

Аветісян Є.О.,
Студентка 3 курсу,
фізико-математичний факультет,
elly1996@yandex.ru

Дятлов Ю.,
Кандидат історичних наук,
доцент кафедри фізики та астрономії
dyfilm@ukr.net

Шепета О.М.,
Кандидат фізико-математичних наук,
доцент кафедри фізики та астрономії
Чернігівський національний педагогічний
університет імені Т.Г. Шевченка
Чернігів, Україна
olegpustov@mail.ru

ОПЕРАЦІЙНЕ ЧИСЛЕННЯ: ІСТОРИЧНІ АСПЕКТИ

Потужним апаратом для дослідження багатьох як теоретичних питань, так і прикладних задач, не лише в математиці, а й в інших галузях науки та техніки – є операційне числення. Дуже активно операційне числення використовується в питаннях, які пов'язані з вирішенням лінійних диференціальних рівнянь, а також при дослідженні багатьох питань фізики, механіки, теорії автоматичного регулювання, електротехніки, радіотехніки, теплопровідності, гірничої техніки [5]. Саме від таких великих математиків як Лейбніц і Сервуа бере початок історія операційного числення. Також в цьому напрямку працювали такі вчені, як Буль, Гревс, Хергріву, Джиллет, Мерфі, Кермайл, Кейлі [5]. Великий внесок у розвиток операційного числення зробив Ж. Ліувіль. Взагалі математичні роботи, присвячені операційному численню, з'явилися ще в середині XIX століття.

У 1886 р. швейцарський математик Габриель Ольтрамаре (1816 – 1906 рр.) спробував створити символічне числення. Його дослідження отримали назву функціональне символічне числення. Надалі, завдяки своїм розрахункам, Ольтрамаре отримав велику кількість формул.

Роботи англійського вченого-самоучки, інженера, математика і фізика Олівера Хевісайда (1850-1925 рр.) були опубліковані на початку XX століття, в них досліджувались різні питання електротехніки та електрозв'язку. Хевісайд першим застосував комплексні числа для вивчення електричних кіл, розробив техніку застосування перетворення Лапласа для розв'язання диференціальних рівнянь, сформулював рівняння Максвелла в термінах електричної і магнітної сил та потоків, та незалежно від інших математиків створив векторний аналіз. Хевісайд більшу частину життя не знаходив спільної мови з науковим співтовариством, проте його роботи змінили вигляд як математики, так і фізики на багато років. У 1873 р він розробив теорію ліній передачі (також відому як "телеграфні рівняння") [2].

Також Олівер Хевісайд розробляв і операційне числення. Саме він ввів позначення для диференціального оператора та метод розв'язання диференціальних рівнянь за допомогою зведення їх до звичайних алгебраїчних рівнянь. Хевісайд є автором відомої фрази: "Математика - наука експериментальна, визначення з'являються останніми". Хевісайд взяв за мету виробити метод для вирішення диференціальних рівнянь, де трансцендентна операція диференціювання повинна була бути замінена на алгебраїчну операцію множення. Свої ідеї Хевісайд виклав у другому томі тритомного твору «Електромагнітна теорія».

Найбільш серйозно Хевісайд підійшов до питання про поширення збурень у довгих лініях з урахуванням або без урахування індуктивності самих ліній, а також в лініях, що закінчуються будь-яким повним опором. Ці питання він використовував для застосування операційного числення. Простота вирішення цих, іноді дуже складних завдань, були просто дивовижні.

Хевісайд дуже мало посилається на роботи своїх попередників, таким чином всі положення операційного числення були виведені їм більш-менш незалежно від інших математиків. Також одним з найважливіших результатів Хевісайда є теорема розкладання [5].

В подальшому вагомий внесок у розвиток операційного числення зробив А.М. Данилевський. За освітою він був інженером-електриком, а з 1935 р працював в Математичному інституті Харківського університету. Данилевський був надзвичайно ерудованим у галузі математики, а тому в період роботи в Харківському університеті він опублікував багато досліджень, де особливої уваги заслуговує його робота «Про чисельне рішення хвильових рівнянь». Колега Данилевського, А. М. Ефрос, також був співробітником Математичного інституту Харківського університету, і присвятив багато своїх дослідження проблемам операційного числення. У 1937 р. А. М. Данилевський і О. М. Ефрос опублікували об'ємну роботу з операційних методів числення - «Операційне числення та контурні інтеграли. Ефрос значно доповнив співвідношення, виведені Карсоном, Ван-дер-Полем і іншими вченими.

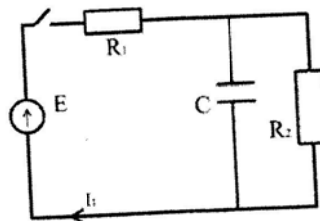
Випускник Харківського політехнічного інституту Айзенберг Яків Єйнович (1934-2003), який почав свою діяльність інженером, а став не лише впливовим вченим-теоретиком, а навіть доктором технічних наук, професором і академіком, присвятив свою наукову діяльність створенню алгоритмів управління ракетою. Серед його робіт не можна не звернути увагу на роботу «Про застосування операційного числення до крайових задач» [4].

Ще один, дійсно великий вчений, який зробив величезний внесок у розвиток науки, це Наум Ілліч Ахієзер (1901-1980). Він також працював у Харківському політехнічному інституті і був засновником кафедри прикладної математики та завідував нею з 1947 р по 1955 р. Наукові результати Н. І. Ахієзера були пов'язані з теорією наближень, проблемою моментів, теорією функцій комплексного змінного, гідромеханікою і теорією сингулярних інтегральних рівнянь. У своїх дослідженнях цей вчений широко використовував методи теорії функцій комплексного змінного. На особливу увагу заслуговує його робота під назвою «Теорія лінійних операторів в гільбертовому просторі». Варто відзначити, що написана вона у співавторстві з І. Н. Глазманом, який був добре обізнаний в галузі символічного числення.

Операційне (символічне) числення широко застосовується на практиці при розв'язанні різних задач науки і техніки. Особливо широке застосування воно має при дослідженні перехідних процесів у лінійних фізичних системах електротехніки, автоматики, радіотехніки і телемеханіки.

Розглянемо на прикладі використання операційного числення для розрахунку нескладних систем змінного струму.

Приклад. Знайти перехідний струм i_1 електричного кола, зображеного на рис. 1, після комутації при дії постійної ЕРС $E = 10\text{В}$. Параметри кола: $R_1=R_2=10\text{ Ом}$, $C=10^{-3}\text{ Ф}$.



(Рис.1)

Розв'язування. При $t=0$ вмикається постійна напруга E . За законом Ома операторний струм $I_1(p) = \frac{E(p)}{Z(p)}$. Для паралельних гілок, що містять C та R_2 , операторний опір дорівнює $\frac{R_2}{C \cdot R_2 \cdot p + 1}$. Тому для всього контура будемо мати (тепер розглядаємо послідовне з'єднання з

$$R_1): Z = R_1 + \frac{R_2}{C \cdot R_2 \cdot p + 1} = \frac{C \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot p + R_1 + R_2}{R_2 \cdot C \cdot p + 1}.$$

При такому з'єднанні операторний струм буде дорівнювати:

$$I(p) = \frac{V(p)}{Z(p)} = \frac{E}{p} * \frac{R_2 \cdot C \cdot p + 1}{C \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot p + R_1 + R_2} = \frac{E (R_2 \cdot C \cdot p + 1)}{p (C \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot p + R_1 + R_2)}.$$

Підставляємо дані з умови: $I(p) = \frac{0,1p+10}{p(0,1p+20)} = \frac{p+100}{p(p+200)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p+200} = \frac{0,5}{p} + \frac{0,5}{p+200}.$

За даним зображенням легко знаходиться оригінал $i(t)$: $i(t) = 0,5 + 0,5e^{-200t}$.

Відповідь: $i(t) = 0,5 + 0,5e^{-200t}$ [1].

Отже, як висновок можна сказати, що теорія операційного числення в сучасній математиці має велике значення як логічне продовження вивчення числа, способів вирішення різних фізичних задач. Саме з цих причин курс операційного числення є необхідним для студентів ВНЗ фізико-математичного профілю.

Література

1. Авдеева Т.В. Операційне числення та його використання. – Київ, 2017
2. Болотовский Б. М. Оливер Хевисайд / Болотовский Б. М.– М. : Изд. "Наука", 1985.– 259с.
3. Петрова С. С. О. Хевисайд и развитие символического исчисления / Петрова С. С. – ИМИ, 1985.– вып. 28.– С. 98–122.
4. ТОВАЖНЯНСКИЙ Л. Л. Харьковский политехнический университет. Ученые и педагоги / ТОВАЖНЯНСКИЙ Л.Л., – ХПИ, 2004.–223 с.
5. Штокало И.З. Операционное исчисление (Обобщения и приложения) Издательство «Наукова Думка» Киев 1972. — 279 с.

Аветисян Є.О., Дятлов Ю.В., Шепета О.М. Операційне числення: історичні аспекти.

Анотація: В статті розповідається історія створення операційного числення та використання його для розрахунку нескладних схем змінного струму. Цікаві історичні відомості розкриті у статті, дозволяють використовувати цей матеріал на лекціях з фізики, математики та електротехніки. Розкрито переваги операційного числення перед іншими методами розрахунку нескладних схем змінного струму.

Ключові слова: операційне числення, інтегральні перетворення, символічне числення, комплексні числа, телеграфні рівняння, перетворення Лапласа, оператор, крайові задачі, теорія наближень, проблема моментів, теорія функцій комплексного змінного, теорія сингулярних інтегральних рівнянь.

Avetisyan E., Dyatlov Y., Shepeta O. Operational calculus: historical aspects.

The abstract. The article tells the story of the creation of operational calculus and use it to calculate simple AC circuits. Interesting historical information disclosed in the article allow you to use this material in lectures on physics, mathematics and electrical engineering. Operational calculus reveals advantages over other methods of calculating simple AC circuits.

Key words: operational calculus, integral transformation, symbolic calculus, complex numbers, telegraph equations, Laplace transform, operator, boundary value problems, approximation theory, the problem points, complex variable theory, the theory of singular integral equations.