

СОКОЛЕНКО Лілія Олександрівна,

кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри математики та економіки,
Національний університет «Чернігівський колегіум» ім. Т.Г. Шевченка
e-mail: liliysokol9@gmail.com

УДК 373.5.016:51

**ТЕХНОЛОГІЯ СТВОРЕННЯ ТА ВИКОРИСТАННЯ ОСНОВНИХ ТИПІВ
ЗАВДАНЬ ТА ЗАПИТАНЬ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
«НАУКОВІ ОСНОВИ ШКІЛЬНОГО КУРСУ МАТЕМАТИКИ»**

У статті представлено основні типи завдань та запитань, які використовуються під час читання навчальної дисципліни «Наукові основи шкільного курсу математики», охарактеризовано технологію їх створення, розкрито методичні особливості використання окремих з них під час навчання дисципліни НОШКМ студентів-магістрантів спеціальності 014 Середня освіта (математика).

Ключові слова: типи завдань та запитань; методичні особливості; навчальна дисципліна «Наукові основи шкільного курсу математики»⁴ технологія створення та використання.

Постановка проблеми. Завдання та запитання навчальної дисципліни «Наукові основи шкільного курсу математики» можна вважати окремим типом задач з методики навчання математики, що мають свої характерні особливості.

Міждисциплінарні зв'язки навчальної дисципліни «Наукові основи шкільного курсу математики» (НОШКМ), яка відноситься до нормативних навчальних дисциплін, що вивчають студенти-магістранти спеціальності 014 «Середня освіта (математика)», з фундаментальними математичними дисциплінами, шкільною математикою та курсом «Методика навчання математики» безпосередньо визначають типи завдань та запитань курсу та використовуються під час їх створення.

Технологією створення задач з методики навчання математики, призначеними для навчання курсу «Методика навчання математики», займалися та займаються українські математики-методисти Я.М. Жовнір, В.І. Євдокимов, А.В. Прус, В.О. Швець та ін. Ними створені збірники задач [1; 2], які використовують під час навчання студентів спеціальності 014 «Середня освіта (математика)».

У статті О.В. Водолаженка, В.Г. Моторної [3] представлено обґрунтування того, що методичні задачі відіграють роль засобу формування методичної

компетентності майбутнього вчителя математики.

Питанням технології створення та використання основних типів завдань та запитань, які використовуються під час навчання окремих тем навчальної дисципліни «Наукові основи шкільного курсу математики» (НОШКМ) присвячені статті Л.О. Соколенко [4–10].

Зокрема, у статті [6, с. 188–193] запропоновано класифікацію запитань та завдань, призначених для проведення занять з НОШКМ та самостійного опрацювання студентами. Досвід формування спеціальних компетентностей під час навчання дисципліни НОШКМ представлений у статті [4, с. 264–269].

Технологія навчання теоретичних основ окремих тем курсу, запропонована у статтях [5; 8–10], та матеріалах конференції [7].

Окремі задачі з посібників [11; 12] відносяться до задач курсу НОШКМ та можуть бути використані під час проведення практичних занять.

Узагальнення особливостей основних типів завдань та запитань навчальної дисципліни, які використовуються під час навчання 15-ти тем курсу НОШКМ [6, с.189–190], розгляд технології їх створення та методики використання в навчальному процесі є необхідним. Ці питання будуть розглянуті нами у даній статті.

Мета статті. Представити основні типи завдань та запитань, які використовуються під час читання навчальної дисципліни «Наукові основи шкільного курсу математики», охарактеризувати технологію їх створення, розкрити методичні особливості їх використання в навчальному процесі.

Виклад основного матеріалу дослідження. Предметом вивчення навчальної дисципліни «Наукові основи шкільного курсу математики» є шкільна математика, яка розглядається з позицій за-

гальних ідей та понять математики і логіки, що складають її основу.

Для проведення лекційних занять курсу за основу беруться *контрольно-смыслові запитання і завдання репродуктивного характеру*. Заняття проводяться у формі бесіди зі студентами по питанням поставленим напередодні заняття. Відповіді на ці питання переважно відомі їм з фундаментальних математичних дисциплін, курсу «Методика навчання математики» чи потребують пошуку інформації за вказаною літературою.

До найбільш поширених відносяться *завдання* пов'язані з: 1) проведенням аналізу програм шкільного курсу математики (ШКМ) та навчальних дисциплін, що вивчаються у ЗВО на предмет навчання змістової лінії курсу, теми курсу, математичних понять, їх ознак і властивостей; 2) проведенням аналізу ШКМ з точки зору фундаментальної математичної ідеї (множина, відповідність, відображення, відношення, алгебраїчна операція та ін.); 3) з'ясуванням питань історії виникнення певних математичних понять та їх застосуванням; 4) проведенням порівняльної характеристики методів введення та формування математичних понять під час навчання ШКМ та фундаментальних математичних дисциплін у ЗВО; 5) проведенням порівняльної характеристики методів доведення теорем, які вивчаються в ШКМ з доведеннями, що пропонуються під час навчання відповідних математичних дисциплін у вищій школі; 6) підбором прикладів завдань певного типу зі шкільних підручників та підручників і посібників з математики для ЗВО та ін.

Як приклад пропонуємо контрольні-смыслові запитання і завдання репродуктивного характеру теми 12 «*Координати і вектори у просторі*».

1. Проведіть аналіз діючих програм шкільного курсу геометрії старшої школи на предмет вивчення координат і векторів у просторі. Визначте місце теми в програмі. Вимоги до знань і умінь учнів.

2. Зробіть порівняльну характеристику *змісту та вимог до знань, умінь і навичок учнів* з тем «Координати в просторі», «Вектори в просторі» в основній та старшій школі.

3. Виділіть понятійний апарат теми «Координати у просторі» та здійсніть порівняльну характеристику з понятійним апаратом теми «Координати на площині»

курсу геометрії основної школи. З'ясуйте роль аналогії у формуванні провідних математичних понять.

4. Які особливості існують у формуванні цих понять під час навчання курсу «Аналітична геометрія»?

5. Згадайте методичний підхід, який застосовується до виведення формул *координат середини відрізка, відстані між двома точками* на площині в курсі геометрії 9 класу?

6. Як метод аналогії застосовується під час виведення цих формул в курсі стереометрії старшої школи?

7. Як виводиться формула *координати точки, яка ділить відрізок у заданому відношенні*? Проведіть аналогію між виводом цієї формули на площині та у просторі.

8. Як вводиться поняття *рівняння фігури F* у прямокутній системі координат в основній та старшій школі?

9. Що називають *аналітичним завданням фігури Ф*? Як означається поняття *рівняння лінії* в деякій афінній системі координат?

10. Який підхід до складання рівняння кола застосовують в курсі геометрії основної школи? Порівняйте його з підходом, що використовують в курсі аналітичної геометрії.

11. Проведіть аналогію між складанням рівняння кола та сфери? Які методичні підходи застосовуються до складання рівняння сфери у шкільних підручниках геометрії та в курсі аналітичної геометрії?

12. Який *тип рівняння площини* розглядається в курсі стереометрії старшої школи? Як виводиться це рівняння?

13. Які інші *типи рівнянь площини* вивчаються в курсі аналітичної геометрії?

14. Які означення поняття вектора вам відомі? Яке з них розглядається у шкільному курсі геометрії?

15. Проведіть аналогію між означеннями понять, пов'язаними з поняттям вектор (координати вектора, рівні вектори, співнапрямлені та протилежно напрямлені вектори, абсолютна величина вектора, сума, різниця, добуток вектора на число, колінеарні вектори, скалярний добуток векторів) на площині та у просторі.

16. Проведіть аналогію між виконанням операцій над векторами на площині та у просторі та вивченням їх властивостей.

17. Пригадайте векторне обґрунтування геометрії Евкліда, яке ви вивчали в курсі «Основи геометрії». Які об'єкти є *вихідними*? Які відношення є *основними*?

18. На які групи розділені 17 аксіом тривимірного евклідового простору?

19. Повторіть ці аксіоми.

20. Об'єднання яких груп аксіом є аксіоматикою тривимірного векторного евклідового простору?

21. Які вектори називаються *компланарними*? Як здійснюється розклад вектора за трьома не компланарними векторами?

22. В чому полягає суть *координатного та векторного методів*?

23. Дайте означення *векторного добутку двох векторів*. Назвіть його властивості.

24. В чому полягає *геометрична властивість векторного добутку*?

25. Дайте означення *мішаного добутку трьох векторів*. Назвіть його властивості.

26. В чому полягає *геометрична властивість мішаного добутку*?

Виконання зазначених завдань та пошук відповідей на поставлені запитання сприяє формуванню *спеціальних компетентностей*, до яких ми відносимо: 1) здатність знаходити математичні аналоги шкільних математичних понять серед понять курсів вищої математики; 2) вміння добирати теореми з курсів вищої математики, використання яких розширює системи задач шкільних курсів математики; 3) здатність використовувати причинно-наслідкові зв'язки для систематизації матеріалу шкільних підручників там де це необхідно; 4) вміння застосовувати теореми математичного аналізу для обґрунтувань у курсі алгебри і початків аналізу; 5) розуміння *еквівалентності означень* окремих математичних понять та вміння застосовувати їх на практиці з різною методичною метою; 6) обізнаність у більш широкому розгляді математичного питання (проблеми) ніж воно представлено в окремих курсах шкільної математики [12, с. 265–266].

Виконання завдань *реконструктивного та творчого характеру* з кожної теми курсу відбувається під час проведення практичних занять та виконання самостійної роботи. На практичних заняттях продовжується робота над формуванням у студентів-магістрантів *спеціальних компетентностей*, серед яких: 1) вміння підбирати та конструювати приклади і контрприкладів; 2) вміння

застосовувати апарат фундаментальних математичних дисциплін до розв'язування типових задач шкільного курсу; 3) вміння створювати тестові завдання, які пов'язані з науковими основами ШКМ.

Розглянемо приклади завдань, які сприяють формуванню *вмін студентів підбирати та конструювати приклади*.

Завдання 1. Згадайте означення *відношення*. Наведіть приклади відношень, які мають місце у шкільному курсі математики. Які з цих відношень є *відношеннями еквівалентності*?

Завдання 2. Наведіть приклад функції, заданої аналітично, у якій областю визначення є:

а) множина, яка складається з двох чисел;

б) множина, яка складається з трьох чисел;

в) відрізок $[0; 1]$ і точка $x=2$.

Відповідь. а) $y = \sqrt{\frac{2}{3}x^2 - x^4 - \frac{1}{9}}$;

б) $y = \sqrt[4]{-x^2(x-3)^2(x-5)^2}$;

в) $y = \sqrt{(x-2)^2(x-x^2)}$.

Завдання 3. Наведіть приклад елементарної функції, яка задовольняє таку умову:

а) $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$;

б) $f(x+y) = f(x) + f(y)$;

в) $f(x \cdot y) = f(x) \cdot f(y)$;

г) $f(x \cdot y) = f(x) + f(y)$.

Відповідь. а) $f(x) = x^3$; б) $f(x) = 5x$;

в) $f(x) = x$; г) $f(x) = \log_3 x$.

Завдання 4. Наведіть приклад парної функції, визначеної на всій числовій прямій, яка набуває як додатних так і від'ємних значень, але в жодній точці не перетворюється на нуль.

Відповідь. $f(x) = \begin{cases} 2, & |x| \leq 1, \\ -2, & |x| > 1. \end{cases}$

До запитань, що сприяють формуванню *вмін студентів наводити контрприклад* відносяться наступне: Чи завжди виконується твердження «Якщо функція f неперервна на деякому проміжку, то на цьому проміжку вона обмежена»??

Контрприклад. $f(x) = \frac{1}{x}$ – функція

неперервна на проміжку $(0; 1]$, але не є обмеженою на цьому проміжку.

Представимо приклади завдань та запитань, які сприяють формуванню вмінь студентів застосовувати апарат фундаментальних математичних дисциплін до розв'язування типових задач шкільного курсу.

Завдання. Застосуйте метод оцінки значень лівої та правої частини рівняння для розв'язування рівняння

$$4\sin^2(\pi x) + 4\cos^2(\pi x) = -8x^2 + 12|x| - \frac{1}{2}$$

Вказівка. Для оцінки значень лівої частини скористайтесь нерівністю $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$. Для оцінки значень правої частини дослідіть функцію $g(x) = -8x^2 + 12|x| - \frac{1}{2}$ та побудуйте її графік.

Запитання. Чи рівносильні предикати

$$r(x): \sqrt{x} \cdot \sqrt{x+1} = \sqrt{2} \text{ і}$$

$$s(x): \sqrt{x(x+1)} = \sqrt{2}?$$

Якщо ні, то який з них логічно випливає з іншого?

Розглянемо приклади тестових завдань, призначених для навчання теми «Логічна структура арифметики та її навчання. Теоретико-множинний та аксіоматичний підходи до побудови арифметики цілих невід'ємних чисел»

Завдання 1. Оберіть правильні відповіді.

1. Натуральне число може бути:

А	Б	В
від'ємним	порядковим	дробовим
Г	Д	
кількісним	раціональним	

2. Серед наведених множин виберіть рівнопотужні.

А	множина материків
Б	множина океанів
В	множина літер слова "математика"
Г	множина діагоналей шестикутника
Д	множина парних чисел, серед перших десяти чисел натурального ряду чисел

3. Нехай $a=n(A)$, $b=n(B)$. Число a менше від числа b ($a < b$) тоді і тільки тоді коли:

А	Б
$A \sim B_1$, де $B_1 \subset B$ і $B_1 \neq B$, $B_1 = \emptyset$	$A \sim B_1$, де $B_1 \subset B$ і $B_1 \neq B$
В	Г
$A \sim B$	$A \sim B_1$, де $B_1 \neq B$, $B_1 = \emptyset$

4. Нехай A і B – дві скінченні множини, $A \cap B = \emptyset$, $n(A)=a$, $n(B)=b$.

Сумою цілих невід'ємних чисел a і b називають ціле невід'ємне число $c=a+b$, яке визначає:

А	Б	В
$n(A \setminus B)$	$n(A \cup B)$	$n(A \times B)$
Г	Д	
$n(\overline{B_A})$	$n(A \cap B)$	

5. Яке з тверджень є **неправильним** для цілих невід'ємних чисел (ЦНЧ)?

А	Добуток ЦНЧ існує і єдиний
Б	Різниця ЦНЧ існує і завжди
В	Якщо ділення двох ЦНЧ можливе, то їхня частка єдина
Г	Ділення неасоціативне
Д	Сума ЦНЧ існує і єдина

6. **Додаванням** цілих невід'ємних чисел називається така **бінарна операція**, яка кожній упорядкованій парі чисел (x, y) ставить у відповідність суму чисел $(x+y) \in N_0$ і задовольняє аксіоми:

А	Б
$(\forall x, y \in N_0) (x+y \neq x)$	$(\forall x, y \in N_0) (x+y = y+x)$
В	Г
$(\forall x \in N_0) (x+0 = x)$	$(\forall x, y \in N_0) (x+y' = (y+x)')$

Завдання 2. Розгляньте як використовується *метод математичної індукції* для доведення асоціативного (сполучного) закону: $(a+b)+c = a+(b+c) = a+b+c$, де a, b, c – цілі, невід'ємні числа.

Висновки і перспективи подальших досліджень. Завдання та запитання, які використовуються під час навчання навчальної дисципліни «Наукові основи шкільного курсу математики» здебільшого мають дослідницький характер та сприяють узагальненню знань з різних розділів математики. Подальша розробка запитань та завдань різних типів за вказаною технологією триває.

Список бібліографічних посилань

- Жовнір Я. М., Євдокимов В. І. 500 задач з методики викладання математики: Навчальний посібник. Харків: Основа, 1997. 392 с.
- Прус А.В., Швець В.О. Збірник задач з методики навчання математики. Житомир: Рута, 2011. 388 с.
- Водолаженко О.В., Моторіна В.Г. Розв'язування методичних задач як засіб формування методичної компетентності майбутнього вчителя математики. *Science and Education a New Dimension: Pedagogy and Psychology*. 2013, Vol. 7. С. 41–49.
- Соколенко Л.О. Досвід формування спеціальних компетентностей під час навчання дисципліни «Наукові основи шкільного курсу математики». *Науковий часопис національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова. Серія №5. Педагогічні науки: реалії та перспективи*. Київ:

- Вид-во НПУ імені М.П. Драгоманова, 2018. Вип. 61. С. 264–269.
- Соколенко Л.О. Методика навчання наукових основ функціональної змістової лінії майбутніх вчителів математики. *Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки*. Черкаси, 2017. Вип.12. С. 77–87.
 - Соколенко Л.О. Наукові основи шкільного курсу математики як невід'ємна складова частина професійної підготовки сучасного вчителя. *Науковий часопис національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова. Серія №5. Педагогічні науки: реалії та перспективи*. Київ: Вид-во НПУ імені М.П. Драгоманова, 2018. Вип. 62. С. 188–193.
 - Соколенко Л.О. Про застосування теорії прямої до розв'язування задач шкільного курсу геометрії. *Сучасна освіта в контексті нової української школи: зб. тез за матеріалами Всеукраїнської науково-практичної конференції з міжнародною участю, 11–12 жовтня 2018 р.* Чернівці, 2018. С.153–156.
 - Соколенко Л.О. Роль теоретичних основ змістової лінії "Числа" у професійній підготовці вчителя математики. *Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського національного університету ім. Івана Огієнка. Серія педагогічна*. Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет ім. Івана Огієнка, 2016. Вип. 22. С. 114–117.
 - Соколенко Л.О. Технологія навчання теоретичних основ змістової лінії «Рівняння і нерівності». *Збірник наукових праць "Педагогічні науки" Херсонського державного університету*. Херсон, 2017. Вип. LXXIV. Том 2. С. 168–173.
 - Соколенко Л.О. Технологія навчання теоретичних основ теми «Розширення поняття про число». *Збірник наукових праць "Педагогічні науки" Херсонського державного університету*. Херсон, 2016. Вип. LXXI. Том 2. С. 135–142.
 - Кужель О.В. Контрприклад в математиці: Для серед. та ст. шк. віку. Київ: Рад. шк., 1988. 96с.
 - Вавилов В.В., Мельников І.І., Олехник С.Н., Пасиченко П.І. Задачі по математике. Начала анализа: Справ. пособие. Москва: Наука, 1990. 608 с.
 - Vodolazhenko, A.V., Motorina, V.G. (2013). The Solution of Methodological Problems as Mean of Formation the Methodical Competence of the Future Teachers of Mathematics. *Science and Education a New Dimension: Pedagogy and Psychology*. 7, 41–49.
 - Sokolenko, L. (2018). Experience of forming special competencies while training the discipline «Scientific foundations of the school mathematics course». *Scientific journal of the National Pedagogical University named after M.P. Drahomanov. Series #5. Pedagogical sciences: realities and perspectives*. Kyiv: Publishing House of M.P. Drahomanov NPU. 61. 264–269.
 - Sokolenko, L. (2017). Methods of teaching scientific foundations of the functional content line of future mathematics teachers. *Bulletin of Cherkasy University. Series: Pedagogical Sciences*. Cherkasy, 12, 77–87.
 - Sokolenko, L. (2018). «Scientific bases of the school mathematics course» as an integral part of the professional training modern teacher. *Scientific journal of the National Pedagogical University named after M.P. Drahomanov. Series #5. Pedagogical sciences: realities and perspectives*. Kyiv: Publishing House of M.P. Drahomanov NPU. 62. 188–193.
 - Sokolenko, L. (2018). On the application of the theory of a straight to solving problems of the school course of geometry. *Modern education in the context of the new Ukrainian school: a collection of abstracts on the materials of the All-Ukrainian scientific and practical conference with international participation, October 11–12*. Chernivtsi: Institute of postgraduate pedagogical education of Chernivtsi region. 153–156.
 - Sokolenko, L. (2016). The role of theoretical foundations content line "Numbers" in the professional training of mathematics teachers. *Collection of scientific papers Kamyanets-Podilsky Ivan Ogienko National University. Pedagogical series*. 22, 114–117.
 - Sokolenko, L. (2016). Technology training theoretical foundations of content line «Equations and inequalities». *Collection of scientific papers «Pedagogical sciences» of Kherson State University*. LXXIV, 2, 168–173.
 - Sokolenko, L. (2016). Technology training theoretical foundations of theme «Expansion of the concept of number». *Collection of scientific papers «Pedagogical sciences» of Kherson State University*. LXXI, 2, 135–142.
 - Kuzhel, O.V. (1988). Counterexamples in mathematics. Kyiv: Soviet school.
 - Vavilov, V.V., Melnikov, I.I., Olehnik, S.N., Pasichenko, P.I. (1990). Math Tasks. Beginning of the analysis: a reference guide. Moscow: Science.

References

SOKOLENKO Liliya,

Ph.D in Pedagogy, Associate Professor, Associate Professor of Mathematics and Economics Department, T.H. Shevchenko National University «Chernihiv Colehium»

TECHNOLOGY OF CREATION AND USE OF THE MAIN TYPES OF TASKS AND QUESTIONS OF THE EDUCATIONAL DISCIPLINE «SCIENTIFIC FOUNDATIONS OF THE SCHOOL COURSE OF MATHEMATICS»

Summary. Introduction. The tasks and questions of the academic discipline «Scientific fundamentals of the school course of mathematics» can be considered as a separate type of tasks in the teaching methods of the mathematics, which have their own peculiarities.

The interdisciplinary connections of this discipline with fundamental mathematical disciplines, school mathematics and the «Mathematics teaching methods» directly determine the types of tasks and questions of the course and are used during their creation.

Purpose. To present the main types of tasks and questions that are used when reading the academic discipline «Scientific fundamentals of the school course of mathematics», to describe the technology of their creation, to reveal the methodical peculiarities of their use in the educational process.

Methods. Theoretical: analysis and comparison of spacial mathematical disciplines syllabuses of higher school and from mathematics curriculum for comprehensive school general, content and approach near exposition of theoretical material in textbooks from this theme. Empirical: questioning (with the aim of determination of level of knowledge of students from the courses of mathematics of higher school).

Results. The control-semantic questions and problems of reproductive character, which are used as the basis for conducting lecture courses of the educational, are described, the most common types of tasks and questions and special competencies became separate, the formation of which is facilitated by students of the mentioned types of tasks. The classical tasks of reconstructive and creative nature, which are used during conducting practical clas-

ses and performing independent work on all themes of the course, and highlighted the special competencies that students develop when working with this didactic material. The article contains numerous examples of questions and tasks.

Originality. The author's classification of the main types of tasks and questions of the discipline of the SFSCM is presented, concrete examples are presented, created and selected by the author, which are used during the study of the course of masters students of the specialty 014 Secondary Education (Mathematics) of the T.H. Shevchenko National University «Chernihiv Colehium».

Conclusion. The tasks and questions used during the study of the academic discipline «Scientific fundamentals of the school course of mathematics» are mostly research-oriented and contribute to the generalization of knowledge in various sections of mathematics. Further development of questions and tasks of different types under the given technology continues.

Keywords: types of tasks and questions, methodical peculiarities, educational discipline «Scientific fundamentals of the school course of mathematics», technology of creation and use.

Одержано редакцією 01.05.2019
Принято до публікації 23.05.2019