

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ЧЕРНІГІВСЬКИЙ КОЛЕГІУМ» імені Т.Г. ШЕВЧЕНКА
Кафедра математики та економіки**

Л. О. Соколенко

**МЕТОДИКА НАВЧАННЯ КУРСУ
«МАТЕМАТИКА
(АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ ТА ГЕОМЕТРІЯ) »
(РІВЕНЬ СТАНДАРТУ)**

**Методичні рекомендації
до навчання курсу для студентів спеціальності
014 Середня освіта (Математика)**

Чернігів - 2020

УДК 378.016: 51 (072)

С 59

Рецензенти:

Шолом Ганна Іванівна – кандидат педагогічних наук, вчитель вищої категорії, вчитель-методист, вчитель математики та інформатики Чернігівського ЗЗСО I-III ступенів №20.

Потапова Тетяна Володимирівна – вчитель вищої категорії, вчитель-методист, вчитель математики та інформатики, заступник директора з навчально-виховної роботи Чернігівського ЗЗСО I-III ступенів №9.

С 59 Соколенко Л. О. Методика навчання курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту): Методичні рекомендації до навчання змістових модулів №6-9 навчальної дисципліни «Методика навчання математики» для студентів спеціальності 014 Середня освіта (математика). Чернігів: НУЧК імені Т. Г. Шевченка, 2020. 132 с.

УДК 378.016: 51 (072)

Методичні рекомендації до навчання змістових модулів №6-9, які є складовими навчальної дисципліни «Методика навчання математики» та містять питання методики навчання шкільного курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту). Укладено на основі програми навчальної дисципліни «Методика навчання математики» підготовки бакалаврів галузі знань 01 Освіта/Педагогіка, спеціальності 014 Середня освіта (математика). Розраховані на студентів четвертого курсу спеціальності 014 Середня освіта (математика) денної та заочної форм навчання.

Рекомендовано до друку

вченою радою природничо-математичного факультету

Національного університету «Чернігівський колегіум»

імені Т.Г. Шевченка

(протокол № 5 від 26 червня 2020 року)

ISBN 978-617-7833-63-4

© Соколенко Л. О., 2020

I. ПЕРЕДМОВА 6

II. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ..... 9

III. ЛЕКЦІЙНИЙ КУРС..... 13

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 6. *Методика вивчення функцій, рівнянь, нерівностей в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) старшої школи* 13

Тема 1. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія) як навчальний предмет. Функції у старшій школі..... 13

Тема 2. Методика вивчення степеневих, тригонометричних та обернених тригонометричних функцій в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10-го класу 16

Тема 3. Методика вивчення показникової та логарифмічної функцій в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 11-го класу 21

Тема 4. Методика вивчення найпростіших тригонометричних рівнянь, найпростіших показникових та логарифмічних рівнянь і нерівностей в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10-11 класу **Ошибка! Закладка не определена.**

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 7. *Методика вивчення початків аналізу в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)», який вивчається в старшій школі на рівні стандарту.....* **Ошибка! Закладка не определена.**

Тема 5. Методика вивчення похідної та її застосувань .. **Ошибка! Закладка не определена.**

Тема 6. Методика вивчення інтеграла та його застосувань **Ошибка! Закладка не определена.**

Тема 7. Методика вивчення елементів комбінаторики, теорії ймовірностей та математичної статистики в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 11 класу.....**Ошибка! Закладка не определена.**

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 8. Методика вивчення паралельності та перпендикулярності прямих і площин в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) старшої школи**Ошибка! Закладка не определена.**

Тема 8. Паралельність прямих і площин у просторі**Ошибка! Закладка не определена.**

Тема 9. Перпендикулярність прямих і площин у просторі
Ошибка! Закладка не определена.

Тема 10. Методика вивчення теми «Координати і вектори» в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10 класу .**Ошибка! Закладка не определена.**

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 9. Методика вивчення просторових фігур та величин в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) старшої школи ...**Ошибка! Закладка не определена.**

Тема 11-12. Методика вивчення теми «Многогранники». Методика вивчення теми «Тіла обертання»**Ошибка! Закладка не определена.**

Тема 13. Геометричні величини в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)»**Ошибка! Закладка не определена.**

IV. ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ 27

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 6. Методика вивчення функцій, рівнянь, нерівностей в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) старшої школи 27

Практичне заняття № 1 27

Практичне заняття № 2-3..... 31

Практичне заняття № 4 37

Практичне заняття № 5Ошибка! Закладка не определена.

Практичне заняття № 6..... **Ошибка! Закладка не определена.**

Практичне заняття № 7..... **Ошибка! Закладка не определена.**

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 7. *Методика вивчення початків аналізу в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)», який вивчається в старшій школі на рівні стандарту.....* **Ошибка! Закладка не определена.**

Практичне заняття №8..... **Ошибка! Закладка не определена.**

Практичне заняття №9..... **Ошибка! Закладка не определена.**

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 8. *Методика вивчення паралельності та перпендикулярності прямих і площин в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) старшої школи.....* **Ошибка! Закладка не определена.**

Практичне заняття №1 (10)..... **Ошибка! Закладка не определена.**

Практичне заняття №2 (11)..... **Ошибка! Закладка не определена.**

Практичне заняття №3 (12)..... **Ошибка! Закладка не определена.**

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 9. *Методика вивчення просторових фігур та величин в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) старшої школи ..* **Ошибка! Закладка не определена.**

Практичне заняття №4 (13)..... **Ошибка! Закладка не определена.**

Практичне заняття №5-6 (14-15) **Ошибка! Закладка не определена.**

V. ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ ПО ЗМІСТОВИХ МОДУЛЯХ 6-9.....39

VI. ПРИКЛАДИ ВАРІАНТІВ САМОСТІЙНИХ РОБІТ ТА ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ ПО ЗМІСТОВИХ МОДУЛЯХ 6-9.....46

ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА.....53

ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА55

За навчальним планом підготовки бакалаврів з галузі знань 01 Освіта/Педагогіка, спеціальності 014 Середня освіта (математика) нормативна навчальна дисципліна «Методика навчання математики» вивчається протягом IV-VIII семестрів.

Предметом вивчення навчальної дисципліни є методика навчання шкільного курсу математики та організації навчального процесу у базовій школі та 10-11 класах, які вивчають курс «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» на рівні стандарту, старшої школи.

Програма навчальної дисципліни складається з таких **змістових модулів**:

1. Загальна методика навчання математики. Предмет МНМ, прийоми розумової діяльності та методи навчання математики.

2. Загальна методика навчання математики. Математичні поняття та твердження. Засоби та організаційні форми.

3. Методика навчання математики в 5-6 класах.

4. Методика навчання курсу алгебри 7-9 класів.

5. Методика навчання курсу геометрії 7-9 класів.

6. Методика вивчення функцій, рівнянь, нерівностей в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)», який вивчають у старшій школі на рівні стандарту.

7. Методика вивчення початків аналізу в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)», який вивчають у старшій школі на рівні стандарту.

8. Методика вивчення паралельності та перпендикулярності прямих і площин в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)», який вивчають у старшій школі на рівні стандарту.

9. Методика вивчення просторових фігур та величин в курсі стереометрії, який вивчають у старшій школі на рівні стандарту.

Метою вивчення навчальної дисципліни «Методика навчання математики» є оволодіння студентами знаннями про основні компоненти системи навчання шкільного курсу математики, формування уявлення про різні технології навчання та уміння їх використання, що є складовими професійної компетентності вчителя математики, оволодіння методикою навчання математики, технологією організації навчального процесу в базовій школі та 10-11 класах профільної школи, які вивчають курс «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» на рівні стандарту.

Основними завданнями вивчення дисципліни «Методика навчання математики» є засвоєння студентами базових понять та принципів, що лежать в основі методики навчання математики, структури і змісту допрофільного навчання математики та навчання математики в 10-11 класах старшої профільної школи (рівень стандарту); ознайомлення студентів з чинними шкільними програмами та підручниками, призначеними для навчання курсів «Математика 5-6 класи», «Алгебра 7-9 класи», «Геометрія 7-9 класи», «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія) 10-11 класи» (рівень стандарту); забезпечення формування професійних якостей майбутнього вчителя, здатного працювати на конкурсній основі в базовій школі та в 10-11 класах, які вивчають курс «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» на рівні стандарту, старшої профільної школи.

Дані **методичні рекомендації** присвячені засвоєнню студентами **змістових модулів №6-9** курсу «Методика навчання математики» (МНМ).

Під час навчання цих модулів відбувається формування таких **компетентностей**: **1) вміння виконувати аналітико-синтетичну діяльність** (здатність виконувати логіко-математичний аналіз навчального матеріалу шкільних підручників курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) старшої профільної школи, логіко-дидактичний аналіз навчального матеріалу, який вивчають на рівні стандарту в старшій школі, методичний аналіз сучасних технологій навчання математики, математичної, психолого-педагогічної та методичної літератури; **2) вміння здійснювати планування й конструювання** (наявність вмінь здійснювати інформаційне й процесуальне моделювання навчального процесу (розробляти цільову, змістову, методичну, процесуальну модель вивчення теми), розробляти тематичне, поурочне планування вивчення теми; конструювати системи запитань для повторення базових знань учнів, системи вправ для актуалізації базових умінь учнів, системи контрприкладів, вправ, задач, запитань і т.д.); **3) здатність до організації й керування діяльністю учнів у процесі навчання математики** (наявність вмінь організовувати учнів на свідоме ставлення до різних видів навчальної діяльності при вивченні курсу математики, здійснювати керування діяльністю учнів через відповідний підбір навчального матеріалу та засобів навчання, формування певних навчально-пізнавальних дій, а також дій контролю і самоконтролю); **4) вміння здійснювати оцінювання власної діяльності та діяльності учнів у процесі навчання математики** (здатність використовувати різні форми контролю й корекції навчально-пізнавальної діяльності учнів у процесі вивчення шкільного курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) старшої

школи, здійснювати самооцінку й самокорекцію власної методичної діяльності).

До методичних рекомендацій до навчання курсу «*Методика навчання математики*» (МНМ) включено: 1) програму навчальної дисципліни (ЗМ6-ЗМ9); 2) **13 тем лекційного курсу**, що містять мету навчання, понятійні семантичні одиниці, завдання, змістову структуру теми (структурні елементи змісту та відповідну до них літературу), контрольні-смыслові запитання і завдання репродуктивного характеру (перша змістова самооцінка) та відповіді на окремі з них, методичні завдання реконструктивного та творчого характеру (для самостійної роботи); 3) **15 практичних занять**, що містять тему, завдання, змістову структуру теми (структурні елементи змісту та відповідну до них літературу), практичні завдання, літературу (основну, шкільні підручники, додаткову); 4) **теоретичні питання** по змістових модулях 6-9; 5) **прикладні варіанти** самостійних робіт та тестових завдань по змістових модулях 6-9; 6) список основної та додаткової літератури.

У кожній лекційній темі та практичних заняттях є **питання та завдання, що виносяться на самостійне опрацювання**. Такі питання та завдання є складовими **комплексів завдань самостійної роботи (КЗСР)** по відповідних змістових модулях 6-9. Біля їх нумерації зроблено позначки (°).

Навчання курсу «*Методика навчання математики*» (МНМ), зокрема його змістових модулів 6-9, за представленою у посібнику технологією пройшло апробацію у 2019-2020 році в Національному університеті «Чернігівський колегіум» імені Т.Г. Шевченка на фізико-математичному відділенні природничо-математичного факультету.

II. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

VII СЕМЕСТР

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 6.

Методика вивчення функцій, рівнянь, нерівностей в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) старшої школи

Тема 1 (29). Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія) як навчальний предмет. Функції у курсі математики старшої школи. Структура і зміст профільного навчання математики. Мета базової середньої освіти. Компетентнісний підхід. Практична компетентність, ключові компетентності. Наскрізні лінії та їх реалізація. Аналіз навчальної програми з математики для 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (рівень стандарту). Цілі вивчення і зміст курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)». Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності. Аналіз альтернативних підручників курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)». Технологія проведення перших уроків: діагностики готовності учнів до вивчення курсу алгебри і початків аналізу на рівні стандарт. Технологія повторення і розширення відомостей про функції.

Тема 2 (30). Методика вивчення степеневі, тригонометричних та обернених тригонометричних функцій в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10-го класу. Місце теми «Степенева функція, її властивості і графік» в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10-го класу. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності. Корінь n -го степеня. Арифметичний корінь n -го степеня, його властивості. Область допустимих значень виразів із коренями n -го степеня. Розв'язки рівняння $x^n = a$ ($n \in N$). Обернена функція. Графік функції $y = \sqrt[n]{x}$. Узагальнення поняття степеня (ступінь з натуральним, цілим, раціональним показником та його властивості). Степенева функція, її властивості та графік. Методика навчання учнів розв'язування задач, пов'язаних з степеневою функцією. Методика реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей під час навчання степеневі функції.

Місце теми «Тригонометричні функції, їх властивості і графіки» в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10-го класу. Зміст навчального матеріалу. Навчальні досягнення учнів. Радіанне

вимірювання кутів. Тригонометричні функції кута і числового аргументу. Методика вивчення властивостей тригонометричних функцій під час навчання курсу на рівні стандарту: знаки тригонометричних функцій; парність і непарність; періодичність. Графіки функцій синуса, косинуса, тангенса і котангенса та їх властивості. Співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули додавання та наслідки з них. Формули зведення. Методика навчання обернених тригонометричних функцій.

Тема 3 (31). Методика вивчення показникової та логарифмічної функцій в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10-го класу. Місце теми в програмі. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності. Задачі, що приводять до поняття показникової функції. Вивчення властивостей показникової функції. Поняття логарифма, основні властивості логарифмів та наслідки з них. Введення поняття логарифмічної функції та вивчення її властивостей.

Тема 4 (32). Методика вивчення найпростіших тригонометричних рівнянь, найпростіших показникових та логарифмічних рівнянь і нерівностей в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10-11 класу. Місце теми в програмі. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності. Методика розв'язування найпростіших тригонометричних рівнянь. Деякі способи розв'язування тригонометричних рівнянь, які відрізняються від найпростіших. Методика розв'язування найпростіших показникових та логарифмічних рівнянь і нерівностей.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 7.

Методика вивчення початків аналізу в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)», який вивчається в старшій школі на рівні стандарту

Тема 5 (33). Методика вивчення похідної та її застосувань. Місце теми в програмі. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності. Поняття границі функції в точці. Поняття приросту аргументу і приросту функції в точці x_0 . Задачі, які приводять до поняття похідної (миттєва швидкість руху точки вздовж прямої, дотична до графіка функції). Означення похідної. Похідні деяких елементарних функцій. Геометричний і фізичний зміст похідної. Зв'язок між диференційованістю і неперервністю функції. Правила обчислення похідних. Похідна складеної функції.

Застосування похідної до знаходження проміжків зростання і спадання та екстремумів функції. Загальна схема дослідження функції для побудови її графіка. Найбільше і найменше значення функції. Застосування похідної до розв'язування задач прикладного змісту.

Тема 6 (34). Методика вивчення інтеграла та його застосувань. Місце теми в програмі. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності. Методика вивчення первісної. Невизначений інтеграл та його властивості. Визначений інтеграл, його геометричний зміст. Методика вивчення визначеного інтеграла. Формула Ньютона-Лейбніца. Обчислення площ плоских фігур.

Тема 7 (35). Методика вивчення елементів комбінаторики, теорії ймовірностей та математичної статистики в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 11 класу. Місце теми в програмі. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності. Елементи комбінаторики. Комбінаторні правила суми та добутку. Перестановки, розміщення, комбінації (без повторень). Методика введення основних понять теорії ймовірностей. Випадкові події. Поняття, пов'язані з випадковими подіями в деякому експерименті. Простір елементарних подій. Класичне означення ймовірності (для рівноможливих елементарних подій). Методика вивчення елементів математичної статистики. Поняття про статистику. Генеральна сукупність і вибірка. Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення. Графічне подання інформації про вибірку.

VIII СЕМЕСТР

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 8.

Методика вивчення паралельності та перпендикулярності прямих і площин в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) старшої школи

Тема 8 (36). Паралельність прямих і площин у просторі. Місце теми в програмі. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності. Основні поняття стереометрії. Основні поняття, аксіоми стереометрії та найпростіші наслідки з них. Особливості системи задач перших уроків стереометрії. Взаємне розміщення двох прямих у просторі. Паралельне проектування та його властивості. Зображення фігур у стереометрії. Взаємне розміщення прямої і площини у просторі. Взаємне розміщення двох площин у просторі.

Тема 9 (37). Перпендикулярність прямих і площин у просторі. Місце теми в програмі. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності. Методика вивчення перпендикулярності

прямих у просторі. Методика вивчення перпендикулярності прямої і площини. Методика вивчення перпендикулярності площин. Двогранний кут. Лінійний кут двогранного кута. Методика вивчення відстаней (від точки до площини, від прямої до площини, між площинами) і кутів (між прямими, між прямою і площиною, між площинами) в просторі.

Тема 10 (38). Методика вивчення теми «Координати і вектори» в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10 класу. Місце теми в програмі. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності. Прямокутна система координат у просторі. Методика вивчення координат у просторі: відстань між точками, координати середини відрізка. Методика вивчення векторів у просторі. Перетворення у просторі та їх властивості.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 9.

Методика вивчення просторових фігур та величин в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) старшої школи.

Тема 11 (39). Методика вивчення теми «Многогранники». Місце теми в програмі. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності. Формування понять теми: многогранний кут, многогранник та його елементи. Призма. Пряма і правильна призма. Паралелепіпед. Побудова перерізів призми і задачі, пов'язані з перерізами. Піраміда. Побудова перерізів піраміди. Зрізана піраміда. Правильна піраміда. Правильні многогранники.

Тема 12 (40). Методика вивчення теми «Тіла обертання». Місце теми в програмі. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності. Формування понять теми: тіла і поверхні обертання, циліндр, конус, зрізаний конус, куля, сфера. Перерізи циліндра і конуса площинами. Площина дотична до циліндра (конуса). Перерізи кулі площиною.

Тема 13 (41). Геометричні величини в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» Місце теми в програмі. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності. Поняття про об'єм тіла. Основні властивості об'ємів. Методика вивчення об'ємів многогранників: призми, паралелепіпеда, піраміди. Методика вивчення об'ємів тіл обертання: циліндра, конуса, кулі. Поняття про площу поверхні. Методика вивчення площ поверхонь многогранників. Методика вивчення площ поверхонь тіл обертання. Площа бічної та повної поверхонь циліндра, конуса. Площа сфери.

III. ЛЕКЦІЙНИЙ КУРС

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 6.

Методика вивчення функцій, рівнянь, нерівностей в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) старшої школи

Тема 1. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія) як навчальний предмет. Функції у старшій школі

Мета навчання: здійснити порівняльну характеристику мети та методичних особливостей навчання алгебри в основній школі та алгебри і початків аналізу в старшій школі, під час вивчення курсу «Математика» на рівні стандарту, взагалі, та під час вивчення основних відомостей про функцію зокрема.

Понятійні семантичні одиниці: профільне навчання математики, рівень стандарту, компетентнісний підхід, ключові компетентності, курс «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)», змістова лінія курсу, наскрізні лінії ключових компетентностей, наочно-інтуїтивний підхід, формально-логічний підхід, математичні моделі.

Загальнофункціональні поняття: функція, числова функція, область визначення та область значень функції, графік функції, зростаюча (спадна) функція, парна (непарна) функція, найбільше (найменше) значення функції, геометричне перетворення графіка функції, обернена функція.

Завдання:

1. Визначити зміст понятійних семантичних одиниць теми 1.
2. З'ясувати мету, зміст шкільного курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)», який вивчається на рівні стандарту у старшій школі, та загальні положення методики його навчання.
3. Усвідомити технологію проведення перших уроків: діагностики готовності учнів до вивчення курсу алгебри і початків аналізу (ШКАлг) на рівні стандарту та повторення і розширення відомостей про функції.

Змістова структура теми

| № | <i>Структурні елементи змісту</i> | <i>Де знайти відповідь</i> |
|---|---|-----------------------------------|
| 1 | Структура і зміст профільного навчання математики. | [1.1], [1.2] |
| 2 | Мета базової середньої освіти. Компетентнісний підхід. Практична компетентність, ключові компетентності. Наскрізні лінії ключових компетентностей та їх реалізація. | [1.4] |
| 3 | Навчальні програми з математики для 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту. Цілі вивчення і зміст курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)». Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів. | [1.4], [1.6] |
| 4 | Аналіз альтернативних діючих підручників курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)». | [3.1]-[3.8] |
| 5 | Календарно-тематичне планування. | електронний ресурс [3.1]-[3.8] |
| 6 | Технологія проведення перших уроків: діагностики готовності учнів до вивчення курсу алгебри і початків аналізу (ШКАлг) на рівні стандарт. | [2.3], [3.1]- [3.5] |
| 7 | Технологія повторення і розширення відомостей про функції. | [2.3], [3.1]- [3.5] |



Контрольно-сміслові запитання і завдання репродуктивного характеру (перша змістова самооцінка)

1. З'ясуйте сутність, мету і принципи організації **профільного навчання** в старшій школі.

2. Що розуміють під **профілем навчання**? Як відбувається розподіл предметів на: 1) базові предмети, 2) профільні предмети, 3) спеціальні курси/профільюючі предмети, 4) вибірково-обов'язкові предмети, 5) курси за вибором, 6) факультативні курси.

3°. Які існують форми організації профільного навчання?

4. Яка мета базової загальної середньої освіти? Який підхід є провідним засобом реалізації цієї мети?

5. Розгляньте складові **практичної компетентності**. Які ключові компетентності формуються під час навчання курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)», який вивчається на рівні стандарту у старшій школі?

6. Що розуміють під **наскрізними лініями ключових компетентностей**: «Екологічна безпека та сталий розвиток», «Громадянська відповідальність», «Здоров'я і безпека», «Підприємливість та фінансова грамотність»?

7. З яких змістових ліній складається курс «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)», який вивчається на рівні стандарту у старшій школі?

8°. Ознайомтесь з рекомендаціями щодо роботи з чинною програмою з математики [1.4]. та методичними рекомендаціями про викладання навчальних предметів у закладах загальної середньої освіти у поточному навчальному році.

9°. Розпочніть ознайомлення з підручниками нового покоління курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» для 10 класу, серед яких [3.2], [3.4] та інші.

10°. Які рекомендації існують до здійснення календарно-тематичного планування курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» для 10 класу? для 11 класу?

11. Яке місце займають **форми проведення діагностики** (попередня, поточна, тематична, підсумкова) рівня досягнень при вивченні алгебри і початків аналізу на рівні стандарту?



Методичні завдання реконструктивного та творчого характеру (для самостійної роботи)

1. Розгляньте методику та технологію навчання **теми 1 «Функції, їхні властивості та графіки»**.

1.1. Який підхід до означення поняття «функція» використовується в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10-го класу?

1.2°. Здійсніть порівняльну характеристику методичних схем вивчення загальнофункціональних понять: а) в основній школі; б) в старшій школі.

1.3. Розгляньте технологію організації та проведення уроків на теми: 1) Числові функції. Способи задання функцій. 2) Властивості функцій. 3) Парні та непарні функції. 4) Розв'язування задач і вправ. *Самостійна робота.*



Література

Основна література: [1.1], [1.2], [1.4], [1.6], [2.3].

Шкільні підручники: [3.1]-[3.8].

Тема 2.**Методика вивчення степеневі, тригонометричних та обернених тригонометричних функцій в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10-го класу**

Мета навчання: З'ясувати методичні схеми вивчення степеневі, тригонометричних та обернених тригонометричних функцій та їх властивостей і графіків в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10-го класу. Розглянути технологію реалізації визначених схем під час навчання курсу на рівні стандарту.

Понятійні семантичні одиниці: змістова лінія «Функції» курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)», корінь n -го степеня, арифметичний корінь n -го степеня, степінь числа, показник степеня, степенева функція, тригонометричні функції кута, радіан, радіанна міра кута, тригонометричні функції числового аргументу, косинус, синус, тангенс, котангенс, періодичність, обернена функція, обернена тригонометрична функція.

Завдання:

1. Визначити зміст понятійних семантичних одиниць теми 2.
2. На основі математичного і логіко-дидактичного аналізу теми 1 «Функції, їхні властивості та графіки» та теми 2 «Тригонометричні функції» усвідомити методичну структуру вивчення степеневі функції, її властивостей та графіка, тригонометричних властивостей та графіків, обернених тригонометричних функцій.
3. Визначити методичні схеми та технологію реалізації:
 - формування понять (корінь n -го степеня, арифметичний корінь n -го степеня, степінь з раціональним показником, функції $y = \sqrt[n]{x}$ степеневі функції, тригонометричних та обернених тригонометричних функцій),
 - вивчення їх властивостей,
 - побудови графіків.
4. Розглянути методику використання прикладних задач, призначених для реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей.

Змістова структура теми

| № | Структурні елементи змісту | Де знайти відповідь |
|----------|--|----------------------------|
| 1° | Місце теми «Сепенева функція, її властивості і графік» в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10-го класу. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів. | [1.4] 10 кл. Тема 1 |

| № | Структурні елементи змісту | Де знайти відповідь |
|----|---|--|
| 2° | Корінь n -го степеня. Арифметичний корінь n -го степеня, його властивості. | [3.4] P1, §3, п.3.1, табл. 7 (п. 1,3) , с. 47-52 [3.2] P1, §2 |
| 3 | Область допустимих значень виразів із коренями n -го степеня. Розв'язки рівняння $x^n = a$ ($n \in N$). | [3.4] P1, §3, п.3.1, п. 2) , с. 47-52 |
| 4 | Обернена функція. Графік функції $y = \sqrt[n]{x}$. | [3.4] P1, §1, п.1.4; P1, §3, п.3.1, табл. 7 (п. 4) , с. 48-49, 52-53 |
| 5° | Узагальнення поняття степеня (ступінь з натуральним, цілим показником, ступінь з раціональним показником та його властивості). | [3.4] P1, §4, таблиця 9 , с. 59-61; [3.2] P1, §3, [2.3] P13, § 13.3, с. 350-355 |
| 6 | Степенева функція , її властивості та графік. | [3.4] P1, §5, табл. 10 , с.65-68; [3.2] P1, §4, [2.3] P13, § 13.3, с.360-362. |
| 7 | Методика навчання учнів розв'язування задач, пов'язаних з степеневою функцією. Методика реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей. | [48], [49], [51], стаття №1. |
| 8 | Місце теми «Тригонометричні функції, їх властивості і графіки» в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10-го класу. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів. | [1.4] 10 кл. Тема 2 |
| 9 | Радіанне вимірювання кутів. | [3.4] P2, §6, [3.2] P2, §7 |
| 10 | Тригонометричні функції кута і числового аргументу: - означення тригонометричних функцій (через прямокутний трикутник (для гострих кутів); через одиничне коло; через довільне коло); - тригонометричні функції числового аргументу; - лінії тангенсів і котангенсів. | [3.4] P2, §7, [3.2] P2, §5,6,8 |
| 11 | Методика вивчення властивостей тригонометричних функцій під час навчання курсу на рівні стандарт: а) знаки тригонометричних функцій; б) парність і непарність; в) періодичність. | [3.4] P2, §8, [3.2] P2, §9 |

| № | Структурні елементи змісту | Де знайти відповідь |
|-----|--|--|
| 12 | Графіки функцій синуса, косинуса, тангенса і котангенса та їх властивості. | [3.4] P2, §9, [3.2] P2, §16, 17 |
| 13° | Співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. | [3.4] P2, §10, [3.2] P2, §10 |
| 14° | Формули додавання та наслідки з них. | [3.4] P2, §11, п.11.1 [3.2] P2, §11-13 |
| 15° | Формули зведення. | [3.4] P2, §11, п.11.2 [3.2] P2 §9 |
| 16 | Методика навчання обернених тригонометричних функцій. | [3.4] P2, §12, п.12.1, таблиця 24. |



Контрольно-сміслові запитання і завдання репродуктивного характеру (перша змістова самооцінка)

1°. Використовуючи чинну програму з математики [1.4], з'ясуйте зміст навчального матеріалу теми «Степенева функція, її властивості і графік» та очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів.

2°. Яким чином використовується аналогія під час формування понять «корінь n -го степеня», «арифметичний корінь n -го степеня» в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)»?

3°. Законспекуйте матеріал **таблиці 7 (п. 1,3)** [3.4] P1, §3 та ознайомтесь з поясненнями та обґрунтуваннями на с. 49-52 (**1. Означення кореня n -го степеня, арифметичного кореня n -го степеня. 3. Властивості кореня n -го степеня**).

4°. Як формується поняття **оберненої функції** у підручнику [3.4] P1, §1, п. 1.4, **таблиця 4**, с.33? Які властивості оберненої функції розглядаються?

5. Як відбувається узагальнення поняття степеня (ступінь з натуральним, цілим показником, ступінь з **раціональним показником** та його властивості)? Як означається ступінь числа $a > 0$ з раціональним показником $r = \frac{m}{n}$ та вивчаються його властивості?

6. Який підхід до мотивації вивчення та означення степеневі функції доцільно використовувати, вивчаючи курс «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» на рівні стандарту?

7°. Використовуючи чинну програму з математики [1.4], з'ясуйте зміст навчального матеріалу теми «Тригонометричні функції, їх властивості і графіки» та очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів.

8. Як вводиться поняття кута в геометрії та в тригонометрії? Як відбувається вимірювання кутів в градусах та в радіанах? Розгляньте

підхід до вивчення *радіанного вимірювання кутів*, запропонований у підручниках [3.4] P2, §6, [3.2] P2, §7 або альтернативних до них.

9. Як означаються тригонометричні функції кута: а) через прямокутний трикутник (для гострих кутів); б) через одиничне коло ($R = 1$); в) через довільне коло (R – радіус кола) у підручнику [3.4] P2, §7, с. 78-81, **таблиця 13** та у інших альтернативних підручниках, зокрема у [3.2] P2, §5,6?

10. Чому залежність значень синуса (косинуса, тангенса і котангенса) від величини кута повороту є *функціональною*? Як означаються тригонометричні функції числового аргумента, зокрема у підручниках [3.4] P2, §7, с. 81; [3.2] P2, §8 та альтернативних до них?

11. З'ясуйте особливості методики навчання **властивостей тригонометричних функцій** під час вивчення курсу на рівні стандарту: а) знаки тригонометричних функцій; б) парність і непарність; в) періодичність.

12. З'ясуйте методичні основи обґрунтування та доведення властивостей тригонометричних функцій та побудови їх графіків, які використовуються під час викладу теоретичного матеріалу у діючих шкільних підручниках, зокрема [3.4] P2, §9, [3.2] P2, §16, 17.

13. Розгляньте методику навчання обернених тригонометричних функцій, запропоновану у підручнику [3.4] P2, §12, п.12.1, таблиця 24.



Методичні завдання реконструктивного та творчого характеру (для самостійної роботи)

1. Проаналізувати область допустимих значень виразів із коренями n -го степеня, навівши відповідні приклади. З'ясувати, які розв'язки має рівняння $x^n = a$ ($n \in \mathbb{N}$) при різних значеннях параметра a : 1) якщо $n = 2k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$); 2) якщо $n = 2k$ ($k \in \mathbb{N}$).

2°. Розгляньте функцію $y = \sqrt[n]{x}$ та її графік при ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$): 1) якщо $n = 2k$ ($k \in \mathbb{N}$); 2) якщо $n = 2k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$). Законспекуйте її властивості [3.4] P1, §3, п.1.4, **таблиця 7** (с. 49, с. 52-53 – пояснення і обґрунтування).

3°. Розгляньте графіки та властивості функції $y = x^\alpha$ (при $\alpha = 0$ та при $\alpha \neq 0$) [3.4] P1, §5, **таблиця 10**. Надайте відповіді на ЗАПИТАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЮ (с. 69).

4. Запропонуйте методику реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей, використовуючи прикладні задачі: 1) на обчислення значення функції, 2) на знаходження аргументу за відомим значенням

функції, 3) на знаходження параметрів степеневі залежності [стаття 1, с. 36-37].

5°. Ознайомтесь з підходом до формування понять «лінія тангенсів» та «лінія котангенсів», який запропоновано у підручнику [3.4] Р2, §7, п.3, с. 82-83.

6°. Законспекуйте та вивчіть матеріал таблиць 16-19 з підручника [3.4] Р2, §9 п.9.1-9.4 «Графік функції $y = \sin x$ та її властивості», «Графік функції $y = \cos x$ та її властивості», «Графік функції $y = \operatorname{tg} x$ та її властивості», «Графік функції $y = \operatorname{ctg} x$ та її властивості». Які методи побудови графіків функцій $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$ використовуються в альтернативних підручниках 10-го класу?

7°. Запропонуйте методикі реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей, використовуючи прикладні задачі: 1) на співвідношення сторін прямокутного трикутника та задач на застосування теорем про метричні співвідношення в трикутнику; 2) про гармонічні коливання, які розділяються на задачі про: а) визначення кількісних характеристик за даним рівнянням гармонічного коливання, б) складання рівняння гармонічного коливання за даними значеннями величин A, ω, α або A, T, α , в) визначення кількісних характеристик рівняння гармонічного коливання, яке відсутнє в умові задачі; 3) ілюстративні приклади, що обґрунтовують цікаві природні явища та ін. [стаття 1, с. 37-38].

8°. Ознайомтесь з методикою навчання: 1) співвідношень між тригонометричними функціями одного аргументу; 2) формул додавання та наслідків з них; 3) формули зведення, запропонованою у альтернативних підручниках курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)». Здійсніть порівняльну характеристику викладу теоретичного матеріалу.



Література

Основна література: [1.4], [2.3].

Шкільні підручники: [3.2], [3.4].

Додаткова література: [48], [49] (*Репозитарій НУЧК імені Т.Г.Шевченка*), [51].

Статті (*Репозитарій НУЧК ім. Т.Г. Шевченка*):

1. Соколенко Л. О., Швець В. О. Особливості системи прикладних задач, призначених для вивчення функцій в курсі алгебри і початків аналізу. *Математика в сучасній школі*. 2013, № 12. С. 32-41.
2. Соколенко Л. О., Швець В. О. Прикладні задачі, призначені для вивчення логарифмічної функції в курсі алгебри і початків аналізу. *Математика в рідній школі*. 2014, № 4. С. 34-40.

Тема 3.**Методика вивчення показникової та логарифмічної функцій в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 11-го класу**

Мета навчання: З'ясувати методичні схеми вивчення показникової та логарифмічної функцій та їх властивостей і графіків в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 11-го класу. Розглянути технологію реалізації визначених схем під час навчання курсу на рівні стандарту.

Понятійні семантичні одиниці: змістова лінія «Функції» курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)», степінь числа, показник степеня, показникова функція, логарифм числа, логарифмічна функція.

Завдання:

1. Визначити зміст понятійних семантичних одиниць теми 3.
2. На основі математичного і логіко-дидактичного аналізу теми «Показникова та логарифмічна функції» курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 11-го класу усвідомити методичну структуру вивчення показникової функції, її властивостей та графіків, логарифмічної функції її властивостей та графіків.
3. Визначити методичні схеми та технологію реалізації:
 - формування понять (степінь числа, показник степеня, показникова функція, логарифм числа, логарифмічна функція),
 - вивчення їх властивостей,
 - побудови графіків.
4. Розглянути методику використання прикладних задач, призначених для реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей.

Змістова структура теми

| № | Структурні елементи змісту | Де знайти відповідь |
|----------|--|------------------------------------|
| 1° | Місце теми «Показникова та логарифмічна функції» в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 11-го класу. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів. | [1.4] 11 кл. Тема 1 |
| 2 | Задачі, що приводять до поняття показникової функції. | [48], [49], стаття 1, [3.7], [3.8] |
| 3 | Вивчення властивостей показникової функції. | [3.7], [3.8], [2.3] |

| | | |
|---|---|---|
| 4 | Поняття логарифма, основні властивості логарифмів та наслідки з них. | [3.7], [3.8], [2.3] |
| 5 | Введення поняття логарифмічної функції та вивчення її властивостей | [48], [49], стаття 2, [3.7], [3.8], [2.3] |
| 6 | Методика навчання учнів розв'язування задач з теми «Показникова та логарифмічна функції» в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 11-го класу. | Практичні заняття №4-5 |



Контрольно-сміслові запитання і завдання репродуктивного характеру (перша змістова самооцінка)

1°. Використовуючи чинну програму з математики [1.4], з'ясуйте зміст навчального матеріалу теми «Показникова та логарифмічна функції» та очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів.

2. Який підхід до мотивації вивчення та означення показникової функції доцільно використовувати, вивчаючи курс «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» на рівні стандарту?

3. Розгляньте задачу, яка може бути використана для введення поняття *показникової функції*.

Задача. За оцінкою лісника запас деревини на одній ділянці лісу складає 10000 кубометрів. Скільки деревини буде на цій ділянці через 10 років за умови, що середній річний приріст складатиме 2,5%?

Алгоритм розв'язування.

- 1) Позначте початковий запас деревини на ділянці лісу через D_0 , а D_n – запас деревини на ділянці лісу через n років. Яким буде запас деревини через рік? Виразіть D_1 через D_0 .
- 2) Чому буде дорівнювати запас деревини на ділянці через два роки? Виразіть D_2 через D_1 та D_2 через D_0 .
- 3) Дайте відповідь на аналогічне питання для $n = 3$.
- 4) Виразіть D_n через D_{n-1} . Виразіть D_n як функцію від D_0 і n .
- 5) Підставте в останню формулу значення D_0 з умови задачі. Яку залежність ви одержали?

4. Які особливості введення поняття «показникова функція» за альтернативними діючими підручниками [3.7], [3.8] з курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 11-го класу?

5. Як у підручнику [3.7, с.7] вводиться поняття **степеня додатного числа a з дійсним показником x** та узагальнюються властивості степеня?

6. Розгляньте властивості показникової функції $f(x) = a^x$, де $a > 0$, $a \neq 1$ представлені у підручниках [3.7, §1, с.8] та [3.8, §1, табл. 1] та порівняйте методичні підходи до їх навчання ([3.8] с. 7-11).

7. Яким чином проводиться мотивація перед введенням поняття логарифма у підручнику [3.7, §1, с. 20]?

8°. Що спільне та відмінне у вивченні поняття логарифма за альтернативними діючими підручниками, зокрема [3.8, §3, табл. 5, с. 37-39]?

9. Розгляньте основні властивості логарифмів [3.7, §1, с. 22-23]: 1) теорема 4.1 (логарифм добутку); 2) теорема 4.2 (логарифм частки); 3) теорема 4.3 (логарифм степеня); 4) теорема 4.4 (перехід від однієї основи логарифма до іншої) та наслідки з них.

10. Який підхід до мотивації вивчення та означення логарифмічної функції доцільно використовувати, вивчаючи курс «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» на рівні стандарту?

11. Що спільне та відмінне у вивченні логарифмічної функції та її властивостей за альтернативними підручниками [3.7, §1, п.5, с. 27-32] та [3.8, §4, табл. 6, с. 48-50]?



Методичні завдання реконструктивного та творчого характеру (для самостійної роботи)

1°. Розгляньте показникові залежності з різних галузей природознавства, техніки, економіки представлені у таблиці 1. Які з них представлені у діючих шкільних підручниках «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 11 класу? Математичними моделями яких прикладних задач вони є (стаття 1)?

Таблиця 1. Показникові залежності

| № | Формула залежності | Значення змінних та сталих |
|---|---|--|
| 1 | $N = N_0 \cdot e^{kt}$ – формула розмноження бактерій | N – кількість бактерій в будь-який момент часу t , N_0 – початкова кількість бактерій в момент часу $t = 0$, k – константа швидкості розмноження бактерій, що визначається експериментально |
| 2 | $A = A_0 \cdot a^{kt}$ – формула росту деревини | A – зміна кількості деревини у часі, A_0 – початкова кількість деревини, t – час, k, a – деякі сталі. |

| | | |
|----|--|---|
| 3 | $N = N_0 \cdot e^{at}$ – формула зміни чисельності народонаселення | N – чисельність народонаселення в час t, N_0 – початкова чисельність народонаселення, a – деяка стала |
| 4 | $y = 2^x$ – формула розмноження клітин | y – кількість клітин через час x |
| 5 | $v_{T_2} = v_{T_1} \cdot \gamma^{\frac{T_2-T_1}{10}}$ правило Вант- Гоффа (залеж- ність швидкості реакції від температури) | v_{T_1}, v_{T_2} – швидкості реакції при температурах T_1, T_2 , γ – температурний коефіцієнт |
| 6 | $P = P_0 e^{kt}$ – формула процесу новоутворення або розпаду | P – кількість новоутвореної речовини або речовини, що розпалася в момент часу t, P_0 – початкова кількість речовини, k – стала, яка стосується конкретного випадку. |
| 7 | $m = M \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$ формула радіоактивного розпаду | m – кількість речовини в момент часу t, M – початкова кількість речовини, T – період піврозпаду речовини. |
| 8 | $T = T_0 \cdot e^{kt}$ – залежність між температурою тіла і температурою навколишнього середовища | T – різниця температур в момент часу t, T_0 – початкова різниця температур, k – стала. |
| 9 | $P = P_0 \cdot a^{-kh}$ – залежність атмосферного тиску від висоти | P – тиск на висоті h, P_0 – тиск на рівні моря, a, k – деякі сталі. |
| 10 | $F = F_0 \cdot k^x$ – залежність між силами F і F_0 ($F_0 < F$). | F_0 – прикладена сила, F – сила, що утримує корабель, k – стала, яка залежить від матеріалу з якого зроблено канат і стовп, x – число витків на барабані. |

| | | |
|----|---|---|
| 11 | $P = C \left(1 \pm \frac{p}{100} \right)^n$ <p>формула складних відсотків</p> | <p>C – початкове значення величини (початкова сума), p – % (відсоткова ставка), n – число проміжків часу, P – значення величини після n проміжків часу (кінцева сума)</p> <p>C, p – сталі, n – аргумент, P – значення залежної змінної</p> |
| 12 | $B = B_0 \left(1 - \frac{p}{100} \right)^t$ <p>формула вартості обладнання цеху</p> | <p>B – вартість обладнання цеху через t років, B_0 – початкова вартість обладнання, p – щорічний відсоток амортизації.</p> |

2°. Розгляньте логарифмічні залежності з різних галузей природознавства, техніки, економіки представлені у таблиці 2. Які з них представлені у діючих шкільних підручниках «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 11 класу? Математичними моделями яких прикладних задач вони є (стаття 2)?

Таблиця 2. Логарифмічні залежності.

| № | Формула залежності | Значення змінних та сталих |
|---|--|---|
| 1 | $R = \lg \frac{I}{I_0}$ | залежність величини землетрусу R (показання шкали Ріхтера) від інтенсивності землетрусу I , де I_0 – мінімальна норма інтенсивності, яка визначається підземними виверженнями |
| 2 | $\beta = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0}$ | залежність інтенсивності звуку β від сили звуку I , де I_0 – сила звуку на порозі чутності (мінімальна інтенсивність, при якій людське вухо перестає сприймати звук) |
| 3 | $V(x) = \frac{110(\ln x - 2)}{x}$ | залежність ємності легенів V людини від її віку x у роках, де x – вік людини у роках, $x \in [10; 100]$. |
| 4 | $pH = -\lg C(H^+)$ | водневий показник – це від’ємний десятковий логарифм концентрації іонів гідрогену <i>Приклад.</i> $C(H^+) = 10^{-7}$, $pH = 7$ |
| 5 | $r = Ce^{k\varphi}$ або $\varphi = \frac{1}{k} \ln \frac{r}{C}$ | рівняння логарифмічної спіралі - плоскої лінії, утвореної точкою, що рухається і віддаляється за експоненціальним законом від початку променя O , який рівномірно обертається навколо свого початку. |

| | | |
|---|---|---|
| 6 | $y = \log_2 n + 1,$ $n \in N$ | кількість одиниць вимірювання інформації (бітів), необхідних для збереження в комп'ютері натурального числа n (у звичайному для комп'ютера двійковому форматі) |
| 7 | $n = \frac{\lg P - \lg C}{\lg\left(1 \pm \frac{p}{100}\right)}$ формула складних відсотків | число проміжків часу n необхідне для того щоб початкове значення величини C (початкова сума) при відсотковій ставці $p\%$ досягло значення P (кінцевої суми). |



Література

Основна література: [1.4], [2.3].

Шкільні підручники: [3.7], [3.8].

Додаткова література: [48], [49]. (*Репозитарій НУЧК ім. Т.Г. Шевченка*), [51].

Статті (*Репозитарій НУЧК ім. Т.Г. Шевченка*):

1. Соколенко Л. О., Швець В. О. Особливості системи прикладних задач, призначених для вивчення функцій в курсі алгебри і початків аналізу. *Математика в сучасній школі*. 2013, № 12. С. 32-41.
2. Соколенко Л. О., Швець В. О. Прикладні задачі, призначені для вивчення логарифмічної функції в курсі алгебри і початків аналізу. *Математика в рідній школі*. 2014, №4. С. 34-40.

IV. ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 6.

**Методика вивчення функцій, рівнянь, нерівностей в курсі
«Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)»
(рівень стандарту) старшої школи**

Практичне заняття № 1

Тема. Повторення і розширення відомостей про функцію в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)», що вивчається на рівні стандарту у старшій школі. Побудова графіків функцій елементарними прийомами.

Узагальнення поняття степеня. Розв'язування задач на тотожні перетворення алгебраїчних виразів

Завдання:

1) Усвідомити технологію проведення перших уроків: діагностики готовності учнів до вивчення курсу алгебри і початків аналізу (ШКАлг) на рівні стандарту та повторення і розширення відомостей про функції.

2) З'ясувати зміст понять «корінь n -го степеня», «арифметичний корінь n -го степеня», «ступінь з раціональним показником». Розглянути їх властивості.

3) Розглянути методику узагальнення поняття степеня яке відбувається під час вивчення курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» в 10-му класі.

4) Розглянути методику навчання обчислення та порівняння значення виразів, які містять степені з раціональними показниками, корені.

Змістова структура теми

| № | Структурні елементи змісту | Де знайти відповідь |
|----------|--|----------------------------|
| 1 | Технологія проведення перших уроків: діагностики готовності учнів до вивчення курсу алгебри і початків аналізу (ШКАлг) на рівні стандарту. | [1.4] |
| 2 | Технологія повторення і розширення відомостей | [1.4] [3.2] P1§1 |

| | | |
|---|---|---|
| | про функції. | [3.4] P1§1 |
| 3 | Корінь n -го степеня. Арифметичний корінь n -го степеня, його властивості. | [1.4] Тема 1. [3.2] P1§2 [3.4] P1§3 |
| 4 | Степінь з раціональним показником та його властивості. | [3.2] P1§3 [3.4] P1§4 |
| 5 | Методика навчання учнів розв'язування задач на тотожні перетворення алгебраїчних виразів. | [3.2] P1§3, с.3 [3.4] P1§4, с. 63 |

Практичні завдання

Завдання 1. Виконайте тест, який є фрагментом діагностичної контрольної роботи. Що саме і з якою метою хотів перевірити вчитель, включивши ці завдання?

1. Серед наведених чисел укажіть раціональне число.

| А | Б | В | Г | Д |
|------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $\sqrt{3}$ | $\sqrt{3}-1$ | $\sqrt{3+1}$ | $\sqrt{3-1}$ | $\sqrt{3}+1$ |

2. Обчисліть $\sqrt{(-10)^2 \cdot 3^4}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|------|-----|----|----|----------|
| 8100 | -90 | 30 | 90 | ± 30 |

3. Обчисліть значення виразу $\frac{(a-9)(\sqrt{a}+3)}{a+6\sqrt{a}+9}$ при $a=0,01$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------|------|-----|------|------|
| -2,99 | -2,9 | 2,9 | 2,99 | -3,1 |

4. Спростіть вираз $\sqrt{4(a-1)^2} - \sqrt{\frac{a^2}{4}}$, якщо $a < 0$.

| А | Б | В | Г | Д |
|----------|----------|----------|--------|----------|
| $2-1,5a$ | $2,5a-2$ | $1,5a-2$ | $4-5a$ | $2-2,5a$ |

5. Знайдіть число, 7% якого дорівнюють $\sqrt{22+8\sqrt{6}} + \sqrt{22-8\sqrt{6}}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|
| $\frac{400}{7}$ | $\frac{800}{7}$ | $\frac{1600}{7}$ | $\frac{2400}{7}$ | $\frac{800}{21}$ |

6. Знайти область визначення функції $y = \sqrt{\frac{x-4}{x+1}}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|------------------------------------|-----------------|-----------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ | $(-1; +\infty)$ | $(-1; 4)$ | $(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$ | $(-\infty; -1) \cup [4; +\infty)$ |

7. Знайти множину значень функції $y = -x^2 + 4x - 5$.

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|-----------------|----------------|----------------|-----------------|
| $(-\infty; 1]$ | $(-\infty; -1]$ | $[1; +\infty)$ | $(-\infty; 5]$ | $[-5; +\infty)$ |

8. Вказати формулу функції, графік якої отримують із графіка $y = \frac{1}{x}$ у результаті його паралельного перенесення в додатному напрямі осі y на 5 одиниць.

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------------|---------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------|
| $y = \frac{1}{x+5}$ | $y = \frac{1}{x-5}$ | $y = \frac{1}{x} - 5$ | $y = \frac{1}{x} + 5$ | $y = \frac{5}{x}$ |

9. Вказати формулу функції, графік якої отримують із графіка функції $y = x^3$ у результаті його паралельного перенесення в додатному напрямі осі x на 4 одиниці.

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|---------------|---------------|---------------|------------|
| $y = (x-4)^3$ | $y = (x+4)^3$ | $y = x^3 - 4$ | $y = x^3 + 4$ | $y = 4x^3$ |

10. Дано задачу «Подайте число 20 у вигляді суми двох доданків так, щоб добуток цих доданків дорівнював 16». Укажіть рівняння, за допомогою якого можна розв'язати цю задачу, якщо один з доданків позначено змінною x .

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|-------------------|----------------|-------------------|----------------|
| $x(20+x) = 16$ | $x + (20+x) = 16$ | $x(20-x) = 16$ | $x + (16+x) = 20$ | $x(16-x) = 20$ |

11. Батькові зараз 36 років, а двом його синам – 10 і 15 років. Через n років вік батька дорівнюватиме сумі років синів. Яке з рівнянь відповідає умові задачі?

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|---------------|-------------------|---------------|----------------|
| $36 + 2n = 25$ | $36 + n = 25$ | $36 + n = 25 + n$ | $36 = 25 + n$ | $36 = 25 + 2n$ |

12. Установіть відповідність між функціями (1-4) та проміжками їх зростання (А-Д).

| | |
|------------------|-------------------|
| 1 $y = x^2 - 3$ | А $(-\infty; 0]$ |
| 2 $y = (x-3)^2$ | Б $[0; +\infty)$ |
| 3 $y = -x^2 + 3$ | В $(-\infty; -3]$ |
| 4 $y = -(x+3)^2$ | Г $[-3; +\infty)$ |
| | Д $[3; +\infty)$ |

Завдання 2. Запропонуйте методику навчання учнів розв'язування задач з підручника [3.4, с. 24, № 1.2.2] на знаходження області визначення функцій:

$$4) y = \frac{x}{x^2 + 1}; \quad 5) y = \sqrt{x^2 - 1}; \quad 7) y = \sqrt{x-1} + \sqrt{5-x}; \quad 8) y = \frac{\sqrt{x+3}}{x}.$$

Завдання 3. Запропонуйте методику навчання учнів розв'язування задач з підручника [3.4, с. 24, № 1.2.3] на знаходження області значень функції, заданої формулою:

$$4) f(x) = \sqrt{x}; \quad 5) y = -3x + 1; \quad 6) y = x^2 - 5; \quad 7) y = |x| + 3.$$

Який метод при цьому використовується?

Завдання 4. Згадайте означення зростаючої (спадної) функції. Розгляньте схему дослідження функції $y = f(x)$ на монотонність [3.2, с. 13] та її використання під час розв'язування №14 (2, 4).

$$2) y = -2x + 3; \quad 4) y = -2x^2 - 1.$$

Завдання 5. Згадайте означення парної (непарної) функції. Розгляньте схему дослідження функції $y = f(x)$ на парність (непарність) [3.2, с. 15] та її використання під час розв'язування №17.

$$1) y = -2x; \quad 2) y = 5 - x^2; \quad 3) y = \sqrt{x-1} + 1; \quad 4) y = -\frac{2}{x}.$$

Відповіді обґрунтуйте.

Завдання 6. Яким чином відбувається ускладнення задач з даної теми у підручниках [3.2], [3.4]? Прокоментуйте це використовуючи такі задачі [3.2, с.20] №32, №34, №35.

Завдання 7. Розгляньте методику навчання теми «Корінь n -го степеня. Арифметичний корінь n -го степеня, його властивості», запропоновану у діючих підручниках [3.4] P1§3 та [3.2] P1§2. Особливу увагу зверніть на таблицю 7 [3.4, с. 47-48]. Вивчіть означення та властивості з пунктів 1-3 та пояснення і обґрунтування до них (с. 49-52).

Запропонуйте методику застосування цього матеріалу до розв'язування №3.1.10.-3.1.15 з підручника [3.4, с. 56].

Завдання 8°. Розгляньте методику навчання теми «Степінь з раціональним показником та його властивості», запропоновану у діючих підручниках [3.4] P1§4 та [3.2] P1§3. Особливу увагу зверніть на таблицю 9 [3.4, с. 59]. Вивчіть означення та властивості з пунктів 1-3 та пояснення і обґрунтування до них (с. 59-61).

Завдання 9°. Запропонуйте методику навчання учнів розв'язування завдань на *тотожні перетворення алгебраїчних виразів* з підручників [3.4, с. 63, №4.8, №4.9] та [3.2, с. 27, №49, №51(2,3), №52].



Література

Шкільні підручники: [3.2], [3.4], програма [1.4].

Практичне заняття № 2-3

Тема. Методика вивчення степеневі, тригонометричних функцій в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10-го класу

Завдання:

1) Розглянути технологію формування поняття «обернена функція» під час навчання курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10-го класу.

2) Розглянути методику навчання **степеневі функції**, її властивостей та графіка в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10-го класу.

3) Розглянути методику реалізації *наскрізних ліній ключових компетентностей* під час навчання степеневі функції.

4) Розглянути методику навчання **тригонометричних функцій**, їх властивостей та графіків в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10-го класу.

5) Розглянути методику реалізації *наскрізних ліній ключових компетентностей* під час навчання тригонометричних функцій.

Змістова структура теми

| № | Структурні елементи змісту | Де знайти відповідь |
|----|---|--|
| 1 | Поняття «обернена функція». Графік функції $y = \sqrt[n]{x}$ та її властивості. | [3.4] P1, §1, п.1.4; P1, §3, п.3.1, таблиця 7 (п. 4) , с. 48-49, 52-53, №3.1.8, №3.1.9 |
| 2 | Степенева функція , її властивості та графік. | [3.4] P1, §5, таблиця 10, с.65-68; [3.2] P1, §4, [2.3] P13, § 13.3, с.360-362. |
| 3 | Методика навчання учнів розв'язування задач, пов'язаних з степеневі функцією. Методика реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей. | [48], [49], [51], стаття №1. [3.4] P1, §5 №5.1, №5.2 |
| 4 | Графіки функцій синуса, косинуса, тангенса і котангенса та їх властивості | [3.4] P2, §9, [3.2] P2, §16, 17 |
| 5° | Методика навчання учнів розв'язування задач, пов'язаних з тригонометричними функціями. [<i>Методика реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей (самостійно)</i>]. | [3.4] P2, §9, №9.1-№9.4; №9.5 (2,3), №9.7. стаття 1. |

| Тригонометричні формули та методика їх застосування (самостійне опрацювання) | | |
|---|--|---|
| 6° | Співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. | [3.4] P2, §10, [3.2] P2, §10 |
| 7° | Формули додавання та наслідки з них. | [3.4] P2, §11, п.11.1 [3.2] P2, §11-13 |
| 8° | Формули зведення. | [3.4] P2, §11, п.11.2 [3.2] P2 §9 |

Практичні завдання

Завдання 1. Розгляньте підхід, який використовується до введення поняття «обернена функція» у підручнику [3.4] P1, §1, п.1.4. Які властивості має обернена функція? Розгляньте методичні особливості навчання функції $y = \sqrt[n]{x}$ ($n \in N, n \geq 2$) та її властивостей коли: а) $n = 2k, k \in N$; б) $n = 2k + 1, k \in N$. Запропонуйте методику навчання учнів розв'язування вправ з підручника [3.4] P1 №3.1.8, №3.1.9.

Завдання 2. Розгляньте графіки та властивості функції $y = x^\alpha$ (при $\alpha = 0$ та при $\alpha \neq 0$) у підручнику [3.4] P1, §5, таблиця 10, с.65-68. Запропонуйте методику навчання учнів розв'язування вправ з підручника [3.4] P1, §5 №5.1, №5.2.

Завдання 3. Пригадайте властивості та графіки тригонометричних функцій. Використовуючи матеріал, викладений у підручнику [3.4] P2, §9, запропонуйте методику навчання учнів розв'язування вправ №9.1-№9.4; №9.5 (2,3).

Завдання 4. Запропонуйте методику навчання учнів побудови графіків функцій та вивчення їх властивостей, на прикладі розв'язування №9.7 з підручника [3.4].

Завдання 5. Розгляньте методику реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей під час навчання *степеневі функції*.

1.1. Задачі на обчислення значення функції.

№1 [1]. Проникність P броні для снаряда, діаметр якого D , вага W , швидкість влучання v , визначається за формулою $P = R \cdot \frac{W^{\frac{5}{7}} \cdot v^{\frac{10}{7}}}{D^{3,75}}$, де R – стала. На скільки процентів зросте проникність броні при збільшенні швидкості влучання на 1%?

1.2. Задачі на знаходження аргументу за відомим значенням функції.

№2 [1]. Внаслідок зростання температури води Північного моря виникла екологічна катастрофа – забруднення синьо-зеленими водоростями території довжиною біля 10 км (площа, на якій повністю вбито морське життя). Визначте середній приріст синьо-зелених водоростей протягом доби, виражений у відсотках, якщо кожного місяця їх кількість збільшується у 10 разів.

Вказівка. Використайте формулу $l = l_0(1 + p)^t$, де l – довжина забрудненої водоростями території в момент часу t , l_0 – початкова довжина забрудненої території, p – середній приріст водоростей протягом доби, виражений у %, t – час, вимірюється добами.

Таблиця 1. Степенева функція та її застосування

| № | Формула залежності | Значення змінних та сталих |
|---|---|--|
| 1 | $E = \frac{1}{2}mv^2$ | залежність енергії E рухомого тіла при сталій масі m від його швидкості v |
| 2 | $S = \frac{1}{2}at^2$ | залежність шляху S , який проходить тіло при рівноприскореному русі за час t , без початкової швидкості |
| 3 | $Q = 0,2Bh \cdot \sqrt[3]{h^2}$ | залежність витрат води Q через русло параболічної форми, ширина якого B , від найбільшої глибини h води у річці |
| 4 | $f(x) = A \cdot x^\alpha$ | залежність кількості кисню $f(x)$, який споживає жива істота за одиницю часу, від ваги істоти x , де A, α – параметри, сталі для кожного класу живих істот |
| 5 | $P = C \left(1 \pm \frac{p}{100}\right)^n$ | формула складних відсотків, де C – початкове значення величини (початкова сума), p – відсотки (відсоткова ставка), n – число проміжків часу, P – значення величини після n проміжків часу (<i>кінцева сума</i>). <i>Зауваження:</i> якщо вважати C та n сталими, а p змінною. |
| 6 | $v_{T_2} = v_{T_1} \gamma^{\frac{T_2 - T_1}{10}}$ | залежність швидкості реакції від температури (правило Вант-Гоффа), де v_{T_2}, v_{T_1} – швидкості реакції при температурах T_2, T_1 , γ – температурний коефіцієнт. |

№3 [1]. При охолодженні реакційної суміші з 50° до 20° швидкість хімічної реакції знизилась в 27 разів. Використовуючи правило Вант-Гоффа, визначте температурний коефіцієнт γ .

№4 [1]. Русло річки Терека в районі станиці Котляревської має параболічну форму і найбільші витрати води в цьому районі складають $1340 \text{ м}^3/\text{с}$. Знайти найбільшу глибину ріки Терека в цьому районі, якщо ширина ріки дорівнює 120 м.

Вказівка. Використайте залежність (3) з таблиці 1.

1.3. Задачі на знаходження параметрів степеневі залежності.

№5 [1]. Кількість деревини (в кубометрах), яку одержують з ділянки лісу певної площі, залежить від нахилу поверхні (в градусах), на якій росте ліс, як показано у таблиці. Запишіть залежність між кутом x нахилу поверхні і кількістю y деревини у вигляді $y = ax^b + c$. Визначте кількість деревини, яка одержується з ділянки, нахил якої складає 42° , 55° .

Таблиця 2

| | | | | | | | |
|--------------------|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Нахил поверхні | 0° | 10° | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° |
| Кількість деревини | 10000 | 9850 | 9400 | 8660 | 7660 | 6428 | 5000 |

Завдання 6^о. Розгляньте методику реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей під час навчання *тригонометричних функцій*.

Тригонометричні функції виникли у Древній Греції у зв'язку з дослідженнями в астрономії та географії. Відношення сторін у прямокутному трикутнику, які по суті є тригонометричними функціями, зустрічаються вже в III ст. до н.е. у працях Евкліда, Архімеда та інших.

Таблиця 3. Тригонометричні залежності

| № | Формула залежності | Значення змінних та сталих |
|---|---|---|
| 1 | $y = A \sin(\omega x + \alpha)$ або $y = A \cos(\omega x + \alpha)$ – гармонічні коливання | y – зміщення точки від положення рівноваги в даний момент часу x , A, ω, α – сталі величини, A – амплітуда коливання ($A > 0$) – найбільше зміщення початкової точки від положення рівноваги, ω – циклічна частота ($\omega > 0$) – кількість повних коливань точки за 2π одиниць часу, $\omega = \frac{2\pi}{T}$, де T – період коливання (проміжок часу протягом якого здійснюється одне повне коливання), |

| | | |
|---|---|--|
| | | α – початкова фаза коливання, визначає ординату точки перетину графіка функції з віссю Oy . |
| 2 | $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$ – закон заломлення світла | α – кут падіння , β – кут заломлення світла , v_1 – швидкість світла у першому середовищі, v_2 – швидкість світла у другому середовищі, n_1 – показник заломлення першого середовища, n_2 – показник заломлення другого середовища. |
| 3 | $F_L = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$ – сила Лоренца | сила, що діє на рухомий в магнітному полі заряд q , v – швидкість руху зарядів, B – магнітна індукція, $[B] = \frac{B \cdot c}{m^2} = Tл$. |

Закон заломлення світла

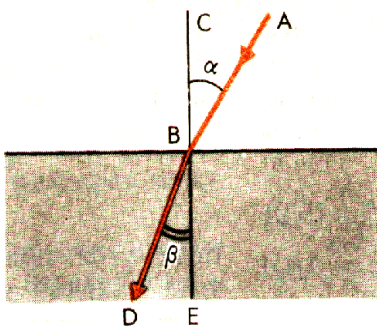


Міраж Фата-Моргана



Райдуга

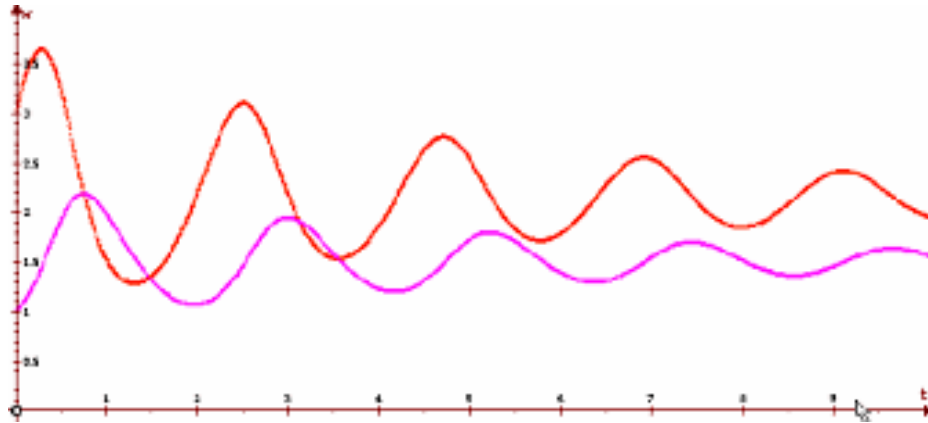
Сила Лоренца



$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$



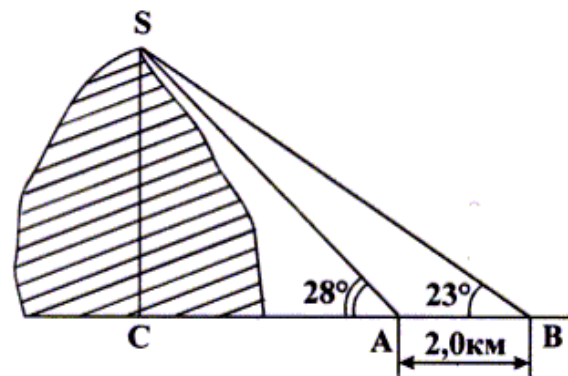
Північне сяйво (сила Лоренца)



Математична модель «хижак-пожива»

2.1. Задачі на співвідношення сторін прямокутного трикутника.

№6 [1]. На рисунку схематично зображений спосіб вимірювання недоступних відстаней. Відомо, що $AB=2,0$ км, $\angle SAC=28^\circ$, $\angle SBC=23^\circ$. Визначте висоту гори.



2.2. Задачі на гармонічні коливання.

а) Визначення кількісних характеристик за даним рівняння гармонічного коливання.

№7 [1]. Координата тіла, виміряна в метрах, змінюється з часом так $x = 0,02 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$. Чому дорівнює амплітуда коливання тіла? Визначте фазу коливання і координату тіла в момент часу $t = 0$, $t = \frac{T}{2}$, $t = \frac{T}{8}$.

б) Складання рівняння гармонічного коливання за даними значеннями величин A, ω, α або A, ω, T .

№8 [1]. Маятник здійснив 50 коливань за 1 хв 40 с з амплітудою 10 см. Напишіть рівняння залежності y від x та побудуйте графік цієї залежності.

в) Визначення кількісних характеристик рівняння гармонічного коливання, яке відсутнє в умові задачі.

№9 [1]. Точка здійснює гармонічні коливання. У деякий момент часу t_1 зміщення $y_1 = 5$ см. При збільшенні фази вдвічі зміщення точки стало $y_2 = 8$ см. Знайдіть амплітуду коливання.

Вказівка. Фаза коливання дорівнює $\omega t + \alpha$, де ω – циклічна частота, α – початкова фаза.

Завдання 7°. Повторіть тригонометричні формули (п.6-8) та запропонуйте методику їх використання під час розв'язування завдань з діючих шкільних підручників [3.4], [3.2]. (КЗСР №6).

Література

Шкільні підручники: [3.2], [3.4].

Додаткова література: [48], [49] (*Репозитарій НУЧК імені Т.Г. Шевченка*), [51].

Статті (*Репозитарій НУЧК ім. Т.Г. Шевченка*)

1. Соколенко Л. О., Швець В. О. Особливості системи прикладних задач, призначених для вивчення функцій в курсі алгебри і початків аналізу. *Математика в сучасній школі*. 2013, № 12. С. 32-41.

Практичне заняття № 4

Тема. Методика вивчення показникової функції в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 11-го класу

Завдання.

1) Розглянути методику навчання учнів розв'язування вправ та задач, пов'язаних з показниковою функцією під час навчання курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 11-го класу на рівні стандарту.

2) Розглянути методику реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей під час навчання показникової функції.

Змістова структура теми

| № | Структурні елементи змісту | Де знайти відповідь |
|---|---|--|
| 1 | Методика навчання учнів розв'язування вправ, пов'язаних з показниковою функцією. | [3.7] §1, [3.8] §1, |
| 2 | Методика навчання учнів розв'язування задач, пов'язаних з показниковою функцією. Методика реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей. | [3.7] §1, [3.8] §1, [48], [49], [51], стаття №1. |

Практичні завдання

Завдання 1. Проаналізуйте вправи з теми «Показникова функція та її властивості», запропоновані у підручнику [3.7] §1 початкового та середнього рівня складності. Прокоментуйте який теоретичний матеріал повинен знати учень для їх розв'язування. Розв'яжіть № 1.1, №1.2, №1.3 (1-5), №1.6 (2,4,6), №1.7 (1, 3, 5), №1.8, №1.9.

Завдання 2. Запропонуйте методику навчання учнів тотожних перетворень виразів з підручника [3.7] §1, с.10 №1.10, №1.12.

Завдання 3. Прокоментуйте, який теоретичний матеріал повинен знати учень для підтвердження чи спростування тверджень з №1.14, запропонованого у підручнику [3.7] §1.

Завдання 4. Запропонуйте методику навчання учнів розв'язування завдань, що відповідають достатньому рівню навчальних досягнень з підручника [3.7] §1, с.10-11 №1.15, №1.16, №1.18.

Завдання 5. Запропонуйте методику навчання учнів розв'язування завдань, що відповідають високому рівню навчальних досягнень №1.24, №1.25.

Завдання 6. Запропонуйте методику навчання учнів розв'язування *прикладних задач*, математичною моделлю яких є показникова функція.

Задачі на знаходження значення аргументу за відомим значенням показникової функції, яка є в умові задачі або формула якої учням відома (чи за відношенням значення функції в певний момент часу та початковим її значенням).

Задача 1 [1]. При розпаді 4-х грамів радіоактивної речовини була визначена залежність залишку m цієї речовини (в грамах) від часу t (в добах): $m(t) = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^t$. Через який проміжок часу залишилось 0,125 г радіоактивної речовини?

Задача 2 [1]. Відсоткова ставка в банку складає 10%. Через скільки років сума покладеного в цей банк вкладу подвоїться?

Задача 3 [1]. Населення міста збільшується щорічно на 3% у порівнянні з попереднім роком. Через скільки років населення цього міста збільшиться в 1,5 рази?

Вказівка. Використайте формулу зміни чисельності населення $N = N_0(1 + p)^t$, де N – чисельність населення після t років, $N_0 = N(0)$, p – швидкість приросту населення (у %), t – час (у роках).

Задача на знаходження значення показникової функції.

Задача 4 [1]. Охолодження тіла відбувається за законом $D = D_0 \cdot b^t$, де D – різниця між температурою тіла, яке охолоджується, і температурою навколишнього середовища; t – час (у хвилинах); $D_0 = D(0)$ – початкова різниця температур; b – стала величина, яка залежить від форми тіла і матеріалу, з якого воно виготовлене. Металеву кульку, температура якої 160°C , помістили в кімнату, температура повітря в якій 23°C . Протягом 1 хвилини температура кульки стала 146°C . Якою буде температура кульки через 5 хвилин?



Література

Шкільні підручники: [3.7], [3.8]

Додаткова література: [48], [49] (*Репозитарій НУЧК імені Т.Г. Шевченка*), [51].

Статті (*Репозитарій НУЧК ім. Т.Г. Шевченка*)

1. Соколенко Л. О., Швець В. О. Особливості системи прикладних задач, призначених для вивчення функцій в курсі алгебри і початків аналізу. *Математика в сучасній школі*. 2013, № 12. С. 32-41.

V. ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ ПО ЗМІСТОВИХ МОДУЛЯХ 6-9

ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ ПО ЗМІСТОВОМУ МОДУЛЮ 6

«Методика вивчення функцій, рівнянь, нерівностей в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)», який вивчається в старшій школі на рівні стандарту».

Тема 1. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія) як навчальний предмет. Функції у старшій школі.

1. Структура і зміст профільного навчання математики. Мета базової середньої освіти. Компетентнісний підхід. Практична компетентність, ключові компетентності. Наскрізні лінії та їх реалізація.

2. Аналіз навчальної програми з математики для 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (рівень стандарту). Цілі вивчення і зміст курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту). Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів.

3. Аналіз альтернативних підручників курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)».

4. Технологія проведення перших уроків: діагностики готовності учнів до вивчення курсу алгебри і початків аналізу на рівні стандарту.

5°. Технологія повторення і розширення відомостей про функції.

Тема 2. Методика вивчення степеневі, тригонометричних та обернених тригонометричних функцій в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) 10-го класу.

6. Місце теми «Степенева функція, її властивості і графік» в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10-го класу. Зміст

навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності.

7. Корінь n -го степеня. Арифметичний корінь n -го степеня, його властивості. Область допустимих значень виразів із коренями n -го степеня.

8. Розв'язки рівняння $x^n = a$ ($n \in \mathbb{N}$). Обернена функція. Графік функції $y = \sqrt[n]{x}$.

9. Узагальнення поняття степеня (ступінь з натуральним, цілим показником, ступінь з раціональним показником та його властивості).

10. Степенева функція, її властивості та графік. Методика навчання учнів розв'язування задач, пов'язаних з степеневою функцією. Методика реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей під час навчання степеневої функції.

11. Місце теми «Тригонометричні функції, їх властивості і графіки» в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) 10-го класу. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів.

12. Радіанне вимірювання кутів. Тригонометричні функції кута і числового аргументу.

13. Методика вивчення властивостей тригонометричних функцій під час навчання курсу на рівні стандарту: знаки тригонометричних функцій; парність і непарність; періодичність.

14. Графіки функцій синуса, косинуса, тангенса і котангенса та їх властивості.

15°. Співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули додавання та наслідки з них. Формули зведення.

16. Методика навчання обернених тригонометричних функцій.

Тема 3. Методика вивчення показникової та логарифмічної функцій в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) 10-го класу.

17. Місце теми в програмі. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності.

18. Задачі, що приводять до поняття показникової функції.

19. Вивчення властивостей показникової функції.

20. Поняття логарифма, основні властивості логарифмів та наслідки з них.

21. Введення поняття логарифмічної функції та вивчення її властивостей.

Тема 4. Методика вивчення найпростіших тригонометричних рівнянь, найпростіших показникових та логарифмічних рівнянь і нерівностей в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) 10-11 класу.

22. Місце теми в програмі. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності.

23. Методика розв'язування найпростіших тригонометричних рівнянь.

24. Деякі способи розв'язування тригонометричних рівнянь, які відрізняються від найпростіших.

25. Методика розв'язування найпростіших показникових та логарифмічних рівнянь і нерівностей.

ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ ПО ЗМІСТОВОМУ МОДУЛЮ 7 «Методика вивчення початків аналізу в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)», який вивчається в старшій школі на рівні стандарту».

Тема 5. Методика вивчення похідної та її застосувань.

1. Аналіз діючої програми шкільного курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10 класу (рівень стандарту) на предмет вивчення границі функції, похідної функції та її застосувань в старшій школі. Місце теми в програмі. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів.

2. Формування уявлення про границю функції в точці в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10 класу (рівень стандарту).

3. Поняття приросту аргументу і приросту функції в точці x_0 .

4. Задачі, які приводять до поняття похідної (миттєва швидкість руху точки вздовж прямої, дотична до графіка функції). Означення похідної.

5. Похідні деяких елементарних функцій. Геометричний і фізичний зміст похідної.

6. Зв'язок між диференційованістю і неперервністю функції. Правила обчислення похідних. Похідна складеної функції.

7. Застосування похідної до знаходження проміжків зростання і спадання та екстремумів функції.

8. Загальна схема дослідження функції для побудови її графіка.

9. Найбільше і найменше значення функції.

10°. Застосування похідної до розв'язування задач прикладного змісту.

Тема 6. Методика вивчення інтеграла та його застосувань.

11. Аналіз діючих програм шкільного курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 11-го класу (рівень стандарту) на предмет

вивчення первісної, інтеграла та їх застосувань Місце теми в програмі. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів.

12. Методика вивчення первісної та її властивостей в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 11-го класу (рівень стандарту).

13. Приклади задач, що приводять до поняття визначеного інтеграла. Його геометричний, фізичний, економічний зміст.

14. Формула Ньютона-Лейбніца та її застосування у шкільному курсі алгебри і початків аналізу.

15. Застосування визначеного інтеграла до: обчислення площ плоских фігур, розв'язування прикладних задач.

Тема 7° (самостійне опрацювання). Методика вивчення елементів комбінаторики, теорії ймовірностей та математичної статистики в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) 11-го класу.

16. Аналіз діючих програм шкільного курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 11-го класу (рівень стандарту) на предмет вивчення елементів комбінаторики, теорії ймовірностей та математичної статистики. Місце теми в програмі. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності.

17. Елементи комбінаторики. Комбінаторні правила суми та добутку. Перестановки, розміщення, комбінації (без повторень).

18. Методика введення основних понять теорії ймовірностей. Випадкові події. Поняття, пов'язані з випадковими подіями в деякому експерименті. Простір елементарних подій.

19. Класичне означення ймовірності (для рівноможливих елементарних подій).

20. Методика вивчення елементів математичної статистики. Поняття про статистику. Генеральна сукупність і вибірка.

21. Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення.

22. Графічне подання інформації про вибірку.

ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ ПО ЗМІСТОВОМУ МОДУЛЮ 8 «Методика вивчення паралельності та перпендикулярності прямих і площин в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) старшої школи».

Тема 8. Паралельність прямих і площин у просторі.

1. Місце теми в програмі. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів. Основні поняття стереометрії. Основні поняття, аксіоми стереометрії та найпростіші наслідки з них.

2. Особливості системи задач перших уроків стереометрії.

3. Взаємне розміщення двох прямих у просторі.

4°. *Паралельне проектування та його властивості. Зображення плоских і просторових фігур у стереометрії. (самостійне опрацювання [3.4, P1, §7]).*

5. Взаємне розміщення прямої і площини у просторі.

6. Взаємне розміщення двох площин у просторі.

Тема 9. Перпендикулярність прямих і площин у просторі.

7. Місце теми в програмі. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів.

8. Кут між прямими в просторі. Перпендикулярні прямі. Методика вивчення перпендикулярності прямих у просторі в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) старшої школи.

9. Методика вивчення перпендикулярності прямої і площини.

10. Перпендикуляр і похила. Теорема про три перпендикуляри. Кут між похилою (прямою або відрізком) і площиною.

11. Двогранний кут. Лінійний кут двогранного кута. Кут між площинами.

12. Методика вивчення перпендикулярності площин.

13°. *Вимірювання відстаней у просторі: від точки до площини, від прямої до площини, між площинами. (самостійне опрацювання [3.4, с.273-274, табл.15]).*

Тема 10°. *Методика вивчення теми «Координати і вектори» в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) 10-го класу (підготовка до практичного заняття 3 (12)).*

14. Місце теми в програмі. Зміст навчального матеріалу. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів. [1.4, 10 клас, Тема 3. «Координати і вектори»], [2.3] P14, §14.6.

15. Прямокутна система координат у просторі. Методика вивчення координат у просторі: відстань між точками, координати середини відрізка. [3.4, P3, §16],

16. Методика вивчення векторів у просторі. [3.4, P3, §17].

17. Перетворення у просторі та їх властивості. [3.4, P3, §18].

ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ ПО ЗМІСТОВОМУ МОДУЛЮ 9
*«Методика вивчення просторових фігур та величин в курсі
«Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень
стандарту) старшої школи».*

Тема 11-12. Методика вивчення теми «Многогранники».
Методика вивчення теми «Тіла обертання».

1. Місце тем «Многогранники» та «Тіла обертання» в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) старшої школи. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів.

2. Формування понять теми: геометричні тіла (тіла), многогранник та його елементи. Опуклий многогранник.

3. Призма. Пряма і правильна призми. Паралелепіпед.

4. Піраміда. Зрізана піраміда. Правильна піраміда.

5°. Розташування висот в деяких видах пірамід. (*Ознайомитись для розв'язування задач [3.8, P1, §5, с.201-203, табл. 4]*).

6°. Побудова перерізів призми та розв'язування задач, пов'язаних з перерізами. ([2.3], [3.8, P1, §3, с.183]).

7°. Правильні многогранники. ([2.3], [3.8, P1, §6, с.210]).

8. Формування основних понять тем «Циліндр», «Конус», «Куля та сфера»

9°. Перерізи циліндра і конуса площинами. ([2.3], [3.8, P2, §7-8, с. 223, с.233]).

10°. Перерізи кулі площиною. (*Ознайомитись для розв'язування задач. [2.3], [3.8, P2, §7-8, с. 243-244], [3.7, P2, §5, с. 134]*).

Тема 13. Геометричні величини в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту).

11. Місце теми «Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл» в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) старшої школи. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів.

12. Поняття про об'єм тіла. Основні властивості об'ємів. Поняття рівновеликості та рівно складеності тіл, їх використання.

13. Методика вивчення об'ємів многогранників: призми, паралелепіпеда, піраміди.

14. Методика вивчення об'ємів тіл обертання: циліндра, конуса, кулі.

15. Поняття про площу поверхні. Методика вивчення площ поверхонь многогранників.

16. Методика вивчення площ поверхонь тіл обертання. Площа бічної та повної поверхонь циліндра, конуса. Площа сфери.

VI. ПРИКЛАДИ ВАРІАНТІВ САМОСТІЙНИХ РОБІТ ТА ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ ПО ЗМІСТОВИХ МОДУЛЯХ 6-9

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 6. *«Методика вивчення функцій, рівнянь, нерівностей в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)», який вивчається в старшій школі на рівні стандарту».*

Варіант 1. Надайте відповіді на наступні питання:

1. Місце теми «Степенева функція, її властивості і графік» в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10-го класу. Зміст навчального матеріалу. Корінь n -го степеня. Арифметичний корінь n -го степеня, його властивості. Область допустимих значень виразів із коренями n -го степеня.

2. Розв'язки рівняння $x^n = a$ ($n \in \mathbb{N}$). Обернена функція. Графік функції $y = \sqrt[n]{x}$.

3. Узагальнення поняття степеня (ступінь з натуральним, цілим показником, ступінь з раціональним показником та його властивості). Степенева функція, її властивості та графік.

Варіант 2. Надайте відповіді на наступні питання:

1. Місце теми «Тригонометричні функції, їх властивості і графіки» в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) 10-го класу. Зміст навчального матеріалу. Радіанне вимірювання кутів.

2. Тригонометричні функції кута і числового аргументу.

3. Методика вивчення властивостей тригонометричних функцій під час навчання курсу на рівні стандарту: знаки тригонометричних функцій; парність і непарність; періодичність. Графіки функцій синуса, косинуса, тангенса і котангенса та їх властивості.

Варіант 3. Надайте відповіді на наступні питання:

1. Методика вивчення показникової функцій в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) 11-го класу. Місце теми в програмі. Зміст навчального матеріалу.

2. Задачі, що приводять до поняття показникової функції.

3. Вивчення властивостей показникової функції.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 7. «Методика вивчення початків аналізу в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)», який вивчається в старшій школі на рівні стандарту».

Варіант 1. Надайте відповіді на наступні питання:

1. Формування уявлення про границю функції в точці в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 10 класу (рівень стандарту).

2. Поняття приросту аргументу і приросту функції в точці x_0 .

3. Методика вивчення первісної та її властивостей в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» 11-го класу (рівень стандарту).

Варіант 2. Надайте відповіді на наступні питання:

1. Задачі, які приводять до поняття похідної (миттєва швидкість руху точки вздовж прямої, дотична до графіка функції). Означення похідної.

Задача. Число N бактерій у деякій біомасі змінюється за законом $N(t) = 450 + 52t + 2t^2$. Скільки бактерій було в біомасі у початковий момент $t = 0$? Яка швидкість приросту числа бактерій в момент часу 3,5 хв?

2. Геометричний і фізичний зміст похідної.

3. Приклади задач, що приводять до поняття визначеного інтеграла. Задача про визначення площі криволінійної трапеції. Геометричний та фізичний зміст визначеного інтеграла.

Варіант 3. Надайте відповіді на наступні питання:

1. Зв'язок між диференційованістю і неперервністю функції. Правила обчислення похідних. Похідна складеної функції.

2. Застосування похідної до знаходження проміжків зростання і спадання та екстремумів функції.

3. Формула Ньютона-Лейбніца та її застосування у шкільному курсі алгебри і початків аналізу. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур.

Задача. Обчислити площу плоскої фігури обмеженої графіком функції $y = -x^2 + 4$ і прямою $x + y = 4$.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 8. «Методика вивчення паралельності та перпендикулярності прямих і площин в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) старшої школи».

Варіант 1

У завданнях 1-12 виберіть правильну відповідь (за кожне правильно виконане завдання 1 бал).

Відповіді повідомити у формі пар (номер завдання та відповідна до нього буква) у відповідності до наданої нумерації завдань.

1. Продовжити речення. Якщо дві площини мають спільну точку, то вони ...

| А | Б | В | Г |
|--|------------------------|-------------------------------------|--|
| можуть мати ще тільки одну спільну точку | обов'язково збігаються | не можуть мати інших спільних точок | перетинаються по прямій, що проходить через цю точку |

2. Через які з наведених фігур можна провести єдину площину?

| А | Б | В | Г |
|----------------------|--|--------------------------------------|-----------|
| пряму і точку на ній | пряму і точку, що не належить цій прямій | три точки, що лежать на одній прямій | дві точки |

3. Якщо чотири точки не лежать в одній площині, то ...

| А | Б | В | Г |
|---|---|--|---|
| будь-які три з них лежать на одній прямій | ніякі три з них не лежать на одній прямій | існують три з них, що лежать на одній прямій | існують дві прямі, що перетинаються та проходять через ці точки |

4. Визначте взаємне розміщення діагоналей протилежних граней куба.

| А | Б | В | Г |
|------------|-----------|--------------------------|---------------|
| паралельні | мимобіжні | паралельні або мимобіжні | перетинаються |

5. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб. Яка з наведених прямих паралельна площині $AA_1 C$?

| А | Б | В | Г |
|--------|---------|--------|-----------|
| BB_1 | $A_1 D$ | BC_1 | $D_1 C_1$ |

6. Паралельні прямі a, b, c не лежать в одній площині. Якщо деяка пряма t перетинає прямі a і b , то прямі t і c ...

| А | Б | В | Г |
|------------|-----------|---------------|------------|
| паралельні | мимобіжні | перетинаються | збігаються |

7. Пряма a паралельна площині α . Продовжіть фразу «в площині α ...».

| А | Б | В | Г |
|-----------------------------------|----------------------------------|---|------------------------------------|
| не існує прямих непаралельних a | не існує прямих мимобіжних з a | не існує прямих, які б перетинались з a | існують прямі, які перетинають a |

8. Який метод використовується під час доведення ознаки паралельності прямої та площини в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) 10-го класу.

| А | Б | В | Г |
|-------------|----------------|----------------------|----------------------------------|
| синтетичний | повна індукція | математична індукція | метод доведення від супротивного |

9. Під час навчання теми «Паралельність прямої та площини» вчитель пропонує учням з'ясувати «Скільки спільних точок можуть мати пряма і площина?» Шукаючи відповідь на це питання, учні будують схему взаємного розміщення прямої та площини. Який метод навчання при цьому використовується?

| А | Б | В | Г |
|-----------------------|---------------|------------------------|----------------|
| метод доцільних задач | дослідницький | абстрактно-дедуктивний | репродуктивний |

10. Дано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Яку градусну міру має кут α між прямими AC і $B_1 D_1$?

| А | Б | В | Г |
|------------|-----------------------------------|------------|---------------------|
| 45° | $\alpha \in (45^\circ; 90^\circ)$ | 90° | $\alpha < 45^\circ$ |

11. До площини прямокутника $ABCD$ встановлено перпендикуляр BM . Укажіть відрізок, якому дорівнює відстань від точки M до прямої AD .

| А | Б | В | Г |
|------|------|----------------|------|
| MD | MA | $MK, K \in AD$ | MC |

12. На грані двогранного кута, величина якого α , дано точку, яка віддалена від ребра на відстань a . Яка відстань від цієї точки до іншої грані?

| А | Б | В | Г |
|-----|-----------------------|-----------------------|------------------------------------|
| a | $a \cdot \cos \alpha$ | $a \cdot \sin \alpha$ | $a \cdot \operatorname{tg} \alpha$ |

Відповідь повідомити у формі пар (номер завдання та відповідна до нього буква)

13. (3 бали). SA – перпендикуляр до площини паралелограма $ABCD$, O – точка перетину діагоналей паралелограма. Установіть відповідність між видом паралелограма $ABCD$ (1-3) і умовами (А-Г), за яких паралелограм $ABCD$ є чотирикутником зазначеного виду.

1 $ABCD$ – прямокутник

А $SO \perp BD$ і $AO > OD$

2 $ABCD$ – ромб

Б $SO \perp BD$ і $OD > OB$

3 $ABCD$ – квадрат

В $SB \perp BC$ і $SB > SA$

Г $SB \perp BC$ і $AO = OD$.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 9. «Методика вивчення просторових фігур та величин в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) старшої школи».

Варіант 21

У завданнях 1-13 виберіть правильну відповідь (за кожне правильно виконане завдання 1 бал).

Відповіді повідомити у формі пар (номер завдання та відповідна до нього буква) у відповідності до наданої нумерації завдань.

1. Як вводиться поняття *геометричного тіла (тіла)* в курсі «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» (рівень стандарту) старшої школи?

| А | Б | В | Г |
|---------------------|----------|----------------------------|---|
| генетичне означення | описово | означення через узгодження | означення через найближчий рід і виду видову відмінність |

2. Який спосіб означення використовується під час введення поняття *призми*?

| А | Б | В | Г |
|---------------------|----------------------|----------------------------|---|
| генетичне означення | індуктивне означення | означення через узгодження | означення через найближчий рід і виду видову відмінність |

3. Яка з властивостей **не має** місця для **прямої призми**?

| А | Б | В | Г |
|----------------------------------|---|--|---------------------------------------|
| висота дорівнює її бічному ребру | кожна бічна грань перпендикулярна до основ призми | бічні ребра призми не перпендикулярні до основ | діагональні перерізи є прямокутниками |

4. Яка з властивостей **не має** місця для **циліндра**?

| А | Б | В | Г |
|---------------------------|---|---------------------------|---------------------------------|
| основи рівні й паралельні | утворюється в результаті обертання прямокутного трикутника навколо його катета як осі | твірні паралельні й рівні | висота дорівнює довжині твірної |

5. Яке з тверджень є неправильним?

| А | Б | В | Г |
|------------------------------------|---|--|-------------------------------|
| рівновеликі тіла є рівноскладеними | рівноскладені тіла водночас є рівновеликими | кожне тіло має певний об'єм, виражений додатним числом | рівні тіла мають рівні об'єми |

6. Діагональ грані куба дорівнює $4\sqrt{2}$ см. Знайти об'єм куба.

| А | Б | В | Г |
|------------------|-------------------|---------------------------|-------------------|
| 4 см^3 | 16 см^3 | $12\sqrt{3} \text{ см}^3$ | 64 см^3 |

7. Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 5см і 12см, а діагональ паралелепіпеда нахилена до площини основи під кутом 45° . Знайти бічне ребро паралелепіпеда.

| А | Б | В | Г |
|-------|------|------|-------|
| 6,5см | 13см | 12см | 8,5см |

8. Знайти площу повної поверхні правильної чотирикутної призми, сторона якої дорівнює a , а висота – H .

| А | Б | В | Г |
|-------|--------------|-------------|-------------|
| $4aH$ | $2a(a + 2H)$ | $4a(a + H)$ | $a(a + 4H)$ |

9. Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює $b\sqrt{3}$, а висота піраміди – H . Визначте бічне ребро піраміди.

| А | Б | В | Г |
|---------------------|---------------------|--------------------|-------------------------------|
| $\sqrt{3b^2 - H^2}$ | $\sqrt{3b^2 + H^2}$ | $\sqrt{b^2 + H^2}$ | $\frac{\sqrt{b^2 + 4H^2}}{2}$ |

10. Висота та бічне ребро правильної чотирикутної піраміди відповідно дорівнюють 3см та 5см. Знайти об'єм піраміди.

| А | Б | В | Г |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 48 см^3 | 32 см^3 | 64 см^3 | 96 см^3 |

11. Знайти повну поверхню циліндра з радіусом 5см і висотою 15см.

| А | Б | В | Г |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| $375\pi \text{ см}^2$ | $100\pi \text{ см}^2$ | $400\pi \text{ см}^2$ | $200\pi \text{ см}^2$ |

12. Твірна конуса дорівнює l , а кут між твірною і висотою – β . Визначити площу бічної поверхні конуса.

| А | Б | В | Г |
|----------------------------|------------------------------------|----------------------------|------------------------------------|
| $\pi \cdot l^2 \cos \beta$ | $2 \cdot \pi \cdot l^2 \cos \beta$ | $\pi \cdot l^2 \sin \beta$ | $\frac{\pi \cdot l^2}{\sin \beta}$ |

13. Діаметр одного кавуна вдвічі більший від діаметра іншого. У скільки разів перший кавун важчий за другого?

| А | Б | В | Г |
|----------|----------|----------|----------|
| 2 | 3 | 4 | 8 |

Відповідь повідомити у формі **пар (номер завдання та відповідна до нього буква)**

14. Перед розв'язуванням задач з теми «Піраміда» на етапі актуалізації опорних знань учням було запропоновано установити відповідність між пірамідами (1-4) та ортогональними проекціями вершин на площину основи (А-Д). Які правильні варіанти відповідей допоможуть їм для розв'язування задач по даній темі?

1 Усі бічні грані піраміди рівнонахилені до площини основи

А Вершина многокутника основи

2 Усі бічні ребра піраміди рівнонахилені до площини основи

Б Середина сторони основи

3 Дві сусідні бічні грані піраміди перпендикулярні до площини основи

В Точка перетину діагоналей основи

4 Піраміда, в основі якої рівносторонній трикутник. Одна бічна грань піраміди перпендикулярна до площини основи, а дві інші рівнонахилені до неї

Г Центр кола вписаного в многокутник основи

Д Центр кола описаного навколо многокутника основи

15. Установіть відповідність між сторонами основи та діагоналями (1-4) бічних граней правильних трикутних призм та площами їх бічних поверхонь (А-Д).

1 3 см, 5 см

А 180 см²

2 6 см, 10 см

Б 504 см²

3 5 см, 13 см

В 36 см²

4 7 см, 25 см

Г 144 см²

Д 164 см²

ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

I. Нормативні документи

1.1. Державний стандарт базової та повної загальної середньої освіти. *Математика в школі*. 2012. № 3. С. 2-8.

1.2. Концепція профільного навчання в старшій школі. *Математика в сучасній школі*. 2013. № 12. С. 2-12.

1.3. Бурда М. І., Тарасенкова Н. А. Концепція математичної освіти 12-річної школи (проект). *Математика в рідній школі*. 2018. № 9.

1.4. Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту. *Математика в рідній школі*. 2017. № 10. С. 2-10.

1.5. Бурда М., Васильєва Д., Вашуленко О. Методичний коментар щодо організації навчального процесу з математики у 2018/2019 н.р. *Математика в рідній школі*. 2018. №7-8.

1.6. Щодо методичних рекомендацій про викладання навчальних предметів у закладах загальної середньої освіти у 2019/2020 навчальному році. Лист МОН № 1/11-5966 від 01.07.19 року. URL: Освіта.ua. 31.08.2019 р.

1.7. Програми факультативних курсів та курсів за вибором. Природничо-математичний напрям. Суспільно-гуманітарний напрям. Універсальний профіль. Поглиблене вивчення математики). *Збірник програм з математики для допрофільної підготовки та профільного навчання (у двох частинах). Ч II. Профільне навчання /* Упоряд. Н. С. Прокопенко, О. П. Вашуленко, О. В. Єргіна. Харків : Видавництво «Ранок», 2011. С. 122-380.

II. Підручники, посібники та практикуми з МНМ

2.1. Бевз Г. П. Методика викладання математики : Навч. посібник. Київ : Вища шк., 1989. 367 с.

2.2. Горохольська А. В., Яценко С. Є. Методика навчання математики в старшій і вищій школах. Навчально-методичний посібник для студентів спеціальностей 7.010103; 8.010101. Київ : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2007. 192 с.

2.3. Слєпкань З. І. Методика навчання математики : Підручник. 2-ге вид., допов. і переробл. Київ : Вища шк., 2006. 582 с.

2.4. Практикум з методики навчання математики. Загальна методика : Навчальний посібник для організації самостійної роботи студентів математичних спеціальностей педагогічних університетів / З. І. Слєпкань,

А. В. Горохольська, В. Я. Забранський, С. М. Лук'янова, Л. Л. Панченко, І. С. Соколовська. За ред. проф. З. І. Слєпкань. Київ : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2006. 292 с.

2.5. Прус А. В., Швець В. О. Збірник задач з методики навчання математики. Житомир : «Рута», 2011. 388 с.

III. Підручники з математики (старша школа, рівень стандарту). Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія) 10-11 класи

3.1. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) : підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти. Київ : Видавничий дім «Освіта», 2018. 288 с.

3.2. Бурда М. І. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія): підруч. для 10 класу закладів загальної середньої освіти / М. І. Бурда, Т. В. Колесник, Ю. І. Мальований, Н. А. Тарасенкова. Київ : УОВЦ «Оріон», 2018. 272 с.

3.3. Мерзляк А. Г. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. Харків : Гімназія, 2018. 256 с.

3.4. Нелін Є. П. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти). Харків : Вид-во «Ранок», 2018. 328 с.

3.5. Істер О. С. Математика: (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 10-го кл. закл. заг. серед. освіти. Київ : Генеза, 2018. 384 с.

3.6. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) : підруч. для 11 кл. закл. загал. серед. освіти). Київ : Видавничий дім «Освіта», 2019. 272 с.

3.7. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б. та ін. Математика : алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. Харків : Гімназія, 2019. 208 с.

3.8. Нелін Є. П., Долгова О. Є. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) : підруч. для 11 кл. закл. загал. серед. освіти). Харків : Вид-во «Ранок», 2019. 304 с.

ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

1. Алексеев В. М. Элементарная математика. Решение задач : Учеб. пособие. Киев : «Вища шк.», 1989. 383 с.
2. Антоненко М. І. Розв'язування геометричних задач : Кн. для вчителя. Киев : Рад. шк., 1991. 128 с.
3. Бевз Г. П. Методика розв'язування стереометричних задач : Посібник для вчителя. Київ : Рад. шк. 1988. 192 с.
4. Боровик В. Н., Ігнатенко М. Я. Векторно-координатний метод розв'язування геометричних задач на площині та в просторі : Навч. посібник. Київ : ІСДО, 1995. 116 с.
5. Бродський Я. С., Слипенко А. К. Производная и интеграл в неравенствах, уравнениях, тождествах. Киев : «Вища шк.» 1988. 120 с.
6. Бородуля Т. И. Тригонометрические уравнения и неравенства : Кн. для учителя. Москва : Просвещение, 1989. 128 с.
7. Вороний О. М. Готуємось до олімпіад з математики. Харків : Вид. група «Основа», 2008. 255 с.
8. Вивальнюк Л. М., Мурач М. М., Соколенко О. І. та ін. Математика : Посібник для шкіл та кл. з поглибл. вивч. мат.-ки. Київ : Освіта, 1998. 301 с.
9. Вивальнюк Л. М., Соколенко О. І., Костарчук Ю. В. Задачі оптимізації. Посібник для факульт. занять, 10-11 кл. Київ : Рад.шк., 1991. 175 с.
10. Гайштут О. Г., Литвиненко Г. М. Розв'язування алгебраїчних задач : Посібн. для вчителя. Київ : Рад. шк., 1991. 221 с.
11. Гольдберг Я. Е. С чего начинается решение стереометрической задачи : Пособие для учителя. Киев : Рад. шк., 1990. 118 с.
12. Горнштейн П. І., Полонський В. Б., Якір М. С. Задачі з параметрами. Тернопіль : Підручники і посібники, 2004. 256 с.
13. Готман Э. Г., Скопец З. А. Задача одна – решения разные. Киев: Рад.шк., 1988. 173 с.
14. Задачі з параметрами : Навч. посіб./ В. К. Репета, Н. О. Клешня, М. В. Коробова, Л. А. Репета. Київ : Вища шк., 2006. 302 с.
15. Задачі по математике. Начала анализа : Справ. пособие / В. В. Вавилов, И. И. Мельников и др. Москва : Наука, 1990. 608 с.
16. Захарійченко Ю. О. Повний курс математики в тестах / Ю. О. Захарійченко, О. В. Школьний, Л. І. Захарійченко, О. В. Школьна. Харків : Видавництво «Ранок», 2011. 496 с. (Енциклопедія тестових завдань).

17. Істер О. С. Математика: повний курс підготов. до зовніш. незалеж. оцінювання : навч. посіб. Київ : Літера ЛТД, 2008. 480 с.
18. Істер О. С. Математика: повний курс підготов. до зовніш. незалеж. оцінювання : навч. посіб. Київ : Літера ЛТД, 2008. 576 с.
19. Істер О. Обернені тригонометричні функції: Самостійне плавання на вступному іспиті. *Математика в школі*. 1999. №2. С. 29-32.
20. Істер О. Усні вправи з алгебри та геометрії. 11 клас. Тернопіль : Підручники і посібники, 2002. 64 с.
21. Капіносов А. М. Тести з алгебри : Тематичні та підсумкові. 11 клас. Київ : А.С.К., 1997. 96 с.
22. Ковтнюк М. М., Ясинський В. А., Ковтнюк Г. М. Алгебра і початки аналізу. 10 клас. Харків : Вид. група «Основа», 2005. 224 с.
23. Корнієнко Т. Л., Фіготіна В. І. Алгебра. 10-11 класи. Методи розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем : Розробки занять. Харків : Вид-во «Ранок», 2009. 272 с.
24. Кукуш О., Ушаков Р. Математичний гурток. 10-11 класи. Числа. Послідовності. Функції. Київ : Шк. світ, 2009. 128 с.
25. Кушнір І. А. Методи розв'язування задач з геометрії. Кн. для вчителя. Київ : Абрис, 1994. 464 с.
26. Кушнір І. А. Трикутник і тетраедр у задачах : Для ст. шк. віку. Київ : Рад. шк., 1991. 208 с.
27. Кушнір І. У світі логарифмів. Київ : Факт, 2004. 136 с.
28. Литвиненко В. Н., Мордкович А. Г. Практикум по елементарній математике : Алгебра. Тригонометрія : Учеб. пособие для студентов физико-мат. спец. пед. ин-тов. Москва : Просвещение, 1991. 352 с.
29. Литвиненко Г. М., Федченко Л. Я., Швець В. О. Збірник завдань з екзамену з математики на атестат про середню освіту. Ч 1. Алгебра і початки аналізу. Львів : ВНТЛ, 1997. 94 с.
30. Литвиненко Г. М., Федченко Л. Я., Швець В. О. Збірник завдань з екзамену з математики на атестат про середню освіту. Ч 2. Геометрія. Львів : ВНТЛ, 1997. 78 с.
31. Литвиненко В. Н. Задачи на развитие пространственных представлений : Кн. для учителя. Москва : Просвещение, 1991. 127 с.
32. Лукаш О. В., Пресс Е. М. Розв'язуємо задачі з параметрами. Харків : Вид. група «Основа», 2006. 144 с.
33. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Рабінович Ю. М., Якір М. С. Вчимося розв'язувати задачі з початків аналізу. Тернопіль : «Підручники і посібники», 2001. 304 с.
34. Мерзляк А. Г. та ін. Алгебраїчний тренажер : Посібник для школярів і абітурієнтів / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. 2-ге вид., перероб. і доп. Харків : Гімназія, 2009. 272 с.

35. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Рабінович Ю. М., Якір М. С. Тригонометрія. Київ : Генеза, 2008. 352 с.
36. Моргун О. О. Збірник задач зі стереометрії. 11 клас. Харків : Вид. група «Основа», 2010. 128 с.
37. Перехейда О. М., Ушаков Р. П. Доведення нерівностей. Харків : Вид. гр. «Основа», 2003. 96 с.
38. Перехейда О. М., Ушаков Р. П. Розв'язування нерівностей. Харків : Вид. гр. «Основа», 2005. 112 с.
39. Полонський В. Б., Рабінович Ю. М., Якір М. С. Вчимося розв'язувати задачі з геометрії. Навч.-метод. посібник. Тернопіль : Підручники і посібники, 2002. 240 с.
40. Павлова Л., Дітчук Р. Елементи комбінаторики та стохастики. Тернопіль : Підручники і посібники, 2005. 160 с.
41. Призва Г. Й. Диференціальні рівняння та їх застосування. Київ : Вища шк., 1992. 96 с.
42. Саакян С. М., Гольдман А. М., Денисов В. В. Задачі по алгебре и началам анализа для 10-11 классов. Москва : Просвещение, 1990. 256 с.
43. Семенов В. О., Тристан В. М. Доведення нерівностей. Показникові і логарифмічні нерівності. Харків : Вид. група «Основа», 2007. 192 с.
44. Сільвестрова І. А., Фурман М. С. Навчаємось розв'язувати рівняння і нерівності. Харків : Вид. група «Основа», 2004. 272 с.
45. Слепкань З. І., Горохольська А. В., Волянська О. Є. Збірник задач з алгебри і початків аналізу. Навч. посібн. для учнів 10-11 кл. загальноосвіт. навч. закл. Тернопіль : Підручники і посібники, 2003. 240 с.
46. Слепкань З. І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. Тернопіль : Підручники і посібники, 2004. 240 с.
47. Слепкань З. І., Соколовська І. С. Методика вивчення елементів комбінаторики, початків теорії ймовірностей і вступу до статистики в загальноосвітніх навчальних закладах. *Математика*, 2004, №29-30.
48. Соколенко Л. О. Прикладна спрямованість шкільного курсу алгебри і початків аналізу : Навч. посібник. Чернігів : Сіверянська думка, 2002. 128 с.
49. Соколенко Л. О., Філон Л. Г., Швець В. О. Прикладні задачі природничого характеру в курсі алгебри і початків аналізу : практикум. Навч. посіб. Київ : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2010. 128 с.
50. Тарасенкова Н. А. Елементи стереометрії в основній школі. Диференційовані завдання за готовими рисунками для 9 класу: Навчальний посібник для учнів та вчителів загальноосвітніх навчальних закладів. Харків : Веста: Вид.-во «Ранок», 2002. 80 с.
51. Ткач Ю. М. Математика. Задачі економічного змісту в математиці. Навч.-метод. посібник. Харків : Вид.-во «Ранок», 2011. 176 с.

52. Ушаков Р. П. Навчаємось доводити тригонометричні нерівності. Харків : Вид. група «Основа», 2005. 112 с.

53. Ушаков Р. Про один цікавий метод знаходження відстані між двома мимобіжними прямими. *Математика в школі*. 2000. №3. С. 25-26.

54. Філон Л. Г., Швець В. О. Елементи стереометрії в курсі математики основної школи : Навч. посіб. для студ. мат. спец. вищ. навч. закл. Київ : Вид. дім «Шкіл. світ», 2006. 128 с.

55. Черненко Н. А. Задачі практичного змісту з геометрії: 9-11 класи. Київ : Шк. світ, 2011. 128 с.

56. Швець В. О., Прус А. В. Теорія і практика прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії : Навчальний посібник. Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2007. 156 с.

57. Швець В., Михалін Г., Соколовська І. Вибрані теми з алгебри. 11 клас: Елементи комбінаторики, статистики та теорії ймовірностей. Київ : Шк. світ, 2011. 128 с.

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНЕ ВИДАННЯ

Соколенко Лілія Олександрівна

**МЕТОДИКА НАВЧАННЯ КУРСУ
«МАТЕМАТИКА»
(АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ ТА ГЕОМЕТРІЯ)
РІВЕНЬ СТАНДАРТУ**

**Методичні рекомендації
до навчання курсу для студентів спеціальності
014 Середня освіта (Математика)**

Технічний редактор *О. І. Полковник*

Комп'ютерний набір *Л. О. Соколенко*

*Свідоцтво про державну реєстрацію
друкованого засобу масової інформації
серія КВ № 23743-13583 ПР від 06.02.2019 р.*

Підписано до друку . . . 2020 р. Формат 60×90 1/16.
Папір офсетний. Друк на різнографі.
Ум. друк. арк. 7,67. Обл.-вид. 6,33.
Наклад прим. Зам. № .
Редакційно-видавничий відділ НУЧК імені Т.Г. Шевченка
14013, м. Чернігів, вул. Гетьмана Полуботка, 53, к. 208
тел. 65-17-99. nuchk.tipograf@gmail.com