

## ЗАСТОСУВАННЯ ІНСТРУМЕНТАРІЮ МАТЕМАТИЧНИХ ІГОР У ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

*На сьогодні є відомими напрями застосування математичної теорії ігор у педагогіці. Серед яких можна виділити такі: для розумового розвитку школярів, для розвитку педагогічного мислення студентів, для підвищення мотивації навчання студентів, в теорії управління освітою для прийняття рішень, в оцінці можливостей змісту навчальних програм, навчання студентів у процесі розв'язання гри, для проектування навчально-виховного процесу. Автором статті запропоновано застосувати інструментарій математичної теорії для оцінки результатів педагогічного експерименту. Показано алгоритм розв'язання ситуації на прикладі матриці 2 x n. Наведено приклад застосування алгоритму у практичній діяльності вчителя технологій для прогнозування результатів навчальних досягнень учнів в залежності від зміни методики викладання.*

**Ключові слова:** математична теорія ігор, інструментарій теорії ігор, психолого-педагогічне дослідження, графічний спосіб розв'язання матриці ігор.

**Постановка проблеми.** За останні два десятиліття було накопичено фактичний матеріал із застосування теорії ігор в філософії, соціології та психології, що робить можливим впровадження її в освіту. Можливий розгляд в педагогіці у певних рамках розроблених теоретичних засад при проектуванні та прийнятті оптимальних педагогічних рішень: в умовах повної і неповної інформації (невизначеності), в умовах антагонізму, кооперації або співробітництва суб'єктів навчально-виховного процесу, шляхом проектування стратегій педагогічної та навчальної діяльності, в процесі розробки та управління освітньою політикою різних рівнів.

Теорії ігор як будь-яка математична теорія не завжди може дати точну відповідь на питання або розв'язок педагогічної (освітньої) задачі, але вона може дозволити шляхом математизації проекту важливих рішень обрати найбільш доцільний напрям педагогічної і навчальної діяльності. Не менш важливим є розробка напряму інтерпретації результатів педагогічної взаємодії суб'єктів навчально-виховного процесу.

Вітчизняні та зарубіжні педагоги звертаються до математичної теорії ігор для вирішення різних проблем: розробки навчальних програм, розвитку проектного мислення у майбутніх учителів, застосування інноваційних прийомів навчальної роботи, проектування навчального процесу, підвищення мотивації навчання [1; 3; 8; 11; 12].

Значний потенціал апарату математичної теорії ігор актуалізує проблеми застосування його у процесі статистично-математичної обробки результатів психолого-педагогічних досліджень.

**Метою** статті є розробка і аналіз застосування інструментарію математичної теорії у процесі статистично-математичної обробки результатів психолого-педагогічних досліджень.

**Виклад основного матеріалу.** Теорія ігор являє собою математичний апарат для аналізу та прогнозування поведінки людей, зокрема як суб'єктів навчально-виховного процесу, яких ми далі, за прийнятою у теорії гри термінологією, називають гравцями. Власне, теорія ігор є підвидом наукового методу моделювання.

Теорія ігор – теорія прийняття рішень в умовах конфлікту. Але конфлікт визначається не як ситуації можливих протилежних цілей сторін конфлікту, а як ситуація наявності різних, не однакових цілей в гравців. Тому у філософії є методологічні підходи щодо визначення теорії ігор не як теорії конфліктів, а як теорії вибору оптимальної поведінки сторін гри (гравців) [7, с. 43].

Існують ігри з протилежними інтересами (games with non-opposite interests) – "клас ігор, в яких інтереси учасників (на відміну від антагоністичних ігор) можуть частково або повністю збігатися. Моделями таких ігор описуються, наприклад, ситуації змагання, економічні механізми управління в ієрархічній системі та інші [6, с. 104]. Для освітнього процесу є схожі ситуації, коли суб'єктам навчально-виховного процесу потрібно прийняти рішення, яке є певним порушенням правил. Наприклад, виникає питання чому в деяких ВНЗ або у деяких викладачів студенти списують на екзамені? При цьому, виникає дилема: якщо списують всі інші, то для кожного окремо взятого студента вигода від списування переважає очікуване покарання від викриття. У відомих ВНЗ не списує ніхто (або майже ніхто): студента, який користується шпаргалкою, чекає показове покарання, аж до відрахування [2, с. 5].

В умовах реального педагогічного процесу ми можемо не знати реальних глибинних цілей вчителів і учнів, але де-факто приймаємо їх не вороже ставлення один до одного, але з різними інтересами щодо протикання і результатів навчального процесу. Це дуже важливе положення для педагогіки, адже суб'єкти навчально-виховного процесу виходячи із своїх особистих цілей розробляють власні варіанти стратегій поведінки під час освітнього процесу, вони часто мають цілі та інтереси, що не

збігаються. Тому потрібно робити детальний аналіз наявної педагогічної ситуації на різних періодах педагогічного процесу для його ефективного проектування.

На нашу думку, одним із найбільш доцільних шляхів формування проектної компетентності майбутніх вчителів є запровадження у навчальний процес ВНЗ та ознайомлення вчителів-практиків із математичною теорією ігор, що дасть змогу перейти від власне планового педагогічного мислення до сучасного проектного педагогічного мислення.

Проведений аналіз різних джерел інформації дозволяє зробити такі висновки щодо наявності теоретичних і практичних досліджень з названої проблематики [3, с. 85]:

1. У методіці навчання шкільних предметів розробляються питання вивчення елементів теорії ігор для розумового розвитку школярів (студентів).

Наприклад, програмою А. Горячева з інформатики для учнів початкової школи метою вивчення основ інформатики у початковій школі є "розширення кругозору в галузях знань, тісно пов'язаних з інформатикою: знайомство з графами, комбінаторними завданнями, логічними іграми з виграшною стратегією ("починають і виграють") і деякими іншими" [1].

2. Тім Ньюфілдс (Tim Newfields) пропонує застосувати теорію ігор для підвищення мотивації навчання студентів [12].

3. В теорії управління освітою використовують для аналізу прийняття рішень [8].

4. В оцінці можливостей змісту навчальних програм.

5. Включають аналіз засобами математичної теорії ігор як важливий елемент дії гравців для їх навчання в процесі гри [11].

Автором запропоновані та апробовані можливості проектування цілісного навчально-виховного процесу, окремого розділу та уроку [3, с. 86], застосування теорії ігор дозволяє як інноваційний прийом навчання [5].

Для запровадження математичної гри з метою проектування ефективного навчально-виховного процесу потрібно [3, с. 86]:

– провести формалізацію взаємодії суб'єктів навчально-виховного процесу

– визначити стратегії поведінки суб'єктів навчання (учнів, студентів, вчителів, управлінців освітніми закладами) на основі досягнень психології прийняття рішень та кластерного і кореляційного аналізу;

– провести чітку формалізацію визначення складності та обсягу змісту навчального матеріалу (провести його кваліметричний аналіз).

Як показує теоретичний аналіз і підтверджує практика запровадження математичної теорії ігор у підготовку майбутніх учителів технологій, дана теорія дозволяє проектування навчально-виховного процесу і управління освітою зробити більш формалізованим і математично точним і змістовним. При цьому слід підкреслити, що математична теорія ігор дозволяє шляхом створення формальної моделі проекту обрати найбільш доцільний напрям педагогічної й навчальної діяльності, побачити напрям розв'язання педагогічної задачі та ситуації. Не менш важливим при цьому є інтерпретації результатів педагогічної взаємодії суб'єктів педагогічного процесу [3, с. 84]. Особливо це важливо для багатовимірних даних.

Коли для кожного об'єкту у вибірці виміряні значення однієї змінної, популяція і вибірка називаються одновимірними. Якщо ж для кожного об'єкта реєструються значення двох або декількох змінних, такі дані називаються багатовимірними.

Багатовимірні дані представляються для статистичного аналізу у вигляді прямокутної матриці. Це можуть бути вимірювання значень змінних у декількох об'єктів або в декількох точках, або ж це можуть бути вимірювання значень змінних у одного об'єкта в різні моменти часу або у різних станах.

Наприклад, вимірювання наявних знань з певної теми в учнів тестуванням, є одновимірними даними. Якщо будуть виміряні знання, вміння, мотивація учнів до експерименту і після нього – це багатовимірні дані.

Виходячи з теоретичного аналізу, покажемо на прикладах можливе застосування матриць математичної теорії ігор у інтерпретації результатів навчально-виховного процесу. Умовно обмежимо кількість вимірювань до 2-х.

Згідно педагогічних досліджень і логіці застосування інструментарію математичної теорії ігор запис результатів педагогічного експерименту до матриці виду  $2 \times n$  або  $m \times 2$  є тотожними. Тому розглянемо розв'язання дослідницької задачі на прикладі матриці виду  $2 \times n$ .

Способи мінімаксу (максіміну), арифметичні способи розв'язання ігорних матриць достатньо ґрунтовно розглянуто в науковій літературі в загальну тому вигляді [6; 9; 10] та відносно педагогічних та інших гуманітарних задач [1; 2; 3; 4; 5; 7; 8; 11; 12]. Задача нашого аналізу є прикладне значення розв'язання графічним способом і його інтерпретація у психолого-педагогічних дослідженнях.

Нехай  $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \end{pmatrix}$  – матриця  $2 \times n$  гри.

Згідно з теоремою про подвійний опис гри [10, с. 25] знаходження ціни гри і оптимального значення для гравця рівнозначно розв'язанню рівняння:

$$v = \min_{1 \leq k \leq n} (a_{1k} p^0 + a_{2k} (1 - p^0)) = \max_{a \leq p \leq 1} \min_{1 \leq k \leq n} (a_{1k} p + a_{2k} (1 - p)).$$

Розглянемо алгоритм пошуку результату. Максимум функції  $\min_{1 \leq k \leq n} (a_{1k}p + a_{2k}(1-p))$  краще шукати на її графіку. Для побудови якого рекомендують робити таким чином [10, с. 25]: Припустимо, що гравець  $A$  вибрав змішану стратегію  $P = \{p, 1-p\}$ , а гравець  $B$  –  $k$ -ю чисту стратегію, де  $k = 1, 2, 3, \dots, n$ . Тоді середній вигравш гравця  $A$  в ситуації  $\{P, k\}$  дорівнює (для всіх  $k$ ):  $w = a_{1k}p + a_{2k}(1-p)$ .

На площині  $(p, w)$  такі рівняння описують пряму, тобто кожній чистій стратегії гравця  $B$  відповідає своя пряма  $(k)$  на цій площині. Тому спочатку на площині  $(p, w)$  креслять всі прямі  $(k)$ :  $w = a_{1k}p + a_{2k}(1-p)$ , для  $k = 1, 2, 3, \dots, n$  (рис. 1).

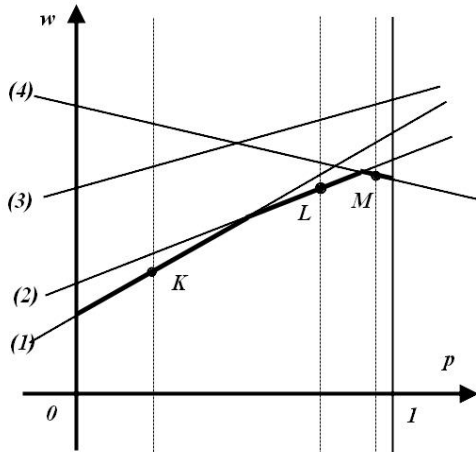
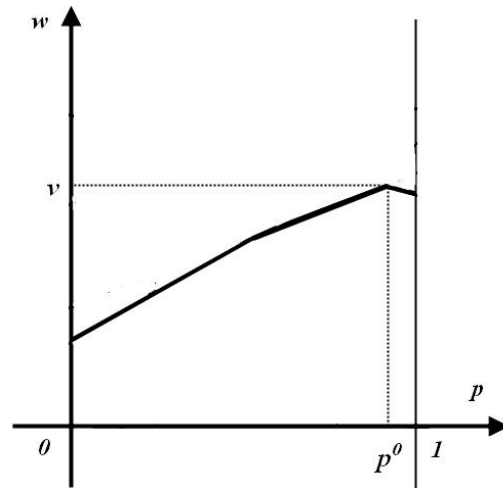
Рис. 1. Сімейство прямих  $(k)$ 

Рис. 2. Точка оптимальної стратегії та ціна гри

Потім обираються прямі, які мають найменші значення та відмічають їх  $(K, L, M)$  (рис. 1). Результатом є ломана лінія (виділена жирним на рис. 1). Ця ломана огинає все сімейство прямих  $(k)$ , тому її називають нижньої огинальною ломаною цього сімейства.

Верхня точка побудованою нижньої огинальною ломаною визначає ціну гри  $v$  і оптимальну стратегію  $P^0 = \{p^0, 1-p^0\}$  гравця  $A$  (рис. 2).

Розглянемо отриману схему рішення матриці  $2 \times n$  на конкретному прикладі.

Вчитель перевіряв знання учнів розділу, який складається із чотирьох тем у двох класах. Перший навчався за традиційною методикою, а для другого були запровадженні інноваційні прийоми навчання. Потрібно відповісти на питання: чи є результативними інноваційні прийоми навчання? чи можна покращити ефективність їх застосування і яким чином?

У даній статті ми не будемо аналізувати результати експерименту відомими статистичними критеріями. Покажемо як можна використати апарат математичної теорії ігор.

Якщо результат буде, як показано у таблиці 1, то за відомим способом мінімаксу отримаємо ціну 9 (оцінка засвоєння знань) за найменш вдалою темою (тема 4).

Таблиця 1

## Результати зрізу знань учнів з тем розділу

Тема	1	2	3	4
традиційне пояснення	8	10	9	10
інноваційна методика	9	11	10	9

У такому випадку видно, що учні краще засвоюють теоретичний матеріал за інноваційною методикою. Темі 4 потрібно приділити більш уваги. Апарат математичної теорії ігор показує, що якість засвоєння тем дорівнює за найменшою межею 9. Тому темі 1 не рекомендується проводити за традиційною методикою. Наведемо інший приклад (таблиця 2).

Таблиця 2

## Результати зрізу знань учнів з тем розділу

Тема	1	2	3	4
традиційне пояснення	8	10	9	10
інноваційна методика	9	11	10	8

У даному випадку спосіб мінімаксу не дає сідлової точки (однозначної відповіді) на питання щодо більш ефективної методики. Тому пошук відповіді на питання потрібно шукати у змішаних стратегіях.

Так як теми мають у нашому випадку сталі значення змісту і часу на їх вивчення, то можливості учителя (гравця  $A$ ) полягають у виборі такої методики, яка була б найбільш ефективною.

Згідно розглянутого вище алгоритму, отримаємо графічне зображення розв'язання задачі дослідження (рис. 3).

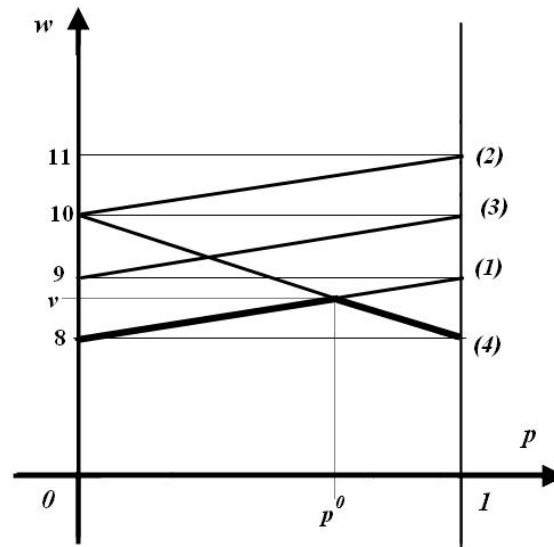


Рис. 3. Графічне розв'язання задачі дослідження

Було отримано з таблиці 2 сімейство прямих  $\{1, 2, 3, 4\}$ . Було виявлено, що прямі (1) і (4) утворюють нижню оптиміальну ланцюгову функцію. Вони перетинаються у точці  $(p^0; v)$ , що відображає оптимальне поєднання методик навчання: для підвищення рівня опанування темою 4 необхідно змінити методику приблизно у поєднанні  $p^0\%$  інноваційної методики, та  $(1 - p^0)\%$  – традиційної методики. На язиці практики це означає, що учням для пояснення теми 4 необхідно включити в інноваційну методику елементи традиційної методики. Можливий результат опанування в такому випадку збільшиться майже до 9.

Аналогічно можна провести вивчення дослідження щодо визначення оптимальної методики навчання для певної групи учнів.

**Висновок.** Таким чином, застосування математичної теорії ігор дозволяє визначити можливі напрями удосконалення методики викладання як для окремого учня, так і для групи учнів. Потенціал інструментарію теорії ігор полягає у прогностичній можливості передбачити поєднання різних методик навчання з точною математичною оцінкою можливих результатів.

Перспективними напрями подальших досліджень є перевірка точності отриманих апаратом математичної теорії ігор у реальних педагогічних дослідженнях, уточнення верифікації методу.

### Використані джерела

1. Горячев А.В. Программа "Информатика в играх и задачах" для 1 – 4 классов / А.В. Горячев. – [Електронний ресурс]: Режим доступу : [http://shamshurina.ucoz.ru/publ/planirovanie\\_materiala\\_po\\_informatike/nachalnaja\\_shkola/avgorjachev\\_quotprogramma\\_quotinformatika\\_v\\_igrakh\\_i\\_zadachakh\\_quot\\_ot\\_dlja\\_1\\_4\\_klassov/10-1-0-20](http://shamshurina.ucoz.ru/publ/planirovanie_materiala_po_informatike/nachalnaja_shkola/avgorjachev_quotprogramma_quotinformatika_v_igrakh_i_zadachakh_quot_ot_dlja_1_4_klassov/10-1-0-20).
2. Захаров А.В. Теория игр в общественных науках. – [Електронний ресурс] / А.В. Захаров. – Режим доступу : <http://www.shopwow.ru/bookinfo-av-zakharov/6840-av-zakharov-teoriya-igr-v-obshchestvennykh-naukakh-razdel-1>.
3. Ковбаса Ю.М. Возможности застосування математичної теорії ігор у проектуванні навчально-виховного процесу / Ю.М. Ковбаса // Педагогічний альманах: Зб. наук. статей / редкол. В.В. Кузьменко (голова) та ін. – Херсон: РІПО, 2012. – Випуск 15. – С. 81-86.
4. Ковбаса Ю.М. Проектування навчального процесу із застосуванням математичної теорії ігор / Ю.М. Ковбаса // Вісник Чернігівського національного педагогічного університету імені Т.Г. Шевченка. Випуск 100. Серія: Педагогічні науки: Збірник. – Чернігів: ЧНПУ, 2012. – № 97. – С. 185-189.
5. Ковбаса Ю.М. Математичні ігри як інноваційний прийом проектуванні навчального процесу [Електронний ресурс] / Ю. М Ковбаса // Всеукраїнська науково-практична інтернет-конференція "Інноваційна діяльність педагога в умовах реформування шкільної освіти". Київський університет імені Бориса Грінченка. – [Електронний ресурс] : Режим доступу до тез доповіді : <http://conf.kubg.edu.ua/index.php/courses/idpurso/paper/view/78/75>.
6. Лопатников Л.И. Экономико-математический словарь: Словарь современной экономической науки / Л. И. Лопатников. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Дело, 2003. – 520 с.

7. Мухамеджанова Л.И. Философский анализ понятийного аппарата теории игр: дис. ... дисс. канд. философ. наук : 09.00.08 / Л. И. Мухамеджанова. – Алма-Ата, 1984. – 112 с.
8. Мэтьюс Р. Стратегические альянсы в высшем образовании: теория игр и сложности воплощения / Мэтьюс Робин, Карпухина Елена // Экономическая политика. – 2007. – №4. – С. 102-125. – [Электронный ресурс] : Режим доступа : [http://www.ep.aue.ru/pdf/EP\\_4-2007.pdf](http://www.ep.aue.ru/pdf/EP_4-2007.pdf).
9. Нейман Дж. Теория игр и экономическое поведение / Дж. фон Нейман, О. Моргенштерн: перев. с англ. под ред. и с доб. Н.Н. Воробьева. – М. : Гл. ред. физ. – математ. лит-ры, изд-ва "Наука", 1970. – 708 с.
10. Шикин Е.В. От игр к играм: Математическое введение. / Е.В. Шикин. – Изд. 5-е, испр. и доп. – М. : Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2014. – 120 с.
11. Camerer C. F. Behavioural Game Theory: Thinking, Learning and Teaching (2004) / Camerer C. F. Ho Teck-Hua and Chong J. K – [Электронный ресурс] : Режим доступа : [http://authors.library.caltech.edu/22240/2/Ch08Pg\\_119-179%5B1%5D.pdf](http://authors.library.caltech.edu/22240/2/Ch08Pg_119-179%5B1%5D.pdf).
12. Newfields T. Game theory approaches to grading: An experiment with two incentive point systems / Tim Newfields – [Электронный ресурс] : Режим доступа : <http://www.tnewfields.info/Articles/game.htm>.

*Kovbasa Yu.*

#### USING TOOLS OF GAME THEORY IN PSYCHOLOGICAL AND PEDAGOGICAL RESEARCH

*Trends of application of mathematical game theory in pedagogies are known now. These can be divided among them for the mental development of pupils, for develop pedagogical thinking of students, for improve student learning motivation, in theory of management education for decision making capabilities, in assessing the content of training programs to train students in the solving game for design educational process. The author proposes to apply the tools of mathematical theory to assess the results of pedagogical experiment, which are shown as multivariate data.*

*Multivariate data are in statistical analysis as form of a rectangular matrix. This may be measurement variables in multiple sites or can be measurement variables in one object at different times or in different conditions.*

*The author of paper are illustrated the algorithm of the solution on the example of the matrix  $2 \times n$ . The author suggests using a graphical way to solve provided that the absence of the saddle point. It is the essence: researcher builds family of lines on the plane, direct elects located below all other lines in the plane. Then the experimenter draws lower circumflex polyline. The highest point of polyline is the desired solution. The author offers own interpretation of obtained numerical values as the ability to select the most effective solution of educational problems. Also variant solution may be evidence of effectiveness of pedagogical innovations. The values of winning combinations and strategies of the game can be interpreted as a forecast of learning outcomes.*

*Example of algorithm in practice teachers technologies are predicting changes in the results of student achievements based on different methods of teaching.*

*The author argues that the potential tools of game theory is their predictive capabilities to predict the combination of various teaching methods with accurate mathematical estimate of possible results.*

*Checking the accuracy of the apparatus of mathematical game theory in real pedagogical research and refinement verification method is promising directions for future research.*

**Key words:** *game theory, tools of game theory, psychological and pedagogical research, graphical way of solving matrix of game*

*Стаття надійшла до редакції 01.10.2015*