часу ефективної взаємодії педагога і учня, це створення атмосфери, де учень бере відповідальність за своє навчання, це клас, де вчитель не центральний актор на сцені, а помічник поруч, де створюється архів уроків, з можливістю їх перегляду в будь-який час, де учні можуть отримати персональну підтримку в навчанні.



### **1.3. Переваги та недоліки перевернутого навчання, відмінності від традиційного навчання**

У чому ж причина ефективності «перевернутих» уроків? Австралійські вчені вважають, що відповідь потрібно шукати в психології. Справа в тому, що у підлітків є психологічні потреби в автономії, в компетентності і в міжособистісному спілкуванні [24]. Це також зазначено в роботах авторів Дишлевої С.[10] та Пилипчук О.[23]. Автори вважають, що потреба в автономії - це прагнення будь-якої людини бути ініціатором власних дій і самостійно контролювати свою поведінку, іншими словами ніхто не любить, щоб йому вказували, що робити, а традиційна модель навчання якраз будується на прямому підпорядкуванні.

А потреба в компетенції - це бажання людини досягти якихось певних внутрішніх і зовнішніх результатів. Це може бути вміння підтримати розумове або звичайне заохочення з боку. Потреба в міжособистісних відносинах - це необхідність відчувати себе частиною будь-якої спільності. «Перевернуте навчання» враховує всі ці три потреби: соціальний контекст підвищує почуття компетентності, від цього підвищується мотивація і зростає впевненість в собі і своїй самостійності і відповідальності. Для порівняння звичайна лекція не зачіпає почуття компетенції і автономності взагалі, від цього знижується мотивація і відповідно і ефективність навчання.

Якщо розібрати всю технологію «перевернутого навчання» на складові, то можна помітити, як саме зміщується фокус уваги учнів і розподіл соціальних ролей. Традиційна тиша в аудиторії і пасивне сприйняття лекції змінюється на активну самостійну роботу, в якій викладач виступає в ролі компетентного консультанта. Мобільні телефони і взагалі гаджети не просто не забороняються в «перевернутому» класі, вони стають повноправними учасниками процесу навчання, учні можуть в будь-який момент погуглити цікаву для них інформацію або переглянути навчальний ролик. Контролю за списуванням більше немає в принципі, тому що робота йде в групах. Та й сама ідея контролю

вже не так актуальна. Плюс, «перевернуте навчання» перестає бути лінійним. Всі матеріали і відео-лекції учні можуть переглядати скільки завгодно разів, в будь-яких умовах, в зручному індивідуальному ритмі, зупиняючись, де необхідно, і повторюючи незрозумілі місця стільки, скільки буде потрібно. У класі не всі діти ризикнуть зізнатися, що їм що-небудь незрозуміло, а ось у своїй кімнаті ніхто не завадить їм переглянути захоплюючий відеоролик кілька разів, роблячи паузи там, де матеріал стає складним для сприйняття. В кінцевому підсумку, найголовнішою відмінністю «перевернутої» моделі навчання від традиційної стає зміщення мети. У традиційній моделі метою є нові знання самі по собі, а в «перевернутому навчанні» метою стають нові навички, а теоретичні знання – всього лише засіб досягнення мети. [25]

Отже, теоретичний матеріал вивчається самостійно за допомогою онлайн-ресурсів, рекомендованих викладачем, а класний час відведено під обговорення найбільш складних моментів і виконання практичних і лабораторних робіт з підтримкою вчителя. Так як частина занять переноситься в електронне середовище і в інтернет, то саме це і диктує особливості «перевернутого навчання». Навчання новому матеріалу стає більш індивідуальним, тому що викладач може спільно з учнями змінювати співвідношення самостійної роботи в Інтернеті і практичних занять в класі. Таке навчання переслідує кілька цілей:

- оптимізація навчання, діти більше не витрачають дорогоцінний час вчителя на те, що вони цілком можуть дізнатися і самостійно;
- отримання навички самостійної роботи, підвищення ефективності власної роботи в групах;
- підвищення мотивації до навчання, дітей ніхто не підганяє при навчанні і не диктує, як саме йому отримувати інформацію;
- формування у дітей почуття відповідальності за своє навчання. Дійсно, давно пора зрозуміти, що не вчитель щось "винен" учням, а що вони самі в змозі відповідати за себе;

- зміна ролі учнів від пасивної губки, що вбирає новий матеріал, до активного учасника процесу добування знань. [7]

Тепер варто узагальнити переваги і нечисленні недоліки технології «перевернутого» навчання.

Важливими результатами застосування перевернутого навчання можна назвати поліпшення в загальному освітніх результатів учнів (багато педагогів відзначають поліпшення успішності учнів). Ще одним позитивним ефектом даної технології є розвиток самого вчителя. Коли педагог записує на відео свої уроки і намагається в максимально доступній формі, в залежності від рівня класу, для якого робиться цей урок, викласти матеріал, у нього з'явиться величезна можливість для аналізу самого себе, того, як він подає і викладає нову для учнів тему. Крім цього «перевернуте» навчання дає поштовх до професійної співпраці вчителів, адже можна об'єднати зусилля і записувати уроки на відео спільно. Проаналізувавши роботи Возносименко Д. А.[7], Кузьмінська О. Г. [14], Попадюк С. С., Скуратівська, М. О.[24], Приходькіна Н.[25], зводимо Порівняння «перевернутого» і традиційного навчання до таблиці.

Порівняння «перевернутого» і традиційного навчання

Таблиця 1.3

<b>Навчальний процес</b>	<b>«Перевернуте» навчання</b>	<b>Традиційне навчання</b>
<b>Підготовка до уроку</b>	Учні переглядають відповіді тестових завдань, визначаються з проблемними питаннями	Підготовка до вивчення теоретичного матеріалу, розв'язування вправ.
<b>Технологія проведення уроку</b>	Діяльність учнів спрямована на розв'язання проблемних питань.	Пояснення нового матеріалу, закріплення отриманих знань.
<b>Технологія навчання</b>	Самостійний перегляд відео-уроків, виконання тестів, а на уроці вчитель має можливість працювати з кожним учнем. Опрацювання важких практичних завдань.	Пояснення нового матеріалу в класі. Дома виконання практичних вправ та закріплення отриманих знань.

<b>Передача знань</b>	Здобування знань виконується самостійно з використанням технологій інтерактивного навчання.	Передача нового матеріалу учителем в класі. Закріплення нового матеріалу відбувається, використовуючи практичні завдання.
<b>Методи</b>	Технології інтерактивні, інформаційні. Активні методи навчання, які дозволяють самостійно здобувати знання.	Технології, що дозволяють здобувати знання при взаємодії вчитель-учень.
<b>Підходи</b>	Персоналізований і диференційований	Диференційований
<b>ІКТ</b>	Диференційований ІКТ Сервіси MSOffice 365, Google, Web-2.0, Moodle	Мультимедіа (дошка, проектор, Web-2.0, Moodle тощо гаджет)
<b>Діяльність учнів</b>	Активна	Пасивна
<b>Роль учителя</b>	Передає готові знання.	Супроводжує навчання, проектує навчальну ситуацію.
	Демонструє, розміщує, публікує, розробляє.	Демонструє, розміщує, публікує, розробляє.
	Супроводжує навчання, проектує навчальну ситуацію.	Передає готові знання.
	Передає готові знання.	Передає готові знання.
<b>Роль учня</b>	Передає готові знання.	Передає готові знання.
	Демонструє, розміщує, публікує, розробляє.	Демонструє, розміщує, публікує, розробляє.
	Супроводжує навчання, проектує навчальну ситуацію.	Супроводжує навчання, проектує навчальну ситуацію.
<b>Доступ до навчальних матеріалів</b>	Повсюдний	В аудиторії
<b>Обговорення</b>	Постійно	Періодично

Проаналізувавши літературу: Возносименко Д. А.[7], Кузьмінська О. Г. [14], Попадюк С. С., Скуратівська, М. О.[24], Приходькіна Н.[25], Пилипчук О. [23] виокремлюємо переваги та недоліки перевернутого навчання.

До переваг відносяться:

1. Збільшення часу на обговорення незрозумілих і складних моментів. У традиційній моделі велика частина уроку йшла безпосередньо на вивчення нового матеріалу, а обговорення, як правило, зводиться до питання "всім все зрозуміло?", на який діти завжди схильні відповідати ствердно, тому що не хочуть зайвий раз звертати увагу на те, що вони щось не встигли зрозуміти або записати;

2. Доступність електронних ресурсів. Сьогодні складно уявити собі учня або студента без мобільного телефону. Переміщення лекційних матеріалів в Інтернет і використання коротких навчальних відеороликів сприяє тому, що діти можуть вивчити їх в будь-який зручний час. За великим рахунком, їм необов'язково сидіти вдома за робочим столом, вони можуть переглянути ці ролики на свіжому повітрі або в компанії однолітків;

3. Збільшення часу на роботу в команді. Саме під час проектної роботи в класі створюються всі умови для того, щоб діти відчували себе розкуто і могли задати питання, що цікавлять їх. Коли в процесі вони стикаються зі складнощами, дискусія починається природним шляхом, поліпшуються комунікативні та соціальні навички дітей;

4. Викладачеві набагато легше оцінювати знання і роботу учнів. Під час практичних занять прекрасно видно, кому матеріал дався легко, а кому не завадили б додаткові роз'яснення. Викладачеві легше регулювати свою роботу і, в підсумку, оцінки, які діти отримують за роботу на уроці, набагато більш об'єктивні;

5. У дітей з'являється час думати над новими знаннями. Під час лекції діти часто просто записують за вчителем його ж слова, а під час домашнього перегляду роликів вони можуть зупинитися, обміркувати почуте, якщо тема дуже цікава, то заглибитися у вивчення;

6. Нівелюються деякі фізичні відмінності між дітьми. Наприклад, діти з деякими обмеженнями, такими як порушення слуху, зможуть навчатися нарівні з усіма. Або, наприклад, ті, для кого мова навчання не є рідною;

7. "Перевернуте навчання" дає викладачеві постійний зворотний зв'язок. Він може коригувати свої лекції, щоб виявити часті помилки в сприйнятті.

Аналізуючи джерела [7],[14],[24],[25],[23] можемо спрогнозувати й можливі проблеми:

1. Далеко не кожний учень може засвоїти інформацію з електронного носія та співпрацювати в парах.

2. Учні звикли отримувати допомогу в навчанні від дорослих, які вчилися, використовуючи традиційні методи навчання. Небажання прийняття нового підходу в отримванні знань.

4. Сприйняття та обробка інформації. (Можливий перегляд навчального матеріалу та сприйняття інформації на рівні перегляду вистави).

5. Виключення моторної, емоційної, слухової пам'яті.

7. Ми повинні розраховувати на достатній обсяг інформації. (Одним учням достатньо для ознайомлення теоретичного матеріалу, а інші потребують для пояснення і закріплення практичних завдань.

9. «Перевернутий клас» має подібність з дистанційними онлайн курсами. Може виникнути питання, а чи є такі методи навчання, як онлайн курси ефективними. Вважаємо, що це питання потребує дослідження.

10. Урок за моделлю «перевернуте навчання» може значно збільшити кількість учнів. При цьому відео матеріал викладає один вчитель. Постає питання в необхідній кількості учителів. Це також може вплинути на якість навчання. Набувачі знань можуть поступово віддалитися від учителя, оскільки потребують більше уваги.

12. Під час класних практичних завдань можуть зникнути вирішення проблемних питань, оскільки більш активні учні, наділені допитливістю і можуть знайти всі відповіді самостійно в інтернеті. Тобто обговорення проблемного питання під час занять для таких учнів може стати не цікавим.

Проаналізовані переваги і можливі помилки «перевернутого навчання».

Можемо зробити висновки, що розробка впровадження технологій «перевернутого навчання» в сучасну освітню систему в умовах дистанційного

навчання перебувають в активному пошуку і потребують постійних досліджень. Ця ідея на перший погляд проста, але ефективний переверот потребує дуже ретельної підготовки. Об'ємним та складним є процес запису відео-лекцій, елементи класного навчання повинні становити єдине ціле, щоб учні мали мотивацію на підготовку до класних завдань та змогли зрозуміти принцип моделі «Перевернутий клас». Тому вважаємо, що правильна організація методики впровадження перевернутого навчання дозволить змінити підхід від пасивного до активного навчання, але її потрібно вводити поступово, комбінуючи з традиційними методами навчання.

#### **1.4. Технології та інструменти організації перевернутого навчання**

«Перевернутий клас», як термін використовується для опису будь-яких занять, які будуються на попередньому вивченні матеріалу. Це дуже важливий аспект, оскільки у класі зібрані учні з різним темпом засвоєння нового навчального матеріалу. Одні переглянули матеріал і мають достатнє розуміння вивченого, інші потребують додаткових переглядів, а це збільшення часу для вивчення. Створена заздалегідь відео-лекція дозволяє реалізувати особистісно-орієнтований підхід до навчання. Таким чином учні стають активними учасниками процесу, здобувачами певних знань. [7].

В теперішній час соціальні мережі заповнили весь світ. Як зазначено в роботі автора Петренко М. В. [22] дослідники відзначають, що під час пандемії люди стали набагато більше користуватися соціальними мережами, оскільки учні та викладачі позбавлені можливості проводити навчання в класах. Також можемо додати, погоджуючись с дослідниками, що в умовах нашого складного часу, розвиток дистанційного навчання та «перевернутого навчання» в ньому стає актуальним завданням.

Розвиток сучасного інтернету широко використовується в освіті. Це дозволить взаємодію учнів з вчителями в соціальних мережах на класних заняттях, при виконанні домашнього завдання, в позаурочній діяльності.

Отже на просторах мережі Інтернет можна виділити велику кількість освітніх платформ:

- "1С: Школа Онлайн" - бібліотека навчальних посібників з основних шкільних дисциплін з 1-го по 11-ий класи.

- Coursera - один з найбільших міжнародних проєктів у сфері дистанційної освіти.

- Stepik - освітня платформа, що дозволяє пройти дистанційні курси з програмування, інформатики, математики, статистики та аналізу даних, біології та біоінформатики, інженерно-технічних і природничих науки, а також іноземних мов. У Stepik можна створювати інтерактивні уроки з відео та різними типами завдань для учнів, приватні курси для обмеженої аудиторії, проводити олімпіади та конкурси [5].

- Домашня школа InternetUrok Віртуальна школа, в якій вивчаються всі предмети відповідно до програми.

"Фоксфорд" - онлайн-школа для учнів 1-11 класів, вчителів та батьків. Передбачена можливість організації як індивідуальних дистанційних занять з репетитором, так і в складі групи учнів. Для вчителів проводяться курси підвищення кваліфікації та проф-перепідготовки, а для батьків — відкриті заняття про виховання та розвиток дітей. Для зручності роботи з сервісом передбачені мобільні додатки для Android і iOS.

Крім освітніх сервісів, сучасні технічні засоби допоможуть вирішити таку проблему як відсутність навчально-методичних посібників.

Електронний підручник – це навчальне видання в електронному вигляді, яке містить структурований і систематизований матеріал, використовуваний учнями в навчальному процесі для освоєння нових знань і умінь. Електронний підручник має ряд переваг, в порівнянні з друкованим аналогом:

- простота і зручність поводження;
- можливість оновлення ресурсу електронного підручника;
- Автоматизація навчального процесу та збільшення швидкості надання освітньої послуги;



- повнота переданої інформації .

Так само в освітньому процесі можна використовувати і електронні робочі зошити [5].

Робочий зошит являє собою інтерактивний збірник завдань і контрольних робіт, які можна вирішувати в міру вивчення матеріалу основної програми за будь-якими підручниками, схваленими Міністерством освіти

Освітні цифрові лабораторії - програми цього типу використовуються для проведення спостережень над об'єктами, їх взаємозв'язками, або деякими їх властивостями.

В даний час в більшості шкіл не завжди є можливість демонструвати лабораторні роботи на уроці. Рішенням даної проблеми є віртуальні лабораторії з фізики, хімії, біології, алгебри, геометрії і т. д.

Крім віртуальних лабораторій в школі можливе використання і цифрових переносних лабораторій, що працюють на основі цифрових датчиків, засобів збору та обробки інформації, передового програмного забезпечення, додаткового лабораторного та демонстраційного обладнання.

Робота з такими лабораторіями спрощена наявністю методичного посібника у вигляді збірника зразкових лабораторних робіт, які можуть бути проведені як на уроках математики, так і фізики, біології, екології.

Робота з такими лабораторіями дозволяє самостійно проводити дослідження над абсолютно будь-яким об'єктом, фантазувати і приймати важливі і правильні висновки за підсумками лабораторного дослідження.

Онлайн калькулятори - це спеціальні комп'ютерні програми, призначені для вирішення завдань в режимі реального часу. Багато онлайн калькуляторів виводять на екран і креслення. Так, наприклад, працює програма Wolfram.

В даний час, для розвитку пізнавальної діяльності учнів, для розвитку їх творчої діяльності на замовлення Міністерства освіти та науки України були розроблені спеціалізовані комп'ютерні програми – інтерактивних творчих предметних середовищ.

В основу цих освітніх програм входить принцип динамічної геометрії, що наділяє кожен об'єкт динамічними властивостями. Програми, що працюють за таким принципом, входять в клас інтерактивно геометричних систем (ІГС). До них відносяться «1С: математичний конструктор 5.5», «1С: Конструктор інтерактивних карт», «Жива геометрія», «Жива математика».

Розглянемо докладно деякі навчальні програми.

Жива Математика. Віртуальна математична лабораторія.

Середовище моделювання та динамічного представлення креслень, графіків та інших об'єктів шкільної та позашкільної математики (рис. 1.4.1). Дозволяє вирішувати широке коло завдань при вивченні геометрії, стереометрії, алгебри, тригонометрії та математичного аналізу.

Програма проста в освоєнні, має зрозумілий інтерфейс, дозволяє створювати барвисті, легко варійовані і редаговані креслення, здійснювати операції над ними, проводити вимірювання. А також візуалізувати алгебраїчні операції. Версія 5 має покращений інтерфейс і в ній реалізовані нові функції завдання і редагування перетворень. [5]

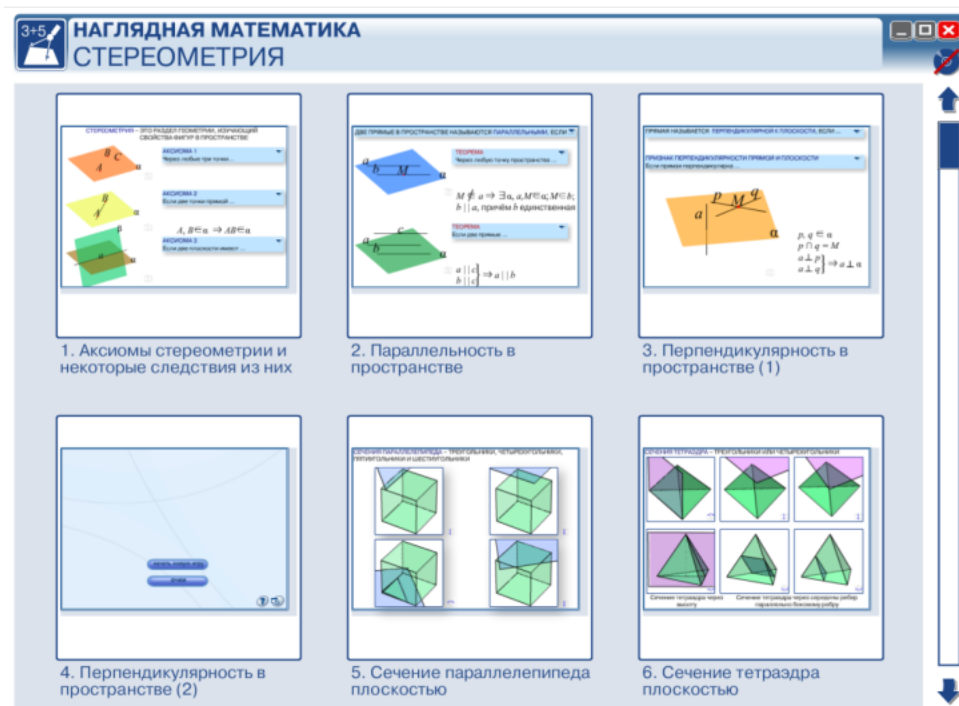


Рис. 1.4.1 Віртуальна математична лабораторія. Жива математика.

За допомогою живої математики 5.0 можна:

1. виявляти закономірності в спостережуваних геометричних явищах, формулювати теореми для подальшого доведення, підтверджувати вже доведені теореми;

2. задавати системи координат і креслити графіки функцій;

3. диференціювати (як точно, так і наближено), редагувати функції і обчислення в режимі роботи;

До складу продукту входять комп'ютерні альбоми з прикладами і завданнями, що містять готові креслення по планіметрії і стереометрії.

Математичний додаток GeoGebra - освітня платформа, оснащена базою даних, призначена для зберігання і пред'явлення учневі різноманітної інформації навчального характеру. Організація і швидкий пошук інформації за різними ознаками або контексту дозволяє користувачам швидко знаходити потрібну інформацію, використовувати її в освітній діяльності.

Можна використовувати електронні підручники і зошити, заглянути в онлайн лабораторію. Підвищити свій рівень знань з предмету, а так само комп'ютерну грамотність. Провести контроль знань в онлайн тестах, самостійних і контрольних роботах. Генератор автоматично підбирає по зазначеній темі питання, потім так само автоматично видає результат.

Інструменти для організації «перевернутого класу»:

- Програми та сервіси для створення та обробки відео.
- Сайти з готовими відео-роліками, дидактичними матеріалами, тощо для самоперевірки.
- Сервіси для створення інтерактивних вправ, тестів.

Технологія впровадження.

- Підготовчий етап: вчитель надсилає посилання на ресурс, в якому розміщує всі необхідні матеріали до уроку. В даному випадку може бути створений тематичний блог.

Свою роботу варто розпочати зі складання плейлиста. В даному блозі за тиждень до уроку необхідно виставити Play list (робочий лист), включаючи до нього наступний матеріал:

1) Теоретичний матеріал:

- план уроку;
- опорний конспект для вивчення нового матеріалу (відеоролик з лекцією або лекціями);
- онлайн - тест (завдання) по визначенню рівня підготовки учня до уроку;
- термінологічний словник;
- інформаційні плакати;

2) Практичні завдання:

- комплект тренувальних карт по вимальовуванню дрібних деталей;
- комплект тренувальних карт по розмалюванню дрібних предметів за стилями, методами та видами;

3) Відеоролики:

- майстер-класи (відеоролики);
- Презентацію до теми:
- РР –презентація;
- Надати учням скриншоти сайту або блогу.
- Визначити очікувані результати: (англ. feedback - зворотня дія) - відгук, критичний коментар до чогось.

- Ставляться цілі навчання: повторити теоретичний матеріал, узагальнити знання учнів з вивченої теми, навчитись використовувати набуті знання для формування власної стратегії вивчення наступної теми, закріпити та удосконалити знання, уміння та навички учнів.

4) Домашня підготовка: учням дається домашнє завдання для самостійної підготовки - посилання на сайт, де викладено матеріал до уроку. Учні отримують в якості домашнього завдання навчальне відео. Відео для вивчення нового матеріалу. Вони можуть його переглянути в зручний для них час, у зручному місті, переглядів може бути скільки завгодно. Вчитель на уроці має

можливість якісно організувати навчальну діяльність кожного учня з урахуванням їх можливостей.

- Хід уроку: учні працюють у групах.

План уроку опублікований заздалегідь на блозі (сайті).

Групи можна об'єднувати на підставі результатів попереднього опитування, яке учні виконують дома.

- Рефлексія уроку. Відповіді на питання.

1. Що я повинен був зробити при виконанні завдань?
2. Яку роботу я зробив? Яку не зробив?
3. Що викликало в мене труднощі при виконанні завдань?
4. Хто або що мені допомогло вирішити проблеми?
5. Чому новому я навчився на занятті?
6. Чи сподобалось мені брати участь в таких уроках?
7. Мої побажання щодо проведення уроків.

### **Інструменти для вчителя.**

Quipper School – це безкоштовний сервіс для організації навчання за моделлю «перевернутого класу». Розробники Quipper School не виключають того, що у найближчий час до списку увійдуть також інші предмети. Все залежить від зацікавленості і потреб користувачів.

Сервіс досить простий у використанні, але про всяк випадок на сайті можна знайти докладні поетапні інструкції.

Вчителю потрібно зареєструватись (пропонується зробити це за допомогою Facebook, але можна обійтися і без нього), створити клас і обрати або розробити самостійно курси для цього класу, а потім розіслати учням коди доступу до курсів. Щоб отримати можливість переглядати матеріали, учні повинні зареєструватися в Quipper School Learn, спеціальному сервісі від Quipper для школярів [1].

Все, що потрібно для використання Quipper School, це доступ до інтернету. Більше того, учням необов'язково сидіти за комп'ютером: слухати лекції і виконувати домашні завдання можна і зі смартфона.

Платформа дає можливість вчителю контролювати, на якій стадії вивчення матеріалу знаходиться той чи інший учень, а також швидко і якісно аналізувати результати вирішення тестів і виконання домашніх завдань.

Як зазначено в джерелі [25] автора Приходькіної Н. В. єдиної моделі «переверненого» навчання не існує. Термін широко використовується для опису структури практично будь-яких занять, які ґрунтуються на перегляді попередньо записаних занять із наступним їх вирішенням чи обговоренням [25].

Важливим компонентом у реалізації технології «перевернутого» навчання є розробка стандартної технологічної карти підготовки до уроку вчителів і учнів.[28]

Наводимо приклад структури стандартної технологічної карти.

Скористаємося матеріалами джерела [28]. Код доступу:

<https://stud.com.ua> › [struktura...](#)

1. Назва блоку (теми) навчальних занять.
2. Кількість годин на вивчення блоку навчальних занять. Назва блоку (теми) і кількість годин визначаються виходячи з програми на основі значущості навчального матеріалу в обов'язковому мінімумі вимог державного стандарту.
3. Дидактичні цілі, плановані при вивченні навчального блоку (теми) і сформульовані на діяльнісній основі.

Включають в себе навчальні, розвиваючі та виховні аспекти.

### 3.1. Навчальні цілі:

- допомогти учням цілісно уявити проект вивчення нової теми;
- організувати діяльність учнів з планування вивчення нової теми;
- виявити ступінь готовності учнів до засвоєння нових знань;
- забезпечити засвоєння знань;
- організувати діяльність учнів:

### 3.2. Розвиваючі цілі повинні бути орієнтовані на розвиток:

- особистісно-сміслового ставлення до навчального предмета;
- пізнавальних інтересів, інтелектуальних і творчих здібностей у процесі набуття знань по предмету з використанням різних джерел інформації та сучасних інформаційних технологій.

3.3. Виховні цілі повинні передбачати використання змісту навчального матеріалу, методів навчання, форм організації пізнавальної діяльності:

- для формування та розвитку різних якостей особистості;
- виховання переконаності у можливості пізнання законів природи і використання досягнень науки на благо розвитку цивілізації;
- співпраці в процесі спільного виконання завдань;
- формування готовності до морально-етичної оцінки використання наукових досягнень і власних вчинків.

4. Плановані результати .

5. Організацію простору (форми роботи і ресурси).

6. Основні поняття теми.

7. Технологію вивчення зазначеної теми (на кожному етапі роботи визначається мета і прогнозований результат, даються практичні завдання на відпрацювання матеріалу і діагностичні завдання на перевірку його розуміння і засвоєння).

8. Контрольне завдання на перевірку досягнення планованих результатів.

При підготовці до сучасного уроку вчителю слід враховувати:

- визначення теми навчального матеріалу;
- тип дидактичної мети теми;
- тип дидактичної мети уроку;
- визначення типу уроку;
- вивчення і первинне закріплення нових знань;
- закріплення нових знань;
- узагальнення і систематизація знань;
- продумування структури уроку;
- забезпеченість уроку;
- відбір змісту навчального матеріалу;
- вибір методів навчання;
- рефлексія уроку.



## РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА ЗАСТОСУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЙ ПЕРЕВЕРНУТОГО НАВЧАННЯ ПІД ЧАС НАВЧАННЯ ВЗАЄМНОГО РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРИ НА ПРОФІЛЬНОМУ РІВНІ

### 2.1. Аналіз навчальної програми з геометрії (профільний рівень) для 10-11 класів на предмет дослідження

Навчальна програма з математики на профільному рівні розроблена на основі Державного стандарту базової і повної середньої освіти. [9]

Проаналізуємо навчальну програму з геометрії (профільний рівень) для 10-11 класів на основі державного стандарту базової і повної середньої освіти. [19 с. 2-18]

Метою навчання математики на профільному рівні є необхідність забезпечення оволодіння системою знань, які потрібні в майбутній трудовій діяльності та в повсякденному житті і мають бути достатніми для вивчення інших шкільних дисциплін та продовження навчання в інших навчальних закладах.

Виходячи з мети виокремлюємо виконання наступних завдань:

Завдання

1. Формування в учнів наукового світогляду.
2. Оволодіння учнями мовою математики, навичками та вміннями, потрібними у повсякденному житті та майбутній професійній діяльності.
3. Розвиток логічного мислення та інтуїції, просторової уяви, пам'яті, уваги.
4. Формування життєвих компетентностей учня – позитивних рис характеру.
5. Виховання національної самосвідомості, поваги до національної культури і традицій України.

Вважається, що випускник загальноосвітнього навчального закладу:

6. розпізнає життєві чи предметні ситуації як задачі, що можна розв'язати математичними методами; формулює їх математичною мовою та розв'язує, застосовує математичні моделі при вивченні природничих (фізика, астрономія, географія, економіка, хімія, біологія).
7. Логічно мислить (аналізує та порівнює, прогнозує результат).
8. Виконує математичні розрахунки.
9. Виконує тотожні перетворення алгебраїчних, показникових, логарифмічних, тригонометричних виразів під час розв'язування різних задач.
10. Аналізує графіки функціональних залежностей, досліджує їхні властивості.

11. Обчислює ймовірності випадкових подій.

12. Зображує геометричні фігури, встановлює і обґрунтовує їхні властивості.

Під час вивчення взаємного розміщення прямих і площин у просторі курсу стереометрії профільної школи у 10-му класі [3] учні вивчають наступні питання:

#### Тема 2. ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРИ

1. Взаємне розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються; паралельні прямі; мимобіжні прямі. Ознака мимобіжних прямих.
2. Взаємне розміщення прямої та площини у просторі: пряма і площина, що перетинаються; паралельні пряма і площина.
3. Ознака паралельності прямої та площини.
4. Взаємне розміщення двох площин у просторі: площини, що перетинаються, паралельні площини.
5. Ознака паралельності площин. Властивості паралельних площин.
6. Паралельне проєкціювання, його властивості. Зображення плоских і просторових фігур у стереометрії.
7. Задачі на побудову перерізів многогранників методом слідів

#### Тема 3. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРИ

1. Перпендикулярність прямих у просторі.
2. Перпендикулярність прямої та площини. Ознака перпендикулярності прямої та площини.
3. Перпендикуляр і похила. Теорема про три перпендикуляри.
4. Перпендикулярність площин. Ознака перпендикулярності площин.  
Зв'язок між паралельністю та перпендикулярністю прямих і площин.
5. Кути у просторі: між прямими, між прямою і площиною, між площинами.
6. Двогранні кути.
7. Лінійний кут двогранного кута.

8. Відстані у просторі: від точки до прямої, відрізка, променя, від точки до площини, півплощини; від прямої до паралельної їй площини, між паралельними площинами, між мимобіжними прямими.
9. Ортогональне проєкціювання.
- 10.Зображення кола.
- 11.Площа ортогональної проєкції многокутника. Практичне застосування властивостей паралельності та перпендикулярності прямих і площин.

Очікувальні результати навчально-пізнавальної діяльності при вивченні теми № 2:

Учень / учениця

1. Демонструє на прикладах моделей стереометричних фігур розміщення: паралельних прямих, мимобіжних прямих, паралельність прямої до площини, паралельність двох площин. формулює означення, ознаки, теореми з тем, зазначених у змісті навчального матеріалу;
2. На зображених рисунках, моделях розрізняє можливі ситуації точок і прямих, розрізняє паралельні та мимобіжні прямі, проєкціювання відрізків у певному відношенні.
3. Пояснює та описує ознаки мимобіжних, паралельності прямої та площини; паралельності площин;
4. класифікує взаємне розміщення: двох прямих; прямої та площини; двох площин; зображення просторових фігур на площині за видом і формою;
5. зображає плоскі та просторові фігури на площині; паралельне проєкціювання многокутника на площину; переріз січної площини і многогранника;
6. обґрунтовує методи слідів і проєкцій під час побудови перерізів січної площини і многогранника;
7. ілюструє текстовий зміст геометричних тверджень та задач за допомогою рисунка;

8. характеризує властивості паралельних площин та паралельного проєціювання;
9. розв'язує вправи, з теми «Паралельність прямих і площин у просторі».[19]

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів при вивченні теми № 3:

Учень/учениця

1. Демонструє на прикладах моделей стереометричних фігур розміщення: перпендикулярних прямих, перпендикулярність прямої до площини, перпендикулярність двох площин. формулює означення, ознаки, теореми з тем, зазначених у змісті навчального матеріалу;
2. формулює означення, ознаки, властивості понять, зазначених у змісті навчального матеріалу;
3. розрізняє перпендикуляр і похилу, перпендикуляр і проєкцію похилої; кут між двома прямими простору, кут між прямою і площиною, кут між площинами;
4. розуміє зв'язок між паралельністю та перпендикулярністю прямих і площин, відстань від точки до прямої.
5. пояснює що таке двогранний кут, лінійний кут двогранного кута.
6. класифікує взаємне розміщення: двох прямих простору; прямої та площини; двох площин;
7. зображає рисунком перетин двох прямих простору. прямої і площини під прямим кутом; перетин двох (трьох) площин під прямим кутом; кути у просторі: між двома прямими простору, прямою і площиною, двома площинами; ортогональне проєціювання многокутника на площину;
8. знаходить на рисунку та зображає відрізок, яким позначається (визначається) відстань у просторі: від точки до прямої, відрізка, променя; від точки до площини, півплощини; від прямої до паралельної

- їй площини; між паралельними площинами; між мимобіжними прямими;
9. аналізує та досліджує перпендикулярність деякої прямої до похилої чи її проекції за теоремою про три перпендикуляри;
  10. обґрунтовує перпендикулярність прямих, прямої і площини, площин;
  11. ілюструє текстовий зміст геометричних тверджень та задач за допомогою рисунка;
  12. характеризує властивості перпендикулярних прямих простору на прикладах; прямокутні трикутники, кути яких утворені трьома попарно перпендикулярними прямими (площинами); форму ортогональної проекції многокутника; кут між многокутником та його проекцією;
  13. Розв'язує вправи з теми перпендикулярність прямих і площин у просторі. [19]

Основним засобом досягнення цих цілей, є розв'язування різного роду завдань. Розв'язування задач базується на сукупності основних - провідних, базисних - завдань. Базисні задачі - це теореми та інші властивості геометричних фігур, і конструкцій. Теореми (властивості) повинні бути доведені - виведені шляхом логічних міркувань з уже відомих (раніше доведених) властивостей. У сучасній математиці їх прийнято називати аксіомами. Як зазначено в навчальному посібнику Грохольської А.В. Методика навчання математики в старшій та вищій школах [8] методична структура курсу геометрії відображається у зв'язках змісту з навчально-виховними цілями за такою умовною схемою.

АКСІОМИ → ТЕОРЕМИ → ЗАДАЧІ

1. Логічне мислення
2. Просторове уявлення
3. Практичні додатки

На перше місце висунуто логічне мислення - це не випадково. Виникнувши з практичних потреб, завдань, вже з часів Евкліда геометрія вивчається не для того, щоб «вимірювати землю», а заради вдосконалення мислення. Отже головним завданням викладання геометрії в школі - навчити учнів логічно міркувати, доводити, ставити питання, аналізувати, аргументувати свої твердження.

Існують два основних типи просторових уявлень: за описом уявити просторову конфігурацію або за описом побудувати проекційне креслення. Звісно не кожен учень має досить розвинену просторову уяву, але її можна розвинути вченням: умінням малювати креслення, вирішувати завдання на просторовій побудові, тобто уявні побудови в просторі.

Вважаємо, що тема «Взаємне розміщення прямих і площин у просторі» є ключовою для розвитку просторових уявлень учнів. Виклад теми вибудовується навколо питання: яке може бути взаємне розташування прямих і площин в просторі?

Перераховуємо спочатку всі логічні можливості:

Тобто розташування площин: збігаються, паралельні і перетинаються.

Проаналізувавши підручники з геометрії профільного рівня Бевза Г.П. [3], Істера О.С. [12], Мерзляка А.Г. [16], Неліна Є.П. [21], простежується однакова схема за якою можна вивчати стереометрію в профільному класі.

Основні відношення в цій темі - паралельність і перпендикулярність (пряма паралельна або перпендикулярна площині). Виклад матеріалу вибудовується за схемою: спочатку вводиться, потім означається паралельність або перпендикулярність як один з можливих варіантів взаємного розташування прямих і площин. Далі розглядається питання про існування розглянутого розташування. Слідом за означенням і розглядом питання про існування, аналізується питання про єдиність паралельних або перпендикулярних прямих і площин.

Важлива роль теми в навчанні учнів - розв'язування вправ. У темі простежуються такі ідеї для розв'язання стереометричних задач, як зведення

задачі до планіметричних розглядів, залучення планіметричного аналога стереометричної задачі. Триває лінія задач на уявні побудови в просторі. Багато завдань автори підручників [3], [12], [16], [21] наводять на доведення. Це обумовлено введенням поняття перпендикулярності і слідом за ним поняття відстані. У всіх обчислювальних задачах теми потрібно знайти або довжину відрізка (тобто відстань між точками), або відстань: від точки до прямої або площини, від площини до паралельної їй прямої або площини, від однієї прямої до іншої, або величину кута: між прямою і площиною, між площинами. У подібних задачах розглядається основна конфігурація: класичний прямокутний трикутник «перпендикуляр – похила – проекція похилої». До вирішення подібних завдань залучаються майже всі метричні теореми планіметрії: теорема Піфагора, тригонометричні співвідношення в прямокутному трикутнику, формули для площ, відомості про вписане та описане коло. При розв'язуванні задач використовуються також алгебраїчні перетворення, рівняння, системи рівнянь, елементи тригонометрії.

В результаті вивчення даної теми учні повинні знати: означення та ознаки паралельних прямих, прямої і площини, площин, перпендикулярності прямих і площин; мимобіжних прямих, кутів між прямими і площинами.

## **2.2. Методичні рекомендації до вивчення теоретичного матеріалу, що стосується взаємного розміщення прямих і площин у просторі, в умовах перевернутого навчання. Розробка методичних матеріалів.**

Як ми вже з'ясували “Перевернуте навчання” це форма активних технологій навчальної діяльності. Проаналізуємо основні фактори, що призвели до виникнення технології «перевернуте навчання».

В умовах нашого сьогодення та дистанційного навчання головним фактором вважаємо необхідність збільшення класного часу для практичного закріплення знань, тобто більше часу для індивідуальної роботи з кожним учнем для актуалізації уваги на складних проблемних питаннях. Також можемо виокремити наступне: пасивність учнів на уроці; необхідність активації

пізнавальної діяльності учнів; відсутність учнів на уроці з поважних причин; зацікавленість учнів в здобутті знань більшого обсягу.

Розглянемо більш детально тему «Взаємне розміщення прямих і площин у просторі». Рекомендації до вивчення теоретичного матеріалу за темою підготуємо за підручником з геометрії профільного рівня автора Бевза Г.П. [3]. Тема «Взаємне розміщення прямих і площин у просторі» вивчається у другому і третьому розділах після вивчення першого розділу «Вступ до стереометрії». Де розглядається основні поняття стереометрії, аксіоми стереометрії і наслідки з них, многогранники та їх перерізи.

Тобто надаються знання для подальшого, більш поглибленого вивчення курсу стереометрії.

Розглянемо, як використовуючи модель «перевернутого навчання» більш ефективно підійти до вивчення теми. Аналіз проводимо за підручником Бевза Г. П. [3]. Пропонуємо вивчення теми: «Паралельність прямих і площин у просторі».

Наводимо орієнтовний план вивчення теми.

За навчальною програмою з математики 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів профільного рівня вивчення теми розраховано на 24 години.[19]

Таблиця 2.2.1

Орієнтовний план вивчення теми

<b>Тема 2. Паралельність прямих і площин у просторі (24 год.)</b>		
1.	Взаємне розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються, паралельні прямі, мимобіжні прямі. Ознака мимобіжних прямих.	3
2.	Взаємне розміщення прямої та площини у просторі: пряма і площина, що перетинаються; паралельні пряма і площина.	3
3.	Ознака паралельності прямої та площини.	3
4.	Взаємне розміщення двох площин у просторі: площини, що перетинаються, паралельні площини.	4



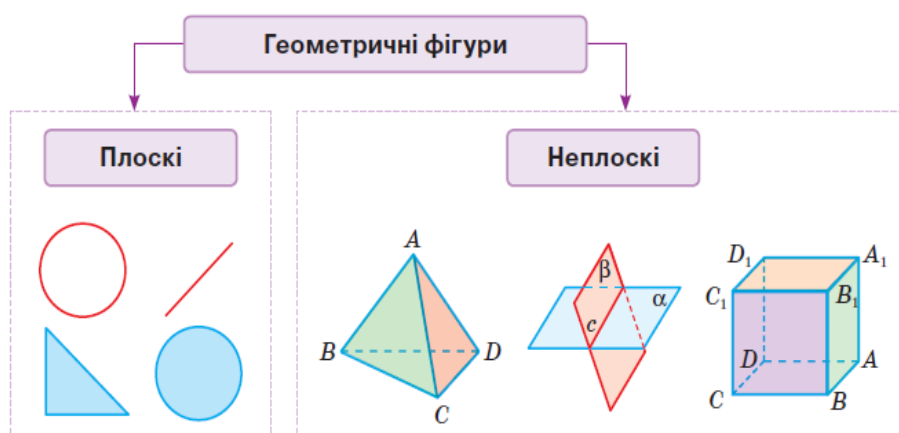
5.	Ознака паралельності площин. Властивості паралельних площин	3
6.	Паралельне проєкціювання, його властивості. Зображення плоских і просторових фігур у стереометрії	4
7.	Задачі на побудову перерізів многогранників методом слідів.	4

Розглянемо першу тему: «Взаємне розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються; паралельні прямі; мимобіжні прямі. Ознака мимобіжних прямих».

Методичні матеріали для самостійного опрацювання в умовах перевернутого навчання.

Перш за все пропонуємо для закріплення попередньої теми пригадати головне в розділі 1. Слайд 1, слайд 2, слайд 3, слайд 4.

Геометрична фігура — будь-яка множина точок. Скінченна або нескінченна, на площині або в просторі.



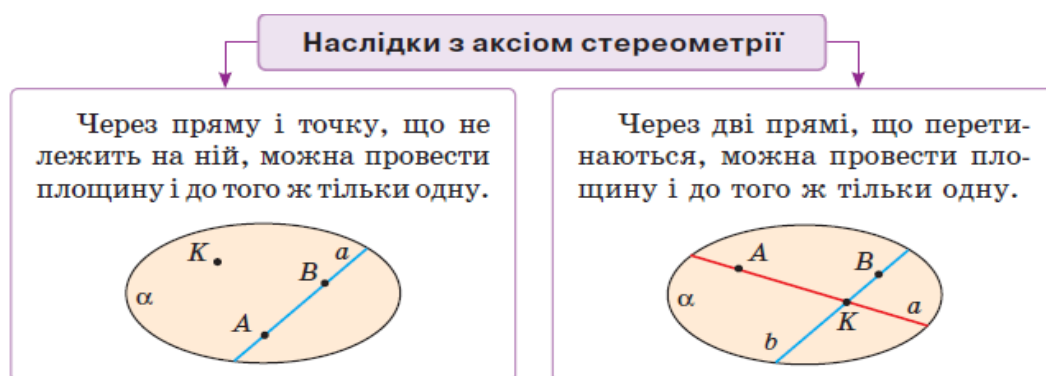
4 стереометричні аксіоми:

**C<sub>1</sub>. У просторі існує (принаймні одна) площина і точка, що не лежить у цій площині.**

**C<sub>2</sub>. Через будь-які три точки, що не лежать на одній прямій, можна провести площину і до того ж тільки одну.**

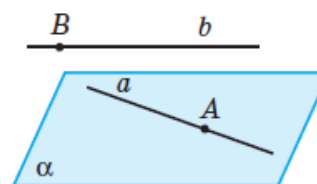
**C<sub>3</sub>. Якщо дві точки прямої лежать у площині, то і вся пряма лежить у цій площині.**

**C<sub>4</sub>. Якщо дві площини мають спільну точку, то вони перетинаються по прямій, яка проходить через цю точку.**



3. Якщо точка  $B$  належить, а точка  $A$  не належить прямій  $b$ , то пишуть відповідно:  $B \in b$ , а  $A \notin b$ . (мал. 46).

Якщо пряма  $a$  лежить, а пряма  $b$  не лежить у площині  $\alpha$ , то пишуть відповідно:  $a \subset \alpha$ , а  $b \not\subset \alpha$ .



Мал. 46

Рис. 2.2.1 Фрагмент підручника Бевз Г. П. [3]

Важлива роль у геометрії відводиться паралельним прямим і площинам. Їх матеріальними моделями є, наприклад, лінії електропередач, частини залізничних колій, міжповерхові перекриття у будинках тощо. У цьому розділі ви ознайомитеся з властивостями паралельних прямих і площин у тривимірній евклідовій геометрії, де дві прямі, що не перетинаються, можуть бути не тільки паралельними, а й мимобіжними.

Розглянемо уважно малюнки і згадаємо, як можуть розміщуватись дві прямі.



Мал. 1



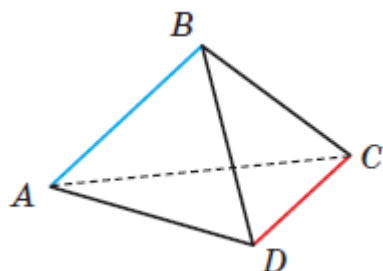
Мал. 2



Мал. 3

Якщо дві прямі лежать в одній площині, вони або перетинаються, або паралельні. Давайте знайдемо зображення таких прямих на малюнках 1–3. Розгляньте уважніше малюнки 2 і 3 та знайдіть на них зображення прямих, що не перетинаються і не є паралельними. Як бачимо, у стереометрії можливий і третій випадок розташування двох прямих.

Наприклад, якщо  $ABCD$  — тетраедр (мал. 4) то прямі  $AB$  і  $CD$  не перетинаються і не паралельні. Вони не лежать в одній площині. Прямі, які не лежать в одній площині, називають мимобіжними.



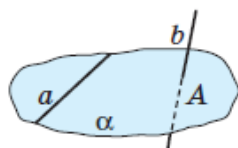
Мал. 4

### Теорема 3

(Ознака мимобіжності прямих.) Якщо одна з двох прямих лежить у площині, а друга перетинає цю площину, але не перетинає першу пряму, то дані прямі мимобіжні.

Доведення:

Нехай пряма  $a$  лежить у площині  $\alpha$ , а пряма  $b$  перетинає цю площину в точці  $A$  такій, що  $A \notin a$ .



мал. 5

Доведемо, що прямі  $a$  і  $b$  мимобіжні, тобто не лежать в одній площині. Скористаємося методом від супротивного. Припустимо, що через прямі  $a$  і  $b$  можна провести деяку площину  $\beta$ . Вона не збігається з  $\alpha$ , оскільки  $b \not\subset \alpha$  і  $b \subset \beta$ . Площини  $\alpha$  і  $\beta$  проходять через точку  $A$ . За аксіомою  $S4$  вони повинні перетинатися по прямій, що проходить через точку  $A$ . Але вони мають спільну пряму  $a$ , яка не проходить через точку  $A$ . Отже, зроблене припущення приводить до суперечності. Виходить, що прямі  $a$  і  $b$  не лежать в одній площині. Що і треба було довести.

З аксіоми паралельності Евкліда випливає, що в площині через дану точку можна провести не більше однієї прямої, паралельної даній. А скільки таких прямих можна провести в просторі?

### Теорема 4

Через будь-яку точку простору, яка не лежить на даній прямій, можна провести пряму, паралельну даній, і тільки одну.

Доведення:

Нехай дано пряму  $a$  і точку  $A$ , що не лежить на ній. Через них можна провести єдину площину (теорема 1). У цій площині можна провести пряму, паралельну прямій  $a$ , до того ж тільки одну (аксіома Евкліда). Отже, у просторі через дану точку  $A$  можна провести тільки одну пряму, паралельну даній прямій  $a$ . Дві паралельні прямі завжди лежать в одній площині. А три чи більше? Можуть і не лежати в одній площині. Наприклад, усі ребра прямозубої циліндричної шестірні (мал.6), (мал.7) лежать на паралельних прямих, але не належать одній площині.



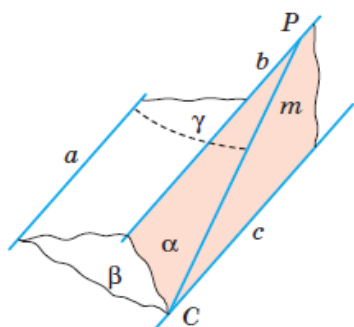
Мал.6



Мал.7

### Теорема 5

Дві прямі, паралельні третій, паралельні.



мал. 8

Доведення:

Нехай  $a \parallel b$  і  $b \parallel c$ . Доведемо, що  $a \parallel c$ . Прямі  $a$  і  $c$  не можуть перетинатися. Інакше через точку їх перетину проходили б дві різні прямі, паралельні  $b$ , що суперечило б теоремі 4. Припустимо, що прямі  $a$  і  $c$  — мимобіжні (мал. 8). Через паралельні прямі  $a$  і  $b$ ,  $b$  і  $c$  проведемо площини  $\gamma$  і  $\alpha$ , а через пряму  $a$  і яку-

небудь точку  $C$  прямої  $c$  — площину  $\beta$ . Нехай площини  $\alpha$  і  $\beta$  перетинаються по прямої  $m$ . Прямі  $b$ ,  $c$  і  $m$  лежать в одній площині  $\alpha$ , причому  $b \parallel c$ . Тому пряма  $m$ , яка перетинає  $c$ , перетинає в деякій точці  $P$  і пряму  $b$ . Прямі  $m$  і  $b$  лежать відповідно у площинах  $\beta$  і  $\gamma$ . Тому їх спільна точка  $P$  належить цим площинам, а отже, і їх спільній прямій  $a$ . Як бачимо, з припущення випливає, що паралельні (за умовою) прямі  $a$  і  $b$  мають спільну точку  $P$ . Це — суперечність. Отже, прямі  $a$  і  $c$  не можуть ні перетинатися, ні бути мимобіжними. Залишається єдино можливе:  $a \parallel c$ .

Доведену теорему називають теоремою про транзитивність паралельності прямих (від лат. *transitivus* — перехідний), оскільки в ній йде мова про перехід властивості паралельності двох пар прямих на третю: з  $a \parallel b$  і  $b \parallel c$  випливає:  $a \parallel c$ .

*Примітка.* Щоб ця властивість була правильною завжди, навіть з  $a \parallel b$  і  $b \parallel a$  випливало, що  $a \parallel a$ , часто домовляються, що кожна пряма паралельна сама собі. Паралельними бувають не тільки прямі, а й відрізки, промені. Два відрізки (промені) називають паралельними, якщо вони лежать на паралельних прямих або на одній прямій.

Пропонуємо презентацію з теми «Взаємне розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються; паралельні прямі; мимобіжні прямі. Ознака мимобіжних прямих» для самостійного опрацювання та актуалізації опорних знань. Методичні матеріали підготовлені, користуючись підручниками Геометрія (профільний рівень).[3] [12] [16] [21] та інтернет-ресурсами.



## Закінчи речення

Дві прями, які мають спільну точку, перетинаються.

Дві прями, які не перетинаються і лежать в одній площині, паралельні.

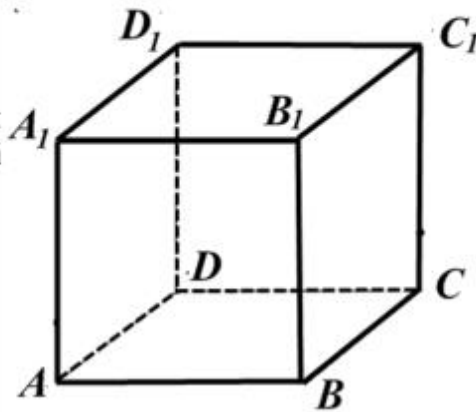
Дві прями, які не перетинаються і не паралельні, мимобіжні.

Дві прями, які мають дві спільні точки, збігаються.

### Означення паралельних прямих у просторі

Дві прями у просторі, що лежать в одній площині і не перетинаються, називаються паралельними.

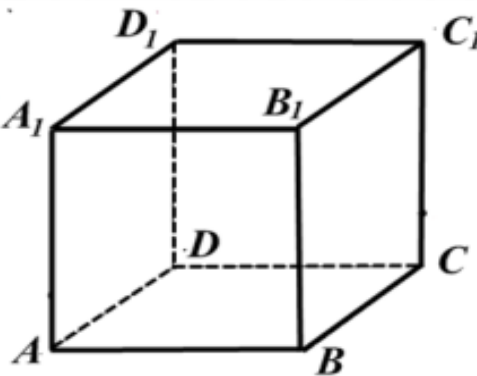
Завдання  
Назвати та записати  
паралельні прями у кубі  
 $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$



### Означення мимобіжних прямих у просторі

Дві прями у просторі, що не лежать в одній площині, називаються мимобіжними.

Завдання  
Назвати мимобіжні прями у  
кубі  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$





**Розв'язування задачі**

Дано:  $MN$  – середня лінія бічної грані  $SAB$  правильної чотирикутної піраміди  $SABCD$

Довести:  $MN \parallel CD$ .

Доведення



$MN$  – середня лінія в  $\triangle SAB$ , тому  $MN \parallel AB$ .  
 $AB \parallel CD$ , оскільки основа даної піраміди – квадрат  $ABCD$ . Отже, за ознакою паралельності прямих,  
 $MN \parallel CD$ .

Підготовлений теоретичний матеріал пропонуємо викладати на платформі Moodle, а також давати посилання на готові ресурси, де розміщені відео-уроки (наприклад infourok.ru, youtube, khanacademy.org та інші).

Теоретичний матеріал переглядається до уроку, на якому будемо розв'язувати практичні завдання з теми «Взаємне розміщення двох прямих у просторі: прями, що перетинаються; паралельні прями; мимобіжні прями. Ознака мимобіжних прямих».

### 2.3. Планування та проведення практичних занять

Нагадаємо, що перевернуте навчання, як зазначено у статті

Возносименко Д. А [7] – це форма активного навчання, вона дозволяє перевертати звичайний процес навчання таким чином: домашнє завдання – перегляд відео-уроків з теоретичним матеріалом до наступного заняття, а на уроці – виконання практичних занять та уточнення питань, які виникли під час перегляду відео.

Тому планування та проведення практичних задач, як ми вже знаємо, вимагає ретельної підготовки. Пропонуємо план підготовки до практичного заняття за технологією перевернутого навчання:



1. Уважно вивчаємо теоретичний матеріал,
2. Переглядаємо в інтернеті відео-ролики, які на нашу думку, стосуються теми,
3. Складаємо добірку теоретичних запитань, підвищать актуалізацію знань з опрацьованої самостійно теми,
4. Складаємо добірку практичних завдань, що стосується теми.

Пропонуємо закріпити отримані знання. Учні опрацювали теоретичний матеріал по темі: «Взаємне розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються; паралельні прямі; мимобіжні прямі. Ознака мимобіжних прямих», використовуючи технологію «перевернуте навчання». Добірку завдань складаємо користуючись підручником автора Бевз Г. П. [3] Нелін Є.П. [21]

#### Конспект уроку

Тема: Взаємне розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються, паралельні та мимобіжні прямі.

Мета: узагальнити й систематизувати набуті знання учнями під час самостійного вивчення теми « Взаємне розміщення двох прямих у просторі», домогтися засвоєння поняття «мимобіжні прямі», домогтися засвоєння змісту теорем, домогтися засвоєння доведення теорем.

Тип уроку: засвоєння знань, формування вмій. Працюємо в групах.

Наочність та обладнання: Добірка практичних завдань, тест.

#### Хід уроку

##### I. Організаційний етап

Перевірка готовності учнів до уроку, налаштування на роботу.

##### II. Закріплення самостійно вивченого матеріалу

##### III. Повідомлення мети уроку.

Закріплення вивченого матеріалу. Працюємо в групах: учні відповідають по черзі, отримуючи бали.

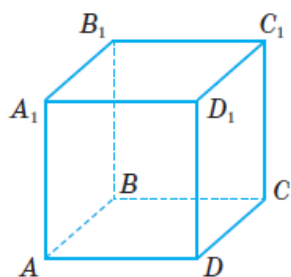
1. Дві прямі паралельні, якщо?
2. Дві прямі мимобіжні, якщо?

3. Наведемо приклади мимобіжних прямих.
4. Сформулювати ознаку мимобіжних прямих.
5. Скільки прямих можна провести через дану точку // даній прямій?
6. Сформулюємо теорему про транзитивність // прямих.

#### IV. Виконуємо разом

##### Задача № 1

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — куб. Доведіть, що пряма  $AB$  мимобіжна з прямою  $CC_1$  (мал. 1).



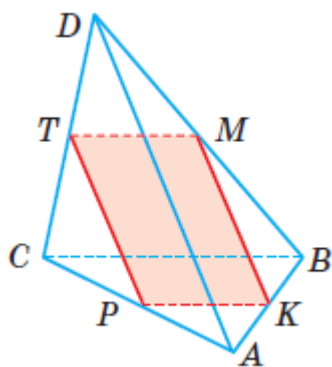
мал. 1

##### Розв'язання:

Пряма  $CC_1$  лежить у площині  $BB_1C_1C$ , а пряма  $AB$  перетинає цю площину в точці  $B$ , яка не лежить на  $CC_1$ . Тому згідно з ознакою мимобіжності (теорема 3) прямі  $AB$  і  $CC_1$  мимобіжні.

##### Задача № 2

$K, P, T, M$  — середини ребер  $AB, AC, CD, DB$  тетраедра  $ABCD$ . Доведіть, що чотирикутник  $KPTM$  — паралелограм.



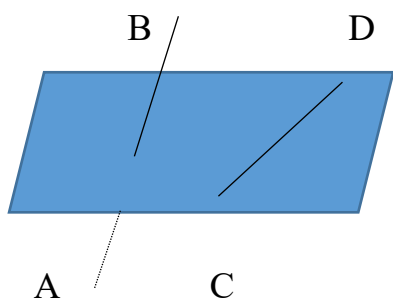
мал. 2

##### Розв'язання:

Відрізки  $KP$  і  $MT$  — середні лінії трикутників  $ABC$  і  $CDB$  (мал. 2). Тому кожний з них паралельний ребру  $CB$  і дорівнює його половині. За властивістю транзитивності (теорема 5) відрізки  $PK$ ,  $TM$  паралельні й рівні. Отже, чотирикутник  $PTMK$  — паралелограм.

### Задача № 3

Прямі  $AB$  і  $CD$  мимобіжні. Чи можуть бути паралельними прямі  $AC$  і  $BD$ ?  
Перетинатися?



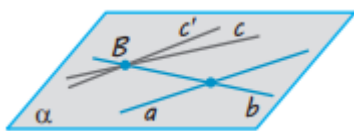
мал. 3

Розв'язання:

Якби прямі  $AC$  і  $BD$  були паралельними або перетиналися, через них можна було б провести площину. У цій площині лежали б точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  і  $D$ , а отже, і прямі  $AB$  і  $CD$ . Але за умовою прямі  $AB$  і  $CD$  не лежать в одній площині. Отже, прямі  $AC$  і  $BD$  не можуть бути ні паралельними, ні перетинатися.

### Задача № 4

Прямі  $a$  і  $b$  перетинаються. Доведіть, що всі прямі, які паралельні прямій  $a$  і перетинають пряму  $b$ , лежать в одній площині.



Мал. 4

Розв'язання:

Оскільки прямі  $a$  і  $b$  перетинаються, через них можна провести єдину площину  $\alpha$ . Нехай деяка пряма  $c$  паралельна прямій  $a$  і перетинає пряму  $b$  в точці  $B$  (мал. 4). Проведемо в площині  $\alpha$  через точку  $B$  пряму  $c' \parallel a$ . Але за теоремою

(4) через точку  $B$  проходить єдина пряма, паралельна прямій  $a$ . Отже, пряма  $c$  збігається з прямою  $c'$ , тобто пряма  $c$  лежить у площині  $\alpha$ .

Одержаний результат можна коротко сформулювати так: усі прямі, які паралельні між собою і перетинають дану пряму, лежать в одній площині.

Працюємо в групах

Тест на два варіанти.

*Варіант 1*

1. Прямі  $a$  і  $b$  лежать на одній площині. Який варіант неможливий розміщення цих прямих?

- А)  $a$  і  $b$  мимобіжні;    Г)  $a$  і  $b$  не паралельні;  
 Б)  $a$  і  $b$  не перетинаються;    Д)  $a$  і  $b$  перетинаються.  
 В)  $a$  і  $b$  паралельні;

2. Дві прямі  $k$  і  $l$  паралельні прямій  $x$ . Укажіть взаємне розміщення прямих  $k$  і  $l$ . А) Паралельні; Б) мимобіжні; В) перетинаються.

3. На малюнку 1 зображено дві площини  $\alpha$  і  $\beta$ , які перетинаються по прямій  $b$ . Укажіть взаємне розміщення прямих  $a$  і  $c$ , коли відомо, що  $a \parallel b$ ,  $c \not\parallel b$ .

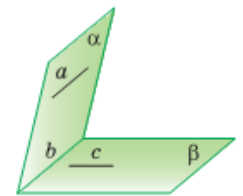


рис. 1

4. Точка  $M$  не лежить на площині трикутника  $ABC$  (малюнок 2). Яка пряма мимобіжна прямій  $AB$ .

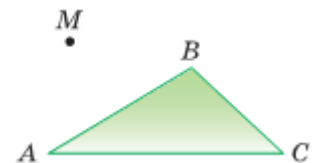


рис 2

- А)  $CB$ ; Б)  $AC$ ;    В)  $AM$ ; Г)  $CM$ ; Д)  $BM$ .

5. Пряма  $PQ$ , що не лежить на площині прямокутника  $ABCD$ , паралельна  $BC$  (малюнок 3). Якій із прямих площини  $(ABC)$  паралельна ця пряма?

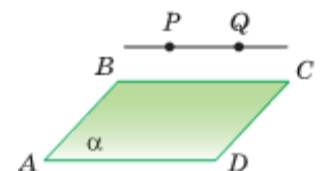


рис. 3

- А)  $AB$ ; Б)  $AD$ ;    В)  $AC$ ;    Г)  $CD$ .

6. Прямі  $a$  і  $c$  перетинаються, а пряма  $b$  паралельна прямій  $c$ . Укажіть можливе взаємне розміщення прямої  $a$  по відношенню до  $b$ .

- А) Мимобіжні;  
 Б) перетинаються;  
 В) паралельні.

### Варіант 2

1. На (малюнку 1) зображено дві площини  $\alpha$  і  $\beta$ , які перетинаються по прямій  $b$ . Укажіть взаємне розміщення прямих  $a$  і  $c$ , коли відомо, що  $a \parallel b$ ,  $c \nparallel b$ .

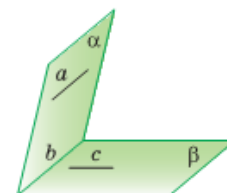


Рис. 1

- А) перетинаються; Б) мимобіжні; В) паралельні.  
 2. Прямі  $a$  і  $v$  перетинаються, а пряма  $c$  паралельна прямій  $v$ . Укажіть можливе взаємне розміщення прямої  $a$  по відношенню до  $c$ .

А) мимобіжні; Б) паралельні; В) перетинаються.

3. Дві прямі  $k$  і  $l$  паралельні прямій  $x$ . Укажіть взаємне розміщення прямих  $k$  і  $l$ . А) перетинаються; Б) паралельні; В) мимобіжні.

4. Точка  $M$  не лежить на площині трикутника  $ABC$  (малюнок 2). Яка пряма мимобіжна прямій  $BC$ .

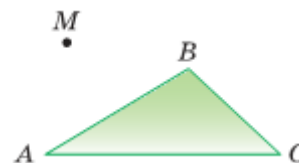


Рис. 2

А)  $CB$ ; Б)  $CM$ ; В)  $AM$ ; Г)  $BM$ ; Д)  $CA$ .

5. Відомо, що прямі  $a$  і  $b$  лежать на одній площині. Укажіть неможливий варіант взаємного розміщення цих прямих.

- А)  $a$  і  $b$  перетинаються; Г)  $a$  і  $b$  не паралельні;  
 Б)  $a$  і  $b$  не перетинаються; Д)  $a$  і  $b$  мимобіжні.  
 В)  $a$  і  $b$  паралельні;

6. Пряма  $PQ$ , що не лежить на площині прямокутника  $ABCD$ , паралельна  $AD$  (малюнок 3). Якій із прямих площини  $(ABC)$  паралельна пряма  $PQ$ ?

А)  $AB$ ; Б)  $BC$ ; В)  $AC$ ; Г)  $CD$ ; Д)  $BD$ .

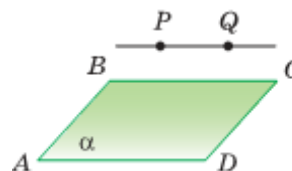


Рис. 3

### Відповіді

Варіант	1	2	3	4	5	6
1	А	А	В	Г	Б	А,Б
2	Б	А,В	Б	В	Д	Б

## V. Домашня робота:

Самостійно опрацювати тему: Розміщення прямої і площини в просторі.  
Ознака паралельності прямої і площини в просторі.

Пропонуємо конспект практичного заняття за темою «Розміщення прямої і площини в просторі. Ознака паралельності прямої і площини» використовуючи модель перевернутого навчання.

Тема уроку. Розміщення прямої і площини в просторі. Ознака паралельності прямої і площини.

Мета уроку: домогтися розуміння того, як можуть розміщуватися у просторі пряма і площина, вміння застосовувати ознаку паралельності прямої та площини при розв'язуванні задач, розвивати культуру математичних записів, уміння аналізувати; виховувати акуратність, спостережливість.

### Хід уроку

I. Організаційний етап

II. Формулювання мети і завдань уроку

III. Актуалізація опорних знань

*Запитання до класу.*

1. Як можуть бути розташовані в просторі пряма і площина?
2. Сформулюйте означення паралельності прямої і площини.
3. Сформулюйте і доведіть ознаку паралельності прямої і площини.
4. Чи може відрізок або промінь бути паралельним площині?
5. Який відрізок називають паралельним площині?

IV. Актуалізація опорних знань.

Взаємне розміщення прямої і площини у просторі

### Пряма і площина

Перетинаються

мають одну

спільну точку

Пряма лежить у площині

мають більше ніж

одну спільну точку

Паралельні

не мають спільних

точок

Виконання вправ.

Добірка задач:

Задача № 1

Площина перетинає сторони  $\Delta ABC$  у точках  $M$  і  $K$  ( $M \in AB$  і  $K \in BC$ ) так, що  $AC \parallel \alpha$ ,  $AM : MB = 2 : 5$  (мал. 1). Знайдіть  $AC$ , якщо  $MK = a$ .

Задача № 2

Через точку  $K$  сторони  $AC$  трикутника  $ABC$  проведено площина  $\alpha$ , паралельна прямій  $AB$ .

а) як розміщені прямі  $AB$  і  $KM$  ( $M$  – точка перетину прямої  $BC$  і площини  $\alpha$ )?

б) обчислити довжину відрізка  $KM$ , якщо  $AK = 4$  см.,  $KC = 6$  см.,  $AB = 5$  см.

Задача № 3

Дано зображення куба  $ABCD_1A_1B_1C_1D_1$ . Доведіть, що:

а) пряма  $AB$  паралельна площині  $DCC_1$ ;

б) пряма  $AB$  паралельна площині  $DCB_1$ .

Задача № 4

У трикутній піраміді  $SABC$  точки  $M$  і  $N$  — середини ребер  $SA$  і  $SB$  відповідно.

Доведіть, що  $MN \parallel (ABC)$ .

Задача № 5

Дано площину  $\alpha$  і поза нею точку  $A$ . Провести через точку  $A$  пряму, паралельну даній площині  $\alpha$ .

Задача № 6

Дано пряму  $a$  і точку  $A$ , яка не лежить на ній. Провести площину, яка проходить через точку  $A$  і паралельна прямій  $a$ .

Задача № 7

Дано паралельні прямі  $a$  і  $b$ . Провести через пряму  $a$  площину, яка паралельна прямій  $b$ .

Підведення підсумку уроку

1) Як можуть розташовуватися пряма і площина у просторі?

2) Сформулюйте ознаку паралельності прямої і площини.

Всім всього найкращого. Зустрінемося на наступному уроці.

## 2.4. Організація самостійної та домашньої роботи учнів під час перевернутого навчання питань взаємного розміщення прямих і площин у просторі

Для організації самостійної та домашньої роботи учнів під час дистанційного навчання за моделлю «Перевернуте навчання» пропонуємо тестові завдання, перегляд відео-роликів, презентацій, методичних матеріалів, розв'язування задач. В попередніх розділах ми розглянули можливі варіанти вивчення тем стереометрії, використовуючи модель «перевернуте навчання». Пропонуємо зупинитися на навчальних тестах. Науковці вважають, що навчальні тести дозволяють за порівняно короткий час отримати (і викладачу, і учневі) відомості про ступінь володіння матеріалом великого розділу курсу. Хочемо відмітити зручності в застосуванні тестів: охоплення відразу великої теми, швидкість перевірки, можливість оперативного зворотного зв'язку з учнями (відповідь невірний - шукайте вірний; повторити матеріал, до якого ставиться питання); нарешті, високий ступінь об'єктивності. Як зазначено в науково-методичному журналі «Джерело педагогічних інновацій [20] головна спрямованість тестів - виявити можливі пробіли в кожного учня, допомогти їх заповнити. Тестові питання можна використовувати й вибірково, і в поточному навчальному процесі, і навіть без вибору відповідей - просто як задачі.

Установивши необхідне програмне забезпечення, учні зчитують закодовану інформацію, відкривають завдання на смартфонах, роблять необхідні записи у зошитах і відразу отримують свій результат.



рис. 2.4.1 QR-код на «Навчальний сайт з математики»

Необхідною формою роботи під час дистанційного навчання стає онлайн-тестування. Існує багато можливостей використовувати готові тести або створювати їх самостійно. У цьому вчителю допоможуть як Google-форми чи



спеціальні середовища для створення тестів, так і системи тестування, які пропонуються на освітніх ресурсах, наприклад «Всеосвіта», «На Урок» тощо.

Для зменшення ризиків необ'єктивного оцінювання можна налаштувати опцію проходження тесту один раз і обмежити час на виконання завдання, установити термін для здачі тесту (контрольної, практичної або самостійної роботи тощо). За необхідності можемо провести додаткове опитування дітей за допомогою одного із засобів телефонного або відео-зв'язку.

Пропонуємо ресурси з тестовими завданнями для проведення контрольних та тематичних робіт за темами взаємного розміщення прямих і площин у просторі під час перевернутого навчання.[20 с.92]

<b>Прямі та площини у просторі.</b>
<a href="http://vneshkoly.com.ua/component/joomlaquiz/?quiz_id=609">http://vneshkoly.com.ua/component/joomlaquiz/?quiz_id=609</a>
<a href="https://www.iznotest.info/perpendikulyarnist-pryamih-i-ploshhin-u-prostori-vidstani-i-kuti-u-prostori/">https://www.iznotest.info/perpendikulyarnist-pryamih-i-ploshhin-u-prostori-vidstani-i-kuti-u-prostori/</a>

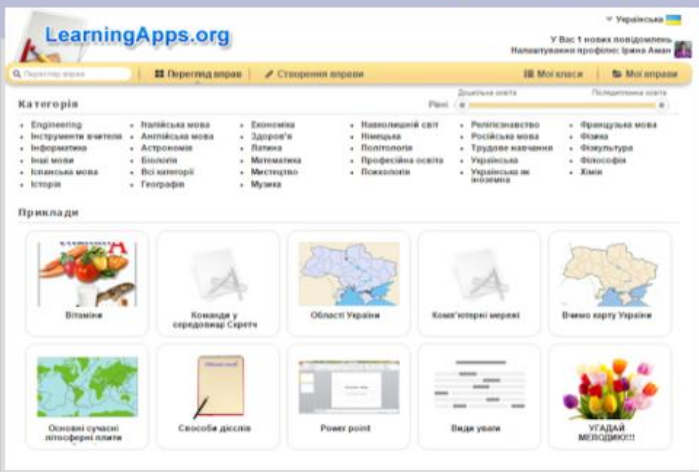
Розглянемо один із сервісів для підтримки процесів навчання та викладання - сервіс <http://LearningApps.org>.

Модулі можуть використовуватись безпосередньо як навчальні ресурси, так і для організації самостійної роботи учнів. Освітнє середовище LearningApps [31] надає готові інтерактивні вправи поділеними за категоріями: за предметом, рівнем освітнього ступеня та готовими шаблонами, які можна використати або створити свої власні. Вправи на сайті подаються у зручному візуальному режимі сітки зображень. Зареєстрованим на сайті користувачам надається можливість не лише створювати та редагувати вправи, але й створювати папки з колекціями наочностей, створювати класи, реєструвати учнів, планувати перегляд ними певних вправ, вести статистичний облік виконання ними завдань. Це особливо зручно в сучасних умовах організації онлайн-занять, використовуючи перевернуте навчання, з учнями. Вправи, розроблені у середовищі LearningApps, доступні для виконання також на мобільних телефонах, оскільки відкриваються у браузері. Створення завдань у середовищі

LearningApps здійснюється на основі запропонованих шаблонів: створи пару, класифікація, числова пряма, просте упорядкування, вільна текстова відповідь, вікторина, заповни пропуски, склади пазл та інші.

Наведемо фрагмент презентації платформи LearningApps.

### Режим "Перегляд вправ":



Перш ніж розпочати створення власних інтерактивних завдань з колекції шаблонів, пропонованих сайтом, необхідно познайомитися з галереєю сервісу.

## Learning Apps - інтерактивні вправи



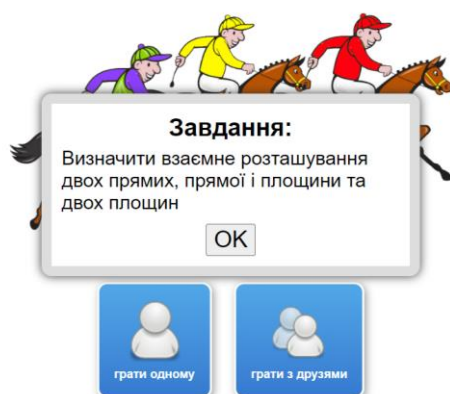
Learning Apps - онлайн-сервіс, який дозволяє створювати інтерактивні вправи. Він є конструктором для розробки різноманітних завдань з різних предметних галузей для використання на уроках, і позаурочний час, і для малечі, і для старшокласників.

## Створення акаунту в онлайнному середовищі LearningApps:

Треба всього лиш уважно заповнити всі поля реєстраційної форми і потім зайти під своїм створеним акаунтом. Бажано вказувати свої дійсні дані аби потім вашим учням і колегам було зрозуміло, що це ваша авторська робота (автори робіт відображаються на посиланні на вправу). Сервіс працює на декількох мовах, зараз українську мову додано до переліку мов інтерфейсу сервісу.

Наприклад, розглянемо тему: «Паралельність прямих та площин».

На початковому етапі можна обрати грати одному, чи з друзями.



Якщо учень правильно відповідає, то відповідь засвічує зеленим кольором. Не правильно – червоним.



Переваги використання сервісу LearningApps під час перевернутого навчання надають вчителю нових можливостей, дозволяють разом з учнем

отримувати задоволення від захопливого процесу пізнання, за допомогою новітніх технологій створюють умови занурення у яскравий світ знань, позбавляють учнів від нудного запам'ятовування і повторення, демонструють способи використання комп'ютерних технологій не тільки за ради розваг, а і я для цікавого способу навчатися засобами гри. Таким чином, використання можливостей сервісу LearningApps.org дозволяє різнобічно й цілеспрямовано формувати в учнів освітні компетентності та більш ефективно досягати запланованих результатів завдяки включенню кожного учня в пізнавальну, творчу навчальну діяльність [31].

Користуючись джерелом [15] автора Ляхової Т. П. пропонуємо математичний захід, використовуючи «перевернуте навчання»

Тема заходу: Паралельність прямих і площин у просторі.

Мета: Повторити поняття про паралельність прямих і площин у просторі.

Узагальнити знання і уміння.

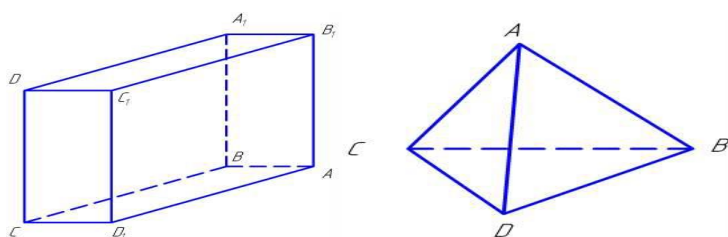
Устаткування: Комп'ютер, проектор, презентація.

У нас буде дві команди по 11 чоловік. Назвемо їх «Аксиома» і «Теорема». У кожній команді буде капітан, воротар і захисники. Якщо команда відповість на запитання, виходить, вона забила гол. У цьому випадку команда одержить символічний м'яч. Гра буде складатися із двох таймів.

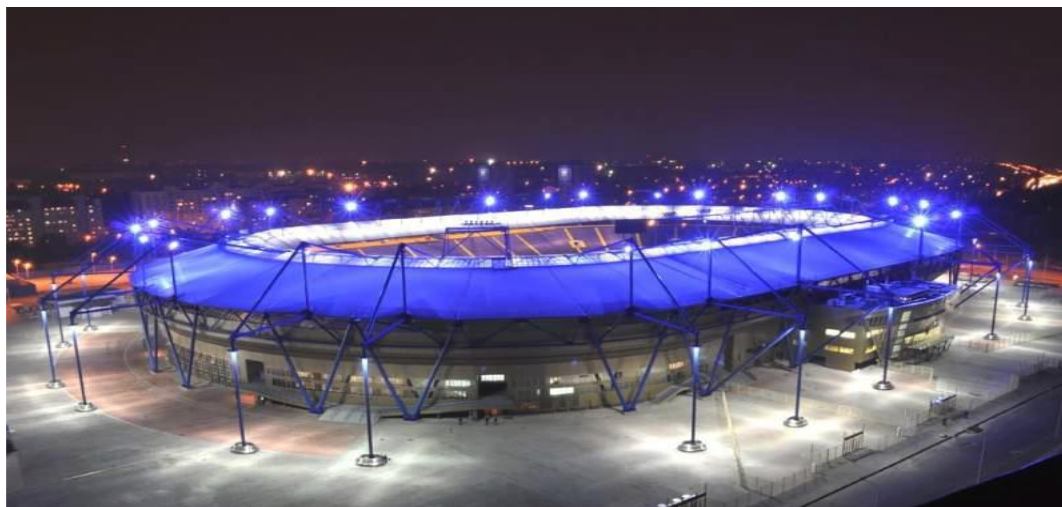
Розминка

Як можуть розташовуватися прямі в просторі?

- 1) Які прямі називаються паралельними?
- 2) Дати визначення прямих, що перетинаються.
- 3) Які прямі називаються мимобіжними?
- 4) На малюнках назвіть паралельні, мимобіжні, та прямі що перетинаються



б) На фотографії стадіону назвіть паралельні, мимобіжні та прямі, що перетинаються.



Стадіон «Металіст» у Харкові.

7). На знімку шахти знайдіть всі випадки взаємного розташування прямих у просторі: паралельні, мимобіжні та прямі, що перетинаються.

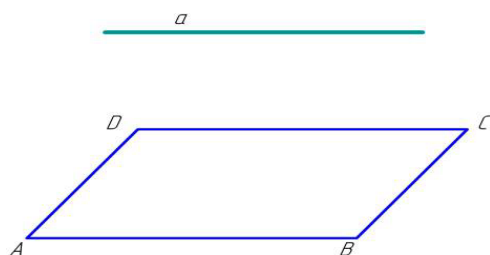


1 тайм.

Гра у воріт команди «Теорема».

Тест №1. Пряма  $a$  не лежить у площині квадрата  $ABCD$  і паралельна його стороні  $AB$ . Якому з відрізків паралельна дана пряма?

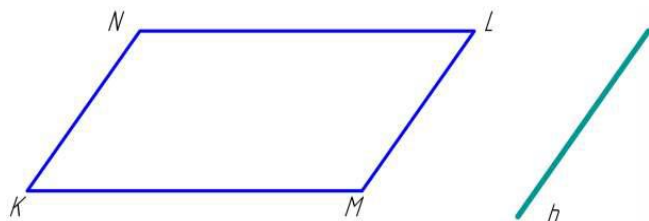
А)  $CD$ ; Б)  $AD$ ; В)  $AC$ ; Г)  $BD$ .



Граємо у воріт команди «Аксиома».

Тест №2. Пряма  $a$  не лежить у площині квадрата  $KMLN$  і паралельна його стороні  $ML$ . Якому з відрізків паралельна дана пряма?

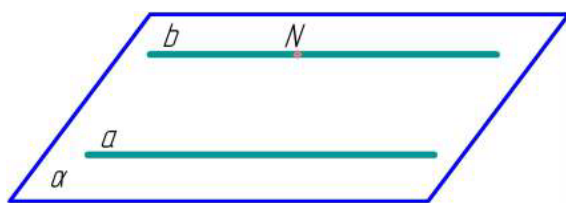
А)  $NM$ ; Б)  $KN$ ; В)  $KM$ ; Г)  $NL$ .



Граємо у воріт команди «Теорема».

Сформулюємо основну властивість паралельних прямих у просторі.

Через точку, що не лежить на прямій, у просторі можна провести пряму, паралельну даній прямій, і притім тільки одну.



Граємо у воріт команди «Аксиома».

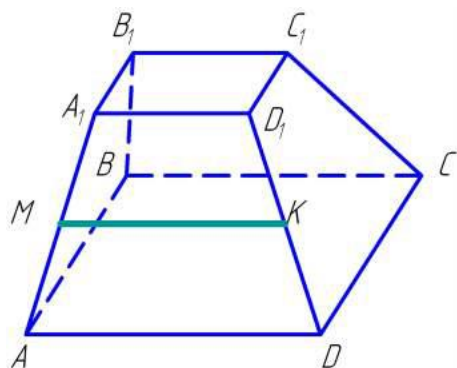
Сформулюйте ознаку паралельності прямих.

Дві прямі, паралельні третій прямій, паралельні між собою.

Граємо на середині поля.

Задача №1

$MK$  – середня лінія бічної грані  $AA_1D_1D$  правильної чотирикутної усіченої піраміди  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Довести, що  $MK \parallel BC$ .



Доведення.

Грань  $AA_1D_1D$  правильної чотирикутної усіченої піраміди  $ABCD A_1B_1C_1D_1$ . є рівнобіною трапецією.

$MK \parallel AD$  - тому що середня лінія трапеції паралельна основі трапеції.

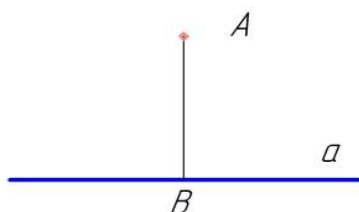
У основі піраміди лежить квадрат.

$AD \parallel BC$  - як протилежні сторони квадрата. Отже, за ознакою паралельності прямих  $MK \parallel BC$ . Що й було потрібно довести.

(Задачу розібрати спочатку усно, потім показати рішення на екрані, з екрана записати в зошит.)

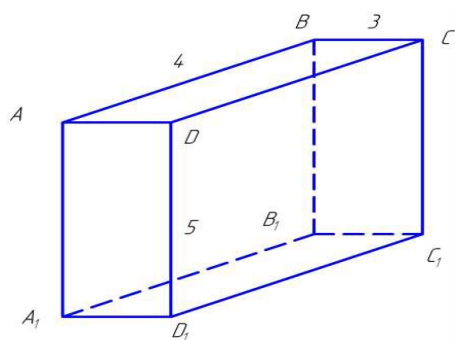
Граємо у воріт команди «Теорема».

Що називається відстанню від точки до прямиї?



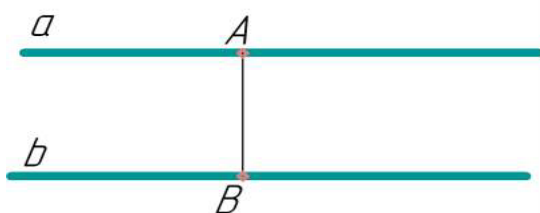
Грає захисник команди «Аксиома».

Задача №2. Знайти відстань від точки  $A$  до прямих  $BC$ ,  $DC$ ,  $A_1D_1$ , якщо лінійні виміри паралелепіпеда рівні 3, 4, 5см.



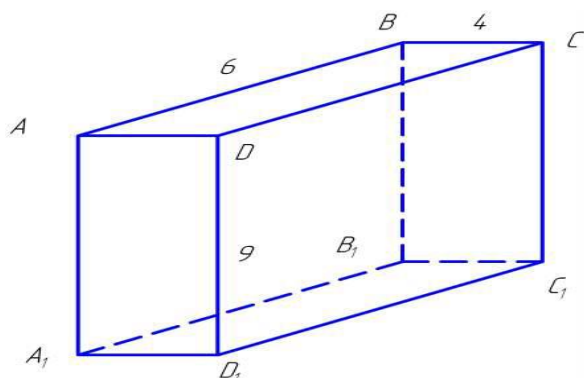
Граємо у воріт команди «Аксиома».

Що називається відстанню між паралельними прямими?



Грає захисник команди «Теорема».

Задача №3 Знайти відстань між паралельними ребрами прямокутного паралелепіпеда, якщо його виміри рівні 4, 6, 9 см.



Закінчився перший тайм. Підведемо підсумок. Команди підраховують отримані м'ячі, переможницею в 1 таймі вважається та команда, у якої більше м'ячів.

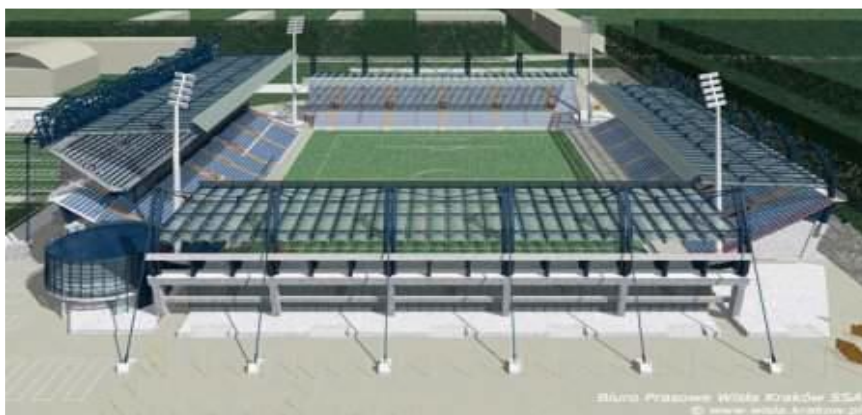
2 тайм. (Команди задають питання один одному)

Гра у воріт команди «Теорема».

1.Яке взаємне розташування прямої і площини в просторі?

- 1) Пряма  $a$  лежить у площині  $\alpha$ .
- 2) Пряма  $a$  перетинає площину  $\alpha$ .
- 3) Пряма  $a$  паралельна площині  $\alpha$ .

2. На знімках знаходимо всі випадки взаємного розташування прямої і площини в просторі.



Стадіон «Вісла» у Кракові, Польща.





Граємо у воріт команди «Аксіома».

1. У чому полягає ознака паралельності прямих і площині?

Якщо пряма, що не лежить у площині, паралельна якій-небудь прямій, що лежить у цій площині, то вона паралельна й самій площині.

Граємо у воріт команди «Теорема».

1. На знімках знайдіть всі випадки взаємного розташування площин у просторі.



НСК «Олімпійський» у Києві.



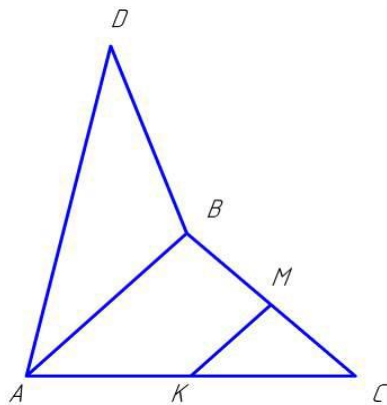
Граємо у воріт команди «Аксиома».

У чому полягає ознака паралельності площин.

Якщо дві пересічні прямі однієї площини відповідно паралельні двом пересічним прямим іншої площини, то ці площини паралельні.

Грає капітан команди «Аксиома»

Задача №3.



Трикутник ABC не лежить в одній площині із трикутником ABD і має з ним спільну сторону AB. Довести, що середня лінія KM трикутника ABC паралельна площини трикутника ABD.

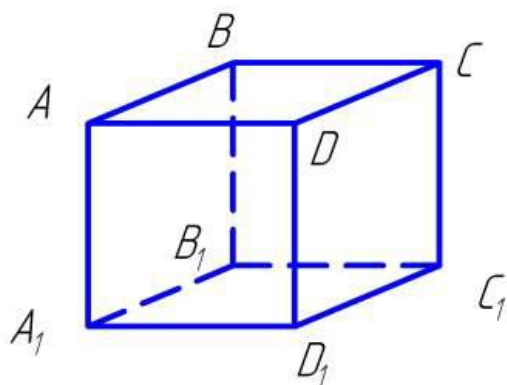
Розв'язок.

У трикутнику  $ABC$  середня лінія паралельна основі  $AB$ . Пряма  $AB$  лежить у площині трикутника  $ABD$ . Отже, з ознаки паралельності прямої і площини

$KM \parallel (ABD)$ .

Грає капітан команди «Теорема».

Задача №4.



У кубі довести паралельність граней  $ABCD$  і  $A_1B_1C_1D_1$ .

Розв'язок.

$AB \parallel A_1B_1$ ,  $AD \parallel A_1D_1$  як протилежні сторони квадрата.  $AB$  і  $AD$ ,  $A_1B_1$  і  $A_1D_1$  –прямі, що перетинаються. Отже, за ознакою паралельності площин грані  $ABCD$  і  $A_1B_1C_1D_1$  паралельні.

Закінчився другий тайм, команди підраховують загальну кількість м'ячів, визначається переможець.

## 2.5. Експериментальна апробація основних положень дослідження та її результати

Оскільки склалася край важка ситуація в Україні, педагогічний експеримент з теми «Вивчення взаємного розміщення прямих і площин у просторі курсу стереометрії профільної школи» під час використання прийомів перевернутого навчання провести не вдалося. Натомість під час проходження практики в «Фаховому коледжу» транспорту та комп'ютерних технологій Національного університету «Чернігівська політехніка» нами було проведено

практичне заняття «Розв'язування задач на знаходження площ поверхонь та об'ємів многогранників» з використанням моделі «перевернуте навчання».

Апробація основних положень дослідження та його результати здійснювались на базі «Фахового коледжу» транспорту та комп'ютерних технологій Національного університету «Чернігівська політехніка».

Було проведено урок за технологією перевернутого навчання. Теоретичний матеріал з теми: «Многогранники. Площі поверхонь та об'єми многогранників» студенти опрацювали на попередній лекції та для закріплення матеріал було викладено на платформі Moodle.

Конспект практичного завдання було надіслано студентам 14.11.22 р. для самостійного опрацювання.

В групі ТТ-2101 всього 30 студентів. Спеціальність: Транспортні технології. Через відсутність світла на занятті були присутні 16 студентів. Тобто наш експеримент, на жаль, проходив в таких складних умовах.

Конспект уроку підготували, користуючись підручниками:

- Нелін Є. Математика. Експрес-підготовка до ЗНО. К., 2010. 224 с.
- Нелін Є. П. Математика 10 клас. Ранок, Харків, 2018. С. 327.
- Нелін Є., Долгова О. Математика 11 клас. Ранок, Харків, 2019. С. 300.

Тема уроку: «Розв'язування задач на знаходження площ поверхонь та об'ємів многогранників». За моделлю «Перевернуте навчання».

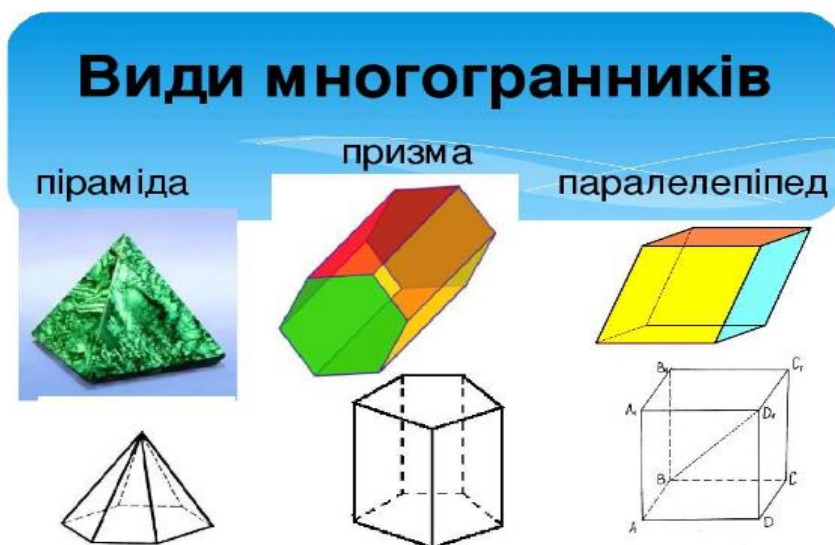
Мета уроку:

Навчальна: Повторити основні властивості призми, паралелепіпеда та піраміди, закріпити формули для знаходження площі поверхні та об'єму многогранників, формувати вміння розв'язувати задачі, використовуючи властивості призми, паралелепіпеда та піраміди. Узагальнити знання з теми многогранники. Показати практичне застосування одержаних знань.

Розвиваюча: розвиток просторового і логічного мислення;

Виховна: формування дружніх стосунків між учнями, викладачем і учнями.

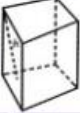
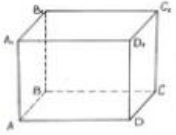

На етапі актуалізації опорних знань студентам пропонувалося пригадати види многогранників, площу поверхні і об'єм призми та піраміди. Усе супроводжувалось показом презентації.



Всі студенти справились вдало з цим завданням.

На етапі розв'язання задач запропонували наступні завдання:

Пригадати площі поверхонь і об'єм призми.

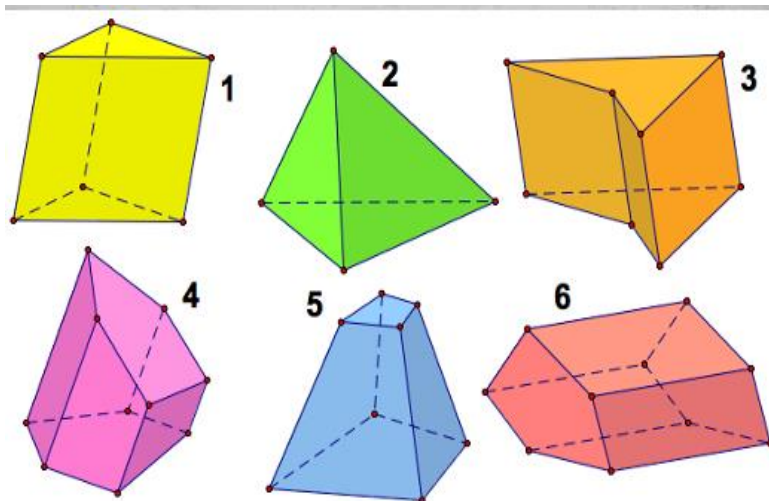
<b>Призма</b>	$S_{п.п.} = S_{біч} + 2S_{осн}$	$S_{біч}$ - площа бічної поверхні
	$S_{біч} = P_{осн} \cdot H$	$H$ - висота, $P_{осн}$ - периметр основи
	$V = S_{осн} \cdot H$	$S_{осн}$ - площа основи
<b>Прямокутний паралелепіпед</b>	$S_{п.п.} = S_{біч} + 2S_{осн}$	$S_{п.п.}$ - площа повної поверхні
	$S_{біч} = P_{осн} \cdot H$	$H$ - висота, $P_{осн}$ - периметр основи
	$S_{п.п.} = 2(ab+ac+bc)$	$a, b, c$ - лінійні розміри
	$V = abc$	$a, b, c$ - лінійні розміри
<b>Куб</b>	$S_{біч} = 4a^2$	$a$ - ребро куба
	$S_{біч} = 6a^2$	$a$ - ребро куба
	$V = a^3$	$a$ - ребро куба

Площі поверхні та об'єм піраміди

Піраміда	Формула	Позначення
Довільна піраміда	$S_{п.п.} = S_{біч} + S_{осн}$	$S_{п.п.}$ - площа повної поверхні $S_{біч}$ - площа бічної поверхні
	$S_{біч} = S_1 + S_2 + S_3 + \dots$	$S_1, S_2, S_3$ - площі бічних граней
	$V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot H$	$S_{осн}$ - площа основи
Правильна піраміда	$S_{п.п.} = S_{біч} + S_{осн}$	
	$S_{біч} = \frac{1}{2} P_{осн} \cdot l$	$P_{осн}$ - периметр основи, $l$ - апофема
	$V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot H$	

### Розв'язання задач.

1. Які фігури є призмами?



Пригадаємо площі геометричних фігур.

«Встановити відповідність між фігурою та формулою для обчислення площі»

1	Квадрат	А	$S = \frac{1}{2} a \cdot b$
2	Прямокутний трикутник	Б	$S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$
3	Рівносторонній трикутник	В	$S = a \cdot b$
4	Трапеція	Г	$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$
5	Ромб	Д	$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$
6	Прямокутник	Е	$S = a^2$

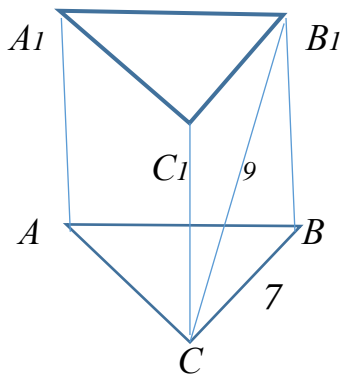
Встановити відповідність між об'ємом та числовим значенням

1	Об'єм піраміди з площею основи $6 \text{ см}^2$ і висотою $12 \text{ см}$ .	А	$36 \text{ см}^3$
2	Об'єм куба з ребром $3 \text{ см}$ .	Б	$27 \text{ см}^3$
3	Об'єм прямокутного паралелепіпеда з вимірами $3 \text{ см}$ , $4 \text{ см}$ , $6 \text{ см}$ .	В	$24 \text{ см}^3$
4	Об'єм призми з площею основи $12 \text{ см}^2$ і висотою $3 \text{ см}$ .	Г	$72 \text{ см}^3$
5	Об'єм правильної 4- кутної піраміди зі стороною основи $6 \text{ см}$ та висотою $7 \text{ см}$ .	Д	$12 \text{ м}^3$
		С	$84 \text{ см}^3$

Відчувалось, що студенти готувалися до уроку, тому що відповіді давали швидко.

### Задача 1

Сторона основи правильної трикутної призми дорівнює  $7 \text{ см}$ , а діагональ бічної грані —  $9 \text{ см}$ . Знайдіть висоту призми.



#### Дано:

$ABCA_1B_1C_1$  – правильна трикутна призма;

$ABC$  – рівносторонній трикутник;

$CB_1$  – діагональ;  $CB_1 = 9 \text{ см}$ ;

$CB$  – сторона основи;  $CB = 7 \text{ см}$

**Знайти:**  $BB_1$ .

#### Розв'язання:

Розглянемо  $\triangle CBV_1$  : ( $\angle V = 90^\circ$ )

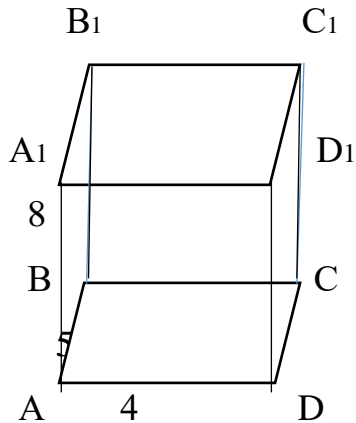
Із теореми Піфагора  $BB_1^2 = (CB_1)^2 - (CB)^2 = 9^2 - 7^2 = 81 - 49 = 32$ ;

$BB_1 = \sqrt{32} \text{ (см)}$ :  $BB_1 = \sqrt{4 \cdot 4 \cdot 2} = 4\sqrt{2}$ .

Пригадали, що лежить в основі правильної трикутної призми, теорему Піфагора.

### Задача 2

Знайдіть площу бічної та повної поверхні прямокутного паралелепіпеда, висота якої дорівнює 8 см, а основою є прямокутник зі сторонами 5 см і 4 см.



**Дано:**

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – прямокутний паралелепіпед;

$AA_1 = 8$  см, висота.

$AD = 4$  см;  $AB = 5$  см

**Знайти:**  $S_{\text{біч}}$ ,  $S_{\text{пов}}$ .

**Розв'язання:**

$$S_{\text{біч}} = P_{\text{осн}} \cdot H;$$

$$P_{\text{осн}} = 2(AB + AD);$$

$$P_{\text{осн}} = 2(5 + 4) = 18(\text{см});$$

$$S_{\text{біч}} = 18 \cdot 6 = 108 (\text{см}^2)$$

$$S_{\text{пов}} = S_{\text{біч}} + 2 S_{\text{осн}}$$

$$S_{\text{осн}} = AB \cdot AD$$

$$S_{\text{осн}} = 5 \cdot 4 = 20 (\text{см}^2)$$

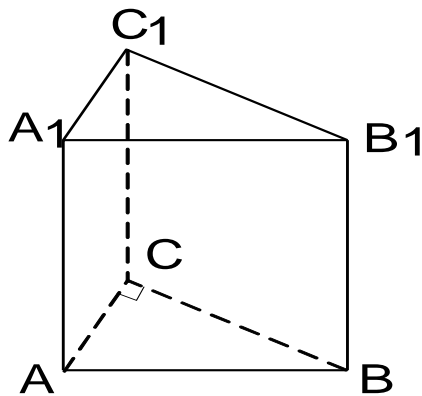
$$S_{\text{пов}} = S_{\text{біч}} + 2 S_{\text{осн}} = 108 + 2 \cdot 20 = 148 (\text{см}^2)$$

Задача труднощів не викликала.



### Задача 3

Основа прямої призми – прямокутний трикутник з катетами 3см і 4см, а бічне ребро дорівнює 5см. Знайдіть площу повної поверхні і об'єм призми.



Дано:

АВСА<sub>1</sub>В<sub>1</sub>С<sub>1</sub> – пряма призма

АВС - прямокутний трикутник,  $\angle C = 90^\circ$

AC = 3 см

BC = 4 см

AA<sub>1</sub> = 5 см

Знайти:

$S_{\text{пов.}}$

$V_{\text{пр.}}$

Розв'язання

$$S_{\text{пов.}} = S_{\text{біч}} + 2 S_{\text{осн}}$$

$$S_{\text{біч}} = P_{\text{осн}} \cdot H;$$

Розглянемо трикутник АВС:  $\angle C = 90^\circ$

Із трикутника АВС за теоремою Піфагора

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{9 + 16} = 5 \text{ см}$$

$$P_{\text{осн}} = 3 + 4 + 5 = 12 \text{ см}$$

$$S_{\text{біч}} = 12 \cdot 5 = 60 \text{ см}^2$$

$$S_{\text{осн}} = \frac{1}{2} a \cdot b = 6 \text{ см}^2$$

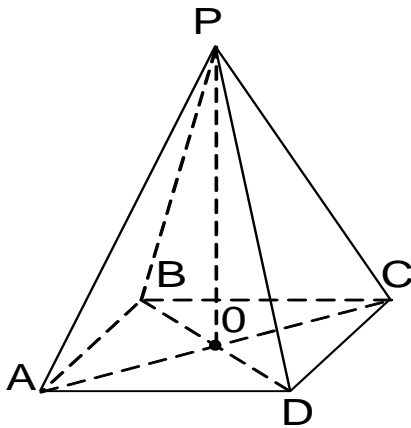
$$S_{\text{пов.}} = S_{\text{біч}} + 2 S_{\text{осн}} = 60 + 2 \cdot 6 = \mathbf{72 \text{ см}^2}$$

$$V_{\text{пр}} = S_{\text{осн}} \cdot H = 6 \cdot 5 = \mathbf{30 \text{ см}^3}$$

У Студентів були труднощі з знаходженням площі прямокутного трикутника. Ми повернулись до актуалізації знань та пригадали формулу площі прямокутного трикутника.

$$S_{\text{осн}} = \frac{1}{2} a \cdot b$$

**Задача 4.** Основа піраміди – прямокутник зі сторонами 3см і 5см. Висота – піраміди 10см. Знайдіть об'єм піраміди.



Дано:

ABCDP - піраміда  
 ABCD - прямокутник  
 AB – 3 см  
 AD – 5 см  
 PO – 10 см  
 $V_{\text{п}}$  - ?

Розв'язання:

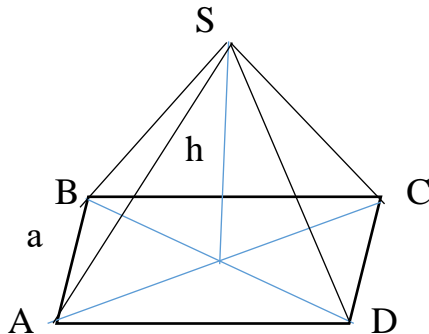
$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_{\text{осн}} = AB \cdot AD = 3 \cdot 5 = 15 \text{ см}^2$$

$$V_{\text{п}} = \frac{1}{3} 15 \cdot 10 = 50 \text{ см}^3$$

### Задача 5

Як зміниться об'єм правильної піраміди, якщо висота її буде збільшена в  $n$  разів, а сторона основи зменшена в стільки ж разів?



Нехай задана правильна, наприклад, чотирикутна піраміда.

Позначимо  $a$  – сторона основи,  $h$  – висота піраміди. Тоді її об'єм:

$$V_1 = \frac{1}{3} S_{\text{осн.1}} h_1 = \frac{1}{3} a^2 h$$

Нехай висоту збільшили в  $n$  разів, а ребро зменшили в  $n$  разів, тоді об'єм піраміди:

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{1}{3} S_{\text{осн.2}} h_2 = \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{a}{n}\right)^2 \cdot nh = \frac{1}{3} \frac{a^2 h}{n} \end{aligned}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}a^2h}{\frac{1}{3}a^2h} = n$$

Звідси  $V_1 = n \cdot V_2$ , тобто об'єм зменшиться в  $n$  разів.

### Задача 6



Скільки мішків аміачної селітри можна помістити в склад розмірами 20м х 9м х 4м, якщо мішок селітри можна прийняти (з певною похибкою) за прямокутний паралелепіпед розмірами 90см х 5см х 25см? (На щілини між мішками і центральний прохід виділяється 30% об'єму складу)

**Дано:** ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> – прямокутний паралелепіпед,  
вимірами 20м х 9м х 4м,

MHKPM<sub>1</sub>N<sub>1</sub>K<sub>1</sub>P<sub>1</sub> – прямокутний паралелепіпед з вимірами 90см х 5см х 25см.  
30% об'єму складу – щілини між мішками і центральний прохід.

**Знайти:** кількість мішків,  $n$ .

**Розв'язання:**

$V_1 = a b c = 20 \cdot 9 \cdot 4 = 720 \text{ м}^3$ . Об'єм складу.

Перетворимо см у м: 90 см = 0,9м, 5 см = 0,05м, 25 см = 0,25 м.

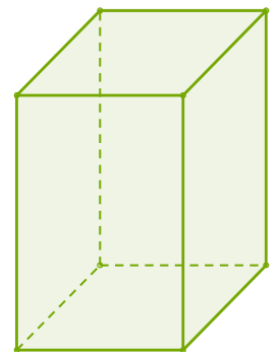
$V_2 = a_2 b_2 c_2 = 0.9 \cdot 0.05 \cdot 0.25 = 0.0113 \text{ м}^3$ . Об'єм мішка.

30% об'єму складу становить:  $720 \cdot 0,3 = 216 \text{ м}^3$ .

Об'єм складу з відрахуванням 30%:  $720 - 216 = 504 \text{ м}^3$ .

$n = 504 : 0,0113 \approx 44601$

Відповідь: 44601 мішок можна помістити у такий склад.



Задача (6) вимагала актуалізації уявлення складу, мішків з

селітрою. порівняння з геометричними моделями. Студенти впорались з завданням. Пригадали обчислення процентів.

Підсумок уроку. Відомості з історії взято зі статті «Як відвідати єгипетські піраміди, не виїжджаючи з України».[30]



В Україні теж є піраміди. Найстарішій українській піраміді більше 130 років, знаходиться вона в крихітному селі Комендантівка Кобеляцького району, Полтавської області . Морський офіцер Олександр Білевич став першим будівельником пірамід на території України. Вчені припускають, що за родом занять він не раз бував в Єгипті і міг захопитися стародавньою архітектурою. І коли в 1864 році несподівано померла його молода дружина, він вирішив спорудити для неї усипальницю, гідну єгипетських фараонів. Піраміду будували з дикого каменю цілих 13 років. У висоту спорудження досягає 15 метрів, а його площа займає близько 100 квадратних метрів. Піраміда складається з трьох ярусів, які з'єднані між собою складною системою коридорів. На нижньому ярусі знаходиться склеп - це усипальниця роду Білевичів. Сьогодні піраміда відреставрована і користується великою популярністю серед туристів. Ваше завдання полягає в тому, щоб знайти об'єм даної піраміди при умові: площа основи піраміди  $100 \text{ м}^2$  , висота 15 м [30].

У підсумку уроку студентам пропонувалися відомості з історії, які допомогли збагатити їхні знання. Завдання полягало в тому, щоб знайти об'єм даної піраміди при умові: площа основи піраміди  $100 \text{ м}^2$  , висота - 15 м. Такі задачі сприяють не тільки формуванню пізнавального інтересу, але й сприяють

закріпленню математичних знань. Відчувалось, що досить цікавий факт з історії, підвищив мотивацію студентів до навчання.

Також, користуючись джерелом педагогічних інновацій [20] пропонуємо для закріплення теми «Многогранники» ресурси з тестовими завданнями:

<b>Многогранники та їх властивості</b>
<a href="https://www.iznotest.info/mnogogranniki-prizmi-yih-vidi-i-vlastivosti/">https://www.iznotest.info/mnogogranniki-prizmi-yih-vidi-i-vlastivosti/</a>
<a href="https://www.iznotest.info/piramidi-yih-vidi-ta-vlastivosti/">https://www.iznotest.info/piramidi-yih-vidi-ta-vlastivosti/</a>
<a href="https://www.iznotest.info/ploshhi-poverhni-ta-ob-yem-mnogogrannikov/">https://www.iznotest.info/ploshhi-poverhni-ta-ob-yem-mnogogrannikov/</a>

Домашнє завдання:

Для вивчення наступної теми, ознайомитись самостійно з темою «Тіла обертання та їх властивості» та спробувати самостійно пройти тестові завдання. З джерела педагогічних інновацій [20]

<b>Тіла обертання та їх властивості</b>
<a href="http://vneshkoly.com.ua/component/joomlaquiz/?quiz_id=607">http://vneshkoly.com.ua/component/joomlaquiz/?quiz_id=607</a>
<a href="https://onlinetestpad.com/ru/testview/52234-cilindr-konus-i-shar">https://onlinetestpad.com/ru/testview/52234-cilindr-konus-i-shar</a>
<a href="http://ya-znau.ru/znau_sorevn/pr_zn/53">http://ya-znau.ru/znau_sorevn/pr_zn/53</a>
<a href="https://www.iznotest.info/tsilindri-ta-yih-vlastivosti/">https://www.iznotest.info/tsilindri-ta-yih-vlastivosti/</a>
<a href="https://www.iznotest.info/konusi-ta-yih-vlastivosti/">https://www.iznotest.info/konusi-ta-yih-vlastivosti/</a>
<a href="https://www.iznotest.info/kuli-sferi-ta-yih-vlastivosti/">https://www.iznotest.info/kuli-sferi-ta-yih-vlastivosti/</a>
<a href="https://www.iznotest.info/ploshhi-poverhon-i-ob-yemi-til-obertannya/">https://www.iznotest.info/ploshhi-poverhon-i-ob-yemi-til-obertannya/</a>

Результати експериментальної перевірки методики «перевернутого навчання» стереометрії підтверджують ефективність розробленої орієнтованої методики навчання стереометрії учнів. Але щоб оцінити ефективність перевернутого навчання належним чином, відповідну модель потрібно застосовувати на практиці.

## ВИСНОВКИ

Описано сутність технології «перевернуте навчання» і визначено, що при «перевернутому навчанні» змінюється сам характер уроків, адже вивчення матеріалу учнями відбувається при їх самостійній роботі з відеоматеріалом, підібраним викладачем, а в аудиторний час вся увага приділяється практичному закріпленню вивченого матеріалу за допомогою застосування активних та інтерактивних форм проведення занять. Тим самим, великою перевагою для вчителя при використанні технології «перевернутий клас» є збільшення числа часу на взаємодію з аудиторією.

Розглянуто особливості застосування технології «перевернуте навчання» в освітньому процесі та встановлено, що основною відмінністю даної технології від інших в ході організації освітнього процесу відбувається перестановка структурних етапів навчального процесу. Охарактеризовано значення технології та труднощі її застосування. Так, нами було встановлено, що застосування «перевернутого навчання» сприяє формуванню інформаційної грамотності, умінь застосування засобів ІКТ та медіаосвіти. Крім того, використання даної технології дозволяє сформувати в учнів універсальні навчальні дії, розвивати особистісні якості, внутрішню мотивацію і почуття відповідальності, оскільки від того, як добре учень підготується, залежить те, настільки успішний він буде на уроці. Труднощами реалізації даної технології є: тривала підготовка до проведення занять, труднощі деяких учнів, а також потрібен постійний вихід в Інтернет, а в умовах сьогодення не всі можуть собі це забезпечити.

Формування просторових уявлень учнів є одним з основних завдань теми. Водночас це одна з найскладніших педагогічних проблем. Тому з перших занять необхідно широко використовувати систему вправ на «відтворення» просторової ситуації за її описом чи рисунком. Важливе місце слід відвести навчанню учнів зображенню геометричних фігур і використанню цих зображень при розв'язуванні задач.

При вивченні даної теми закладається теоретична основа побудови зображень геометричних фігур. Це бажано зробити якомога раніше. Беручи за основу наведені міркування, передбачається вивчення паралельного проектування практично на початку теми.

У процесі вивчення даної теми поглиблюються знання учнів про аксіоматичну побудову математичної теорії, розвиваються їхні просторові уявлення. Вже з перших кроків вивчення стереометрії на перший план виступає ідея математичного моделювання реальних об'єктів і відношень між ними за допомогою найпростіших геометричних фігур і відповідних математичних відношень.

Вважаємо, методика перевернутого навчання української освітньої системи, перебуває в активному дослідженні. Правильна організація методики дозволяє змінити підхід від пасивного навчання до активного, що призводить до більш якісної підготовки до професійної діяльності. Але проста, на перший погляд, ідея вимагає ретельної підготовки з боку викладачів, щоб учні змогли зрозуміти принцип даної моделі. Тому вважаємо, що модель «Перевернуте навчання» потрібно вводити поступово, комбінуючи з традиційними моделями навчання.

Результати експериментальної перевірки методики «перевернутого навчання» стереометрії підтверджують ефективність розробленої орієнтованої методики навчання стереометрії учнів.



## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абрамова В. О. Методи використання інтерактивних аудіовізуальних засобів аудиторного навчання. Нові технології навчання: наук.-метод. зб. / М-во освіти і науки України, Ін-т іноваційн. технологій і змісту освіти. Київ, 2007. Вип. 47. С. 86–92.
2. Актуальні проблеми методики навчання математики. Компетентнісна модель професійної підготовки майбутнього вчителя математики: матеріали IV–VI регіон. Наук.-практ. Конф., Одеса, 22-23 квітня 2012 р., 13-14 квітня 2011 р., 4-5 квітня 2012 р. / під ред.. С. В. Іванової; ДЗ «ПНПУ ім. К. Д. Ушинського». – О.: АО Бахва, 2012. – 316 с
3. Бевз Г.П. Геометрія. Профільний рівень: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти/ Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, В.М. Владіміров., Н.Г. Владімірова. К.: Видавничий дім «Освіта», 2018. 272с
4. Бевз Г.П. Методи навчання математики. Навчально-методичний посібник. К.: Генеза, 2010. 117 с.
5. Бугайчук К. Л. Змішане навчання: теоретичний аналіз та стратегія впровадження в освітній процес вищих навчальних закладів. Інформаційні технології і засоби навчання. 2016. № 4 (54). С. 1–18.
6. Бульвінська О. Сучасні методи навчання і викладання на основі дослідження: зарубіжний досвід [Електронний ресурс]. Освіто-логічний дискурс: електрон. наук. фах. вид. / Київ. ун-т ім. Бориса Грінченка. Київ, 2019. № 1/2. С. 83–103. Режим доступу: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/osdys\\_2019\\_1-2\\_9](http://nbuv.gov.ua/UJRN/osdys_2019_1-2_9)
7. Возносименко Д. А. Підготовка майбутніх учителів математики до використання технології «перевернутого навчання» на уроках математики здоров'язберігаючого змісту / Д. А. Возносименко, С. М. Шумигай // Матеріали V Всеукраїнської науково-практичної конференції “Особистісно орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи”, м. Полтава, 19-20 листопада 2019 р. – Полтава : Астроя, 2019. – С. 68-69.
8. Грохольська А.В. Методика навчання математики в старшій та вищій школах: навч. посіб. для студ. фіз.-мат. спец. пед.. ун-тів/ А.В. Грохольська,

С.Є. Яценко. Вид.2-ге, переробл. І допов. Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2011.-Ч.1. 2011. 298 с.

9. Державний стандарт базової середньої освіти - Освіта.UA  
<http://ru.osvita.ua> › Ser\_osv

10. Дишлева С. ІКТ-технології та їх роль в навчально-виховному процесі» С. Дишлева [Електронний ресурс].

Режим доступу: <http://qoo.by/2Cu> .

11. Дяченко-Богун М. Активні методи навчання у вищому навчальному закладі. Вісник педагогічної майстерності. 2014. Вип.№14. С. 74—76.

12. Істер О.С..Геометрія: (профільний рівень): підруч. для 10-го кл. закладів загальної середньої освіти../ Істер О.С., Єргіна О.В., Київ: Генеза, 2018.

13. Казарян І. Б. Стаття «Активні методи навчання».  
<https://naurok.com.ua> › [aktivn...](#)

14. Кузьмінська О. Г. Перевернуте навчання: практичний аспект// Інформаційні технології в освіті. 2016. №1. С. 86-98.

15. Ляхова Т. П. Розробка методичних матеріалів з теми «Паралельність прямих і площин».

<https://naurok.com.ua> › [metod...](#)

16. Мерзляк А.Г. Геометрія: профільний рівень: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти/ А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський та ін... Х.: Гімназія, 2018. 240с

17. Мойсеюк Н.Є. Педагогіка: навчальний посібник/ Н. Є. Мойсеюк . Київ: Б.в., 2007. – 655 с.

18. Моторіна В.Г. Технології навчання математики в сучасній школі / В.Г. Моторіна.— Харків: 2001.— 262 с

19. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень // [www.mon.gov.ua](http://www.mon.gov.ua), 2017.

20. Науково-методичний журнал. – Випуск № 3(31). – Харків: Джерело педагогічних інновацій. Дистанційне оцінювання. Харківська академія неперервної освіти, 2020. – 160 с.

21. Нелін Є.П. Геометрія (профільний рівень): підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти/ Є.П.Нелін. Харків: Вид-во «Ранок», 2018. 240 с

22. Петренко М. В. 2020 — Завдання: Окреслити можливості застосування сучасних соціальних мереж в процесах навчання, розглянути класифікацію інтернет-ресурсів. <http://dspace.wunu.edu.ua> › bitstream

23. Пилипчук О. «Перевернене» навчання інформатики / О. Пилипчук [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://qoo.by/2V1> .

24. Попадюк С. С., Скуратівська, М. О. Методологічні засади використання освітньої концепції «перевернуте навчання у вищій школі». Педагогічні науки, 76(3), 2017. 149-154.

25. Приходькіна Н. Використання технології «переверненого навчання» у професійній діяльності викладачів вищої школи. Науковий вісник Ужгородського національного університету. Серія «Педагогіка. Соціальна робота», 30. 2014. 141-144.

26. Слепкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. / З.І. Слепкань.— К.: Вища шк., 2006.— 582 с. 21

27. Тінькова Д. С. 2021 — інноваційними модифікаціями творчих методів навчання (гейміфікація, мейкерство, метод проєктів) з опорою на групові форми роботи учнів.

<http://eprints.cdu.edu.ua> › tankova

28. Федорчук Е. І. Сучасні педагогічні технології. Навч.-методичний посібник. – Абетка, 2006. – 212 с.

29. Шпіц С. А., Філон Л. Г. Технологія «Перевернутого навчання»: переваги та недоліки. // Крок у науку: дослідження у галузі природничо-математичних дисциплін та методик їх навчання : Збірник тез доповідей Всеукраїнської науково-практичної конференції з міжнародною участю

студентів, аспірантів і молодих учених (1 грудня 2022 р., м. Чернігів). – Чернігів: НУЧК імені Т. Г. Шевченка, 2022. С.150-151.

[30. Як відвідати єгипетські піраміди, не виїжджаючи з України. Стаття.](#)

<https://ua.igotoworld.com> › 33...

31. <http://LearningApps.org>.