

Чернігівський державний педагогічний
університет імені Т.Г.Шевченка
Чернігівський обласний педагогічний ліцей

кафедра фізики

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДЛЯ ВСТУПНИКІВ ДО ЛІЦЕЮ

(фізико-математичний профіль)

Чернігів 1999

методичні рекомендації для вступників до ліцею
(фізико-математичний профіль)

Складено:

к.фіз.мат.н., доцент кафедри фізики ЧДПУ А.П.Середній
к.фіз.мат.н., доцент кафедри фізики ЧДПУ М.М.Дідович,
к.фіз.мат.н., доцент кафедри фізики ЧДПУ В.М.Дідович.

Вступні іспити – дуже відповідальна та важлива подія. У кожному навчальному закладі існують свої вимоги та особливості, які треба враховувати при вступі.

Мета даних методичних рекомендацій – ознайомити учнів, які вирішили навчатися у Чернігівському обласному педагогічному ліцеї, з вимогами до відповідей на вступних екзаменах з фізики.

Методичні рекомендації містять завдання з фізики, які використовувались на протязі трьох останніх років при вступі до ліцею, приклади розв'язування завдань з фізики, рекомендовану літературу для підготовки до іспитів.

Виводи основних законів, формул – необхідна умова для розв'язування задач з фізики. Необхідна, але ще не достатня. Можна на зубок знати всі формули і закони, а все одно однак не розв'язати. Тому-то мало знати формули, потрібно ще навчитись їх застосовувати.

Мета даного посібника – показати і практично повністю застосування фізичних законів і формул в різних випадках фізики. Передумовою цього є знання математики, адже мова фізики – математична. Будь-який фізичний закон чи формула виражає певну функціональну залежність між відомими і шуканими величинами. Тому перш за все необхідно навчитись працювати з формулами. Наприклад, ви знаєте, що в даній задачі (На якій висоті прискорення вільного падіння в 2 рази менше, ніж на поверхні Землі) необхідно застосувати закон Всесвітнього тяжіння

$$F = \gamma \frac{Mm}{(R+h)^2} \rightarrow g = \gamma \frac{M}{(R+h)^2};$$

Проте вам необхідно шукати не силу, а висоту. Як бути? Ось чому віміть собі за правило – вивчили формулу, навчіться визначати всі величини, що стоять у правій її частині. Через яку-небудь дрібну помилку, неправильно поставлений знак “плюс” або “мінус”, неправильно знайдену величину з чисельника чи знаменника формули вся задача може піти “нанівець”. Тому-то не нехуйте математику, вона вам цього не вибачить. Більш того, глибокі знання з математики часто-густо дозволяють зробити задачу з менш громіздкими математичними перетвореннями. Так, в даній задачі необов'язково розв'язувати квадратне рівняння. Можна цей закон застосувати 2 рази – на поверхні землі і на висоті h

$$g_0 = \gamma \frac{M}{R^2};$$

$$g_0/2 = \gamma \frac{M}{(R+h)^2};$$

Поділивши рівняння почленно, знайдемо:

$$2 = \frac{(R+h)^2}{R^2};$$

Добудемо корінь з правої і лівої частини рівняння

$$\sqrt{2} = \frac{R+h}{R};$$

$$R\sqrt{2} = R+h \rightarrow h = R(\sqrt{2}-1) = 0,41R$$

Загальні поради щодо фахових випробувань з фізики.

Підготовку до іспиту необхідно розпочинати зі складання індивідуального плану роботи. В його основу повинні бути покладені програми і підручники з фізики і математики. В плані необхідно передбачити час для повторення курсів фізики і математики і для розв'язання задач з фізики.

Склавши план підготовки до фахових випробувань, необхідно домагатися його повного і своєчасного виконання. Для кращого засвоєння матеріалу рекомендується читати одні і тіж розділи двічі: перший раз для швидкого ознайомлення з матеріалом, другий раз повільно для більш уважного вивчення і кращого запам'ятовування. При повторному читанні рекомендується вести конспект. Ведення конспекту мобілізує увагу. Коли людина намагається щось записати, вона читає більш уважно. Крім того чергування читання з записами підвищує працездатність і зменшує втому. Конспектування є до деякої міри і контролем сприйняття матеріалу, що вивчається: не розуміючи прочитаного, важко виділити і записати суть. Записи полегшують запам'ятовування прочитаного, оскільки записаний матеріал краще закріплюється в нашій пам'яті. В конспект варто записувати тільки найголовніше: закони і формули, визначення, суть явища, схему експерименту. Записи повинні бути стиснутими і лаконічними. Найбільш важливі місця чи формули необхідно підкреслити або виділити іншим кольором. За якісним конспектом перед іспитом можна

швидко відновити в пам'яті вивчений матеріал, повторити його, швидко знайти необхідну довідку. Довгі і блятосливі записи для цього непридатні і їх важко використати.

При читанні підручника і написанні конспекту необхідно прагнути не лише запам'ятовувати основні закони, формули і поняття фізики, а бажано зрозуміти основні ідеї, суть фізичних явищ, засвоїти систему доказів та логічний зв'язок між окремими положеннями.

Після того як матеріал засвоєно, законспектовано, можна почати розв'язання задач. Розв'язок задач допомагає більш глибоко вивчити матеріал, краще його запам'ятати. Найкраще запам'ятовуються ті формули, які використовуються при розв'язанні задач. Якщо задачі розв'язані швидко, без особливих зусиль, то це свідчить про добре засвоєння теоретичного матеріалу. Тому треба завжди прагнути розв'язувати якомога більше задач.

При розв'язуванні конкретної задачі радимо дотримуватися наступних рекомендацій:

- З'ясуйте фізичний зміст задачі; прикиньте, які дані, закони, правила чи закономірності можуть бути залучені додатково;
- Короткий запис умови задачі з виконанням відповідного малюнку (якщо в цьому є потреба);
- Складання плану розв'язування задачі;
- Розв'язування задачі в загальному вигляді.

Аналіз одержаної формули.

- Вибір системи одиниць, в якій буде розв'язано задачу, переведення даних фізичних величин в одиниці вибраної системи;
- Знаходження найменшування шуканої величини та її числового значення;
- Дослідження відповіді та її аналіз.

Структура екзаменаційного білета.

До екзаменаційного білета включається кілька задач (5-8) різного ступеня складності: підвищеної,

середньої і якісних задач, що передбачають і прості кількісні розрахунки.

Вступнику доцільно почати розв'язок з простих (якісних) задач, а потім перейти до задач середньої складності. Ця порада необов'язкова, але нам здається, що вона доречна, якщо враховувати психологічний фактор та хвилювання вступників на іспитах. Якщо ж частина задач буде розв'язана, то вступник буде більш впевнено себе почувати, інтенсивність його роботи підвищиться.

Задачі не виходять за межі програми шкільного курсу фізики і, як правило, беруться зі збірників В.І. Лукашика "фізичні олімпіади в 7-8 класах середньої школи" та П.А.Римкевич, А.П.Римкевич "Збірник задач з фізики".

Приклади розв'язування задач.

А. Вчення про теплоту (теплота і робота, зміна агрегатного стану речовини).

Задача №1. Автомобіль пройшов шлях $S = 121,5$ км зі швидкістю 42 км/год і витратив при цьому 24,3 кг бензину. Яку середню потужність розвнув двигун автомобіля під час руху, якщо коефіцієнт корисної дії двигуна 25%?

Розв'язання. При роботі двигуна за рахунок згоряння бензину виділяється теплота, частина якої (25%) йде на виконання механічної роботи по переміщенню автомобіля. Отже можна записати

$$A = \eta qm, \text{ де } q = 46 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$$

З інших міркувань можна записати

$$A = N \cdot t, \text{ де } N - \text{потужність, } t - \text{час руху автомобіля рівний } S/v$$

Привівнявши праві частини, маємо:

$$\eta qm = NS/v \rightarrow \eta qmv/S = N$$

$$N = \eta qmv/S \left[\frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}}{\text{кг} \cdot \text{с} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт} \right]$$

Задача зроблена вірно, проведено числові розрахунки і маємо: $N = 26,8$ кВт.

Задача №2. В кастрюлю налили холодної води при температурі $t_1 = 10^\circ\text{C}$ і поставили на електрорігитку. Через $\tau_1 = 10$ с вода закипіла. Через який час вода повністю випарується?

Розв'язання. Нехай маса води m кипить при температурі $t_2 = 100^\circ\text{C}$. Отже потужність електрорігитки, необхідна для нагрівання води до кипіння, дорівнює

$$P = cm(t_2 - t_1) / \tau_1, \text{ де } c - \text{питома теплоємність води.}$$

При цій же потужності час, необхідний для повного нагрівування води, можна визначити із співвідношення

$$P = Lm / \tau_2, \text{ де } L - \text{питома теплота пароутворення.}$$

Привівняємо праві частини цих рівнянь.

$$cm(t_2 - t_1) / \tau_1 = Lm / \tau_2 \rightarrow \tau_2 = L \tau_1 / c(t_2 - t_1)$$

$$\tau_2 = L \tau_1 / c(t_2 - t_1) \left[\frac{\text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \text{кг} \cdot \text{град}}{\text{кг} \cdot \text{дж} \cdot \text{град}} = \text{с} \right]$$

Після підрахунків маємо $\tau_2 = 61$ хв.

Задача 3. Свинцева куля, що летить з швидкістю $v_1 = 300$ м/с, пробиває дошку і швидкість її зменшується до $v_2 = 100$ м/с. початкова температура кулі $t_0 = 27^\circ\text{C}$. Яка частина маси кулі розплавиться?

Розв'язання. При проходженні дошки зменшується швидкість кулі і, отже, зменшується її кінетична енергія на

$$\text{величину } \Delta E = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = \frac{m}{2} (v_1^2 - v_2^2);$$

Це кінетична енергія йде на нагрівання кулі масою m до температури плавлення свинцю θ_0 і на розплавлення частини кулі масою m_1 .

Отже, можна записати

$$(v_1^2 - v_2^2) \cdot m / 2 = cm(\theta_0 - t_0) + \lambda m_1, \text{ де } \lambda - \text{питома теплота}$$

плавлення свинцю

$$(v_1^2 - v_2^2) \cdot m / 2 - cm(\theta_0 - t_0) = \lambda m_1$$

Поділимо на m , зведемо до спільного знаменника і маємо:

$$m_1 = \frac{(v_1^2 - v_2^2) \cdot m / 2 - 2c(\theta_0 - t_0)}{2\lambda} \left[\frac{\text{м}^2 \cdot \text{м}^2 \cdot \text{дж} \cdot \text{град}}{\text{с}^2 \cdot \text{с}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{град}} = \frac{\text{дж}}{\text{кг}} \right]$$

ос розмірна величина

В. Електрика і магнетизм (електростатика, сила струму, опір провідників, робота і потужність струму)

Задача 1. Як за допомогою від'ємно зарядженої кульки зарядити позитивно другу таку ж кульку, не міняючи заряду першої?

Розв'язання. Можна піднести заряджену кульку до незарядженої і доторкнутись до незарядженої пальцем (на короткий час заземлити). В результаті кулька одержить позитивний заряд. Заряд першої кульки залишиться незмінним.

Задача 2. Чи можна включити в мережу 220 В послідовно дві лампи однакової потужності, розраховані на 110В?

Розв'язання. Можна, так як напруга розподілиться порівну і лампи будуть горіти в нормальному режимі.

Задача 3. Дві електроплитки включені в мережу паралельно. Опір першої плитки 60 Ом, другої – 24 Ом. Яка з плиток споживає більшу потужність і у скільки разів?

Розв'язання. Нехай напруга в мережі U, а P_1, R_1 і P_2, R_2 – потужність і опір відповідно першої і другої плиток.
 $P_1=U^2/R_1$; $P_2=U^2/R_2$.

$$\text{Отже, } \frac{P_1}{P_2} = \frac{U^2 R_2}{U^2 R_1} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{24}{60} = 0,4 \text{ або } P_2/P_1 = 2,5.$$

Це означає, що плитка з меншим опором споживає в 2,5 разів більшу потужність.

Задача 4. Чи можна включити в мережу 220 В послідовно дві лампи різної потужності, розраховані на 110 В?

Розв'язання. Не можна. Лампа більшої потужності має менший опір $R = U^2/P$, тому напруга на ній буде менше за 110В.

На лампі ж меншої потужності напруга перевищує 110 В, тому вона може перегоріти.

Підстановка числових значень дає:
 $m_1/m = 0,096 \approx 0,1$, тобто розплавиться близько однієї десятої маси кулі.

Б. Механіка рідин і газів (тиск рідин і газів, атмосферний тиск, Архімедова сила)

Задача №1. В посудину налито ртуть і зверху олію. Опушена в посудину куля плаває так, що якраз наполовину занурена в ртуть. Визначити густину матеріалу кулі. Густина ртуті $\rho_1=13600$ кг/м³, олії $\rho_2=900$ кг/м³.

Розв'язання. За умовою плавання тіл, вага кулі дорівнює вазі витіснених рідин

$$\rho_k V_k g = \rho_1 V_k g / 2 + \rho_2 V_k g / 2 \rightarrow \rho_k = \rho_1 / 2 + \rho_2 / 2$$

Задача 2. Пустотіла мідна куля плаває у воді в завислому стані. Чому дорівнює маса кулі, якщо об'єм повітряної порожнини дорівнює $V_1=17,75$ см³?

Позначимо зовнішній об'єм міді V, а об'єм міді, з якої зроблено кулю V_2 , тоді $V_2=V-V_1$, а маса міді $m=\rho_m(V-V_1)$, де ρ_m – густина міді, рівна 8900 кг/м³. Виштовхуюча сила, яка діє на кулю в воді, рівна $F=\rho_v g V$, де ρ_v – густина води, рівна 1000 кг/м³.

Так як куля плаває в завислому стані, то $F=P$, тобто $\rho_v g V = \rho_m g (V - V_1)$

$$\text{Звідси } V = V_1 * \rho_m / (\rho_m - \rho_v)$$

Після підстановки числових значень маємо – зовнішній об'єм кулі $V=20$ см³, отже об'єм міді, з якої зроблено кулю $V_2=V-V_1=20-17,75=2,25$ см³, а отже її маса $m=\rho_m V_2=20$ г.

Задача №3. До якої висоти h необхідно налити однорідну рідину в посудину, що має форму куба з стороною a, щоб сила тиску рідини на дно посудини була рівна силі тиску на бокові стінки (товщиною стінок посудини знехтувати)

Розв'язання. Тиск рідини на дно посудини $p_1 = \rho g h$, сила тиску $F_1 = p_1 S = \rho g h a^2$

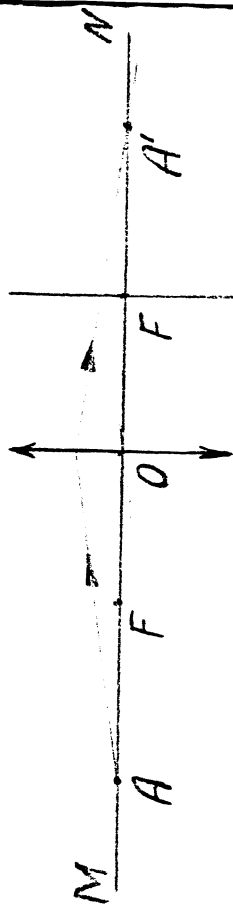
Тиск рідини на стінки посудини $p_2 = \rho g h / 2$, а сила тиску $F_2 = p_2 S$, де S – площа всіх чотирьох стінок посудини, $S = 4S_1 = 4 h a$, отже $F_2 = 4 \rho g h a / 2 = 2 \rho g h^2 a$. За умовою $F_2 = F_1$
 $\rho g h a^2 = 2 \rho g h^2 a \rightarrow h = a / 2$.

Г. Світлові явища (заломлення та відбивання світла, побудова зображень в плоскому дзеркалі та лінзах)

Задача 1. Тіні від штанг футбольних воріт вранці і ввечері довші, ніж вдень. Чи змінюється протягом дня тінь від перекладини воріт.

Розв'язання. Не змінюються, тому що на рівні поверхні стадіона довжинатіні завжди рівна відстані між вершинами (основами) штанг.

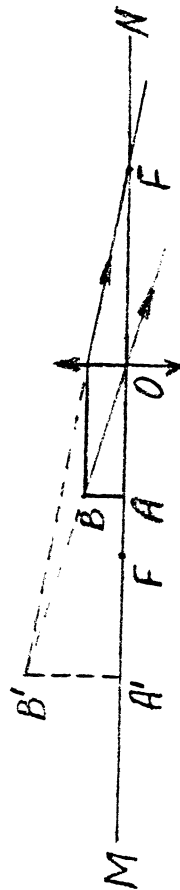
Задача 2. Побудувати зображення точки A , що знаходиться на головній оптичній осі збірної лінзи.
Розв'язання.



1 – проводимо довільний промінь від точки A до лінзи; 2 – паралельно до цього променя проводимо побічну оптичну вісь до перетину з фокальною площиною; 3 – проводимо фокальну площину; 4 – промінь після лінзи пройде через точку перетину побічною віссю фокальної площини. На перетині цим променем головної оптичної осі буде знаходитись зображення точки $A - A'$.

Задача 3. Чи можна за допомогою збірної лінзи одержати уявне зображення?

Розв'язання. Можна, якщо предмет поставити між фокусом і лінзою.

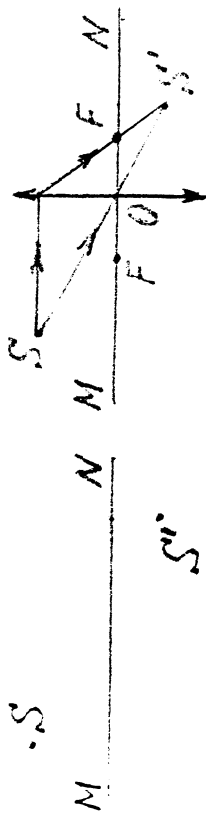


Зображення буде уявне, пряме, збільшене. Це найпростіший оптичний прилад – лупа.

Задача 4.

MN – головна оптична вісь тонкої збиральної лінзи, S і S' – точка і її зображення в лінзі. Побудовою показати положення лінзи і її головних фокусів.

Розв'язання.



Оскільки промінь, що проходить через оптичний центр, не заломлюється в лінзі, то з'єднавши точки S і S' знайдемо положення лінзи – її оптичний центр буде на перетині прямих MN і SS' . З точки S проведемо промінь паралельно головній оптичній осі, за лінзою він пройде через фокус і точку S' , точка перетину цього променя з MN і є задній фокус лінзи. Передній фокус можемо знайти як симетричний задньому або виконаємо таку ж побудову, використавши властивість оборотності світлового променя.

Д. Механіка (кінематика, динаміка, закони збереження).

Механіка – особливий розділ фізики в школах першого ступеня. Він є початком систематичного вивчення фізики у вищій школі, а в середній школі більш не вивчається. Проте в екзаменаційні білети на атестат про середню освіту він включений в повному об'ємі. Фактично вивчення фізики в вищій навчальній закладі також включають механіку.

Ось чому механіці ми приділяємо особливу увагу. Все, що існує в оточуючому нас світі, що ми можемо сприймати за допомогою наших органів, називається матерією. Зараз відомо два види матерії: речовина і поле.

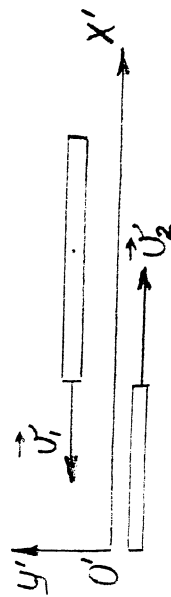
Матерія постійно змінюється і розвивається, або, як кажуть, знаходиться в русі. Під рухом матерії розуміють всі зміни, що з нею відбуваються. Фізика вивчає найпростіші, найбільш загальні форми руху матерії. Однією з форм руху матерії є механічний рух. Механічним рухом називають зміну з часом положення тіла в просторі відносно інших тіл.

Визначення положення тіла у просторі становить основну задачу механіки. Для її розв'язання треба вміти знаходити переміщення тіла. Треба пам'ятати, що переміщення, швидкість та прискорення величини векторні.

Рух і спокій тіла відносні. Відносність руху полягає в тому, що його можна розглядати відносно різних систем відліку. При цьому в різних системах відліку, що рухаються одна відносно іншої, траєкторії, переміщення і швидкості тіл будуть різні. Розглянемо приклад на застосування принципу відносності руху.

Задача 1. Два поїзди їдуть назустріч один одному зі швидкостями $v_1=36$ км/год і $v_2=54$ км/год. Пасажир, який знаходиться у першому поїзді, помічає, що другий поїзд проходить повз нього за $t=6$ с. Яка довжина l другого поїзда?
Розв'язання.

Швидкість поїздів у системі відліку $X^1 Y^1 O^1$, зв'язаній із землею, показано на малюнку. Зв'яжемо систему відліку $X^2 Y^2 O^2$ з першим поїздом, яку будемо вважати нерухомою. Тоді відносно першого поїзда Земля буде рухатись із швидкістю v_1 , протилежно направленою до швидкості першого поїзда у попередній системі відліку.

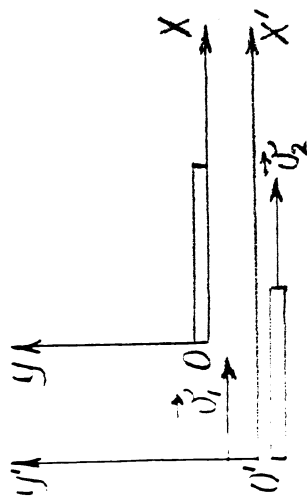


На іншому малюнку показано швидкість v_1 рухомої системи відліку $X^1 Y^1 O^1$ відносно нерухомої $X^2 Y^2 O^2$ та швидкість другого поїзда відносно рухомої системи відліку $X^1 Y^1 O^1$.

Швидкість

Другого поїзда відносно першого $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ у проекціях на вісь OX запишеться так $v = v_1 + v_2$.

Довжина другого поїзда буде рівна $l = vt = (v_1 + v_2)t = (10\text{ м/с} + 15\text{ м/с}) 6\text{ с} = 150\text{ м}$.



Задача 2. Автомобіль проїхав віддаль від A до B зі швидкістю $v_1=60$ км/год, а назад повертався зі швидкістю $v_2=20$ км/год. Яка середня швидкість руху автомобіля?

Розв'язання. Середня швидкість руху автомобіля

$v_s = \frac{2S}{t_1 + t_2}$, де S – відстань між пунктами A і B , $t_1 = S/v_1$ – час руху в одному напрямку і $t_2 = S/v_2$ – час руху в зворотньому напрямку

$$v_s = \frac{2S}{\frac{S}{v_1} + \frac{S}{v_2}} = \frac{2 * 60 * 20}{60 + 20} = 30 \text{ км/год}$$

Всі задачі на прямолінійний рівноприскорений рух можна розв'язати за допомогою двох формул: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$; $S = \vec{v}_0 t + \vec{a}t^2/2$.

Оскільки рух точки розглядається відносно певної системи відліку, то рівняння руху записують у проекціях на осі вибраної системи координат. До двох рівнянь руху входять п'ять величин, тому системі можна розв'язати тоді, коли вона містить два невідомих. З цього випливає,

що при аналізі змісту задачі треба з'ясувати, які три фізичні величини відомі, а які треба визначити.

Послідовність розв'язування задач на рівноприскорений рух може бути така:

1. З'ясувати, які три величини відомо, врахувавши, що деякі з них можуть бути задані неявно. Наприклад, якщо тіло почало рухатись, то його початкова швидкість дорівнює нулю.
2. Вибрати систему відліку та додатній напрям координатної осі. Зробити малюнок, на якому вказати напрям осі та напрям переміщення, початкової і кінцевої швидкостей, прискорення.
3. Записати рівняння руху у проекціях на вибрану координатну вісь.
4. Проаналізувати рівняння та визначити шукану величину у загальному вигляді.
5. Виконати обчислення та проаналізувати відповідь.

У деяких випадках варто записувати рівняння для координати тіла

$$x = x_0 + v_0x t + a_x t^2 / 2$$

Частина задач розв'язується простіше при застосуванні формул:

$$v^2 - v_0^2 = 2aS \text{ та } v_{\text{ср}} = \frac{v_0 + v}{2}$$

Задача 3. З вершини башти висотою $h=15$ м вертикально вгору кидають тіло з початковою швидкістю $v_0=10$ м/с. Через який час воно досягне земної поверхні?

Розв'язання.

Відомо: початкова координата тіла; початкова швидкість; прискорення — g ; кінцева координата. Отже, рівняння руху краще записати у координатній формі.

$$y = h_0 + v_0t - gt^2/2.$$

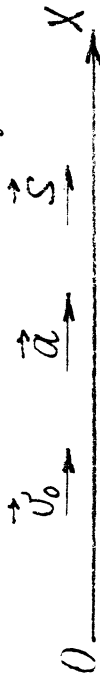
Знаки проекцій початкової швидкості і прискорення взято відповідно до малюнку.

Враховавши, що кінцева координата рівна нулю і підставивши числові значення ($g=10$ м/с²), одержимо: $0 = 15 + 10t - 5t^2$; $t^2 - 2t - 3 = 0$

Корені рівняння: -1 і 3. Перший корінь не задовольняє умову задачі.

Відповідь: Тіло впаде на Землю через 3 с.

Задача 4. Гальмівний шлях поїзда перед зупинкою на станції при початковій швидкості $v_0=72$ км/год становить $S=1$ км. Визначити час гальмування.



Розв'язання.

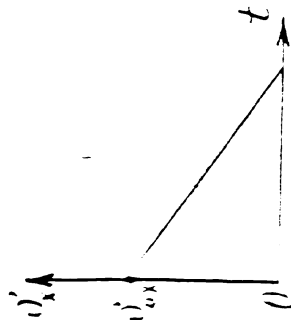
Зв'яжемо систему відліку із Землею та вкажемо на малюнку додатній напрям осі OX та напрям векторних величин. Запишемо рівняння руху у проекціях на вибрану вісь.

$$v = v_0 - at; \quad S = v_0t - at^2/2$$

Враховавши, що $v=0$, визначимо з першого рівняння $a = -v_0/t$. Тоді $S = v_0t - v_0t^2/t2 = v_0t/2$. Звідси $t = 2S/v_0$.

Задачу можна розв'язати інакше. Другий спосіб. Запишемо $S = v_{\text{ср}}t$. При рівноприскореному русі $v_{\text{ср}} = (v_0 + v)/2 = v_0/2$, оскільки $v=0$. Тоді $S = v_0t/2$. Звідси $t = 2S/v_0$.

Третій спосіб. Зобразимо графічно залежність проекції швидкості від часу. Знаючи, що на графіку $v_x(t)$ проекція переміщення визначається площею фігури, що утворюється відповідним графіком і осями координат, можна записати: $S = v_0t/2$. Звідки $t = 2S/v_0$.



Зробимо розрахунок: $t = \frac{2 * 1000m}{20m/c} = 100c$.

Задача 5. Вважаючи, що прискорення руху кулі стало, визначити, у скільки разів її швидкість у середній точці дула рушничі менша від кінцевої швидкості у момент вильоту.

Розв'язання.

Визначимо швидкість у середній точці дула $v_1 = \sqrt{2a \frac{l}{2}}$ і в

момент вильоту $v_2 = \sqrt{2al}$, де l — довжина дула. Їх

$$\text{відношення: } \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{al}{2al}} = \sqrt{\frac{1}{2}}.$$

Отже, посередні дула швидкість кулі менше в $\sqrt{2}$ раз, ніж у момент вильоту.

Для знаходження переміщення матеріальної точки треба знати швидкість, а для знаходження швидкості треба знати прискорення. На питання, коли виникає прискорення, від чого воно залежить та як його визначити, відповідає динаміка, основою якої є закони руху Ньютона.

Зверніть особливу увагу на формулювання і розуміння законів руху Ньютона. Пам'ятайте, що вони виконуються лише в інерціальних системах відліку. З'ясуйте зміст понять маси і сили та вирази для сили тяжіння, пружності і тертя.

Розумінню законів Ньютона та інших понять динаміки сприятиме розв'язування задач на їх застосування. При розв'язуванні всіх задач динаміки варто дотримуватись певної послідовності, суть якої у наступному:

1. З'ясувати характер руху тіл і вказати (при потребі) на малюнку напрям переміщення, швидкостей і прискорень.
2. Встановити сили, що діють на тіла, про які йде мова в задачі і показати їх на малюнку. Сили визначають, виходячи із взаємодії тіл.
3. Записати рівняння другого закону Ньютона для кожного тіла у векторній формі і, вибравши додатній напрям

осей координат, занести ці рівняння у проєкціях на вибрані осі.

4. Якщо невідомих більше ніж рівнянь, то складають недостаючі рівняння з використанням формул кінематики, тощо.

5. Розв'язати задачу в загальному вигляді, виконати обчислення, перевірити результати.

Задача 6. Брусок масою $m=0,4$ кг рухається горизонтально під дією сили $F=1,4$ Н. Коефіцієнт тертя $\mu=0,20$. У деякій точці швидкість бруска $v_0=4$ м/с. Яка буде його швидкість на віддалі $S=3$ м від цієї точки?

Розв'язання.

В умові задачі не вказано напрям прискорення. Тому на малюнку спочатку покажемо тільки напрями сил, щоб виходячи із діючих на брусок сил, визначити прискорення його руху. Легко бачити, що $N = mg$, а, отже можна визначити і силу тертя $F_{тр.} = \mu N = \mu mg$;

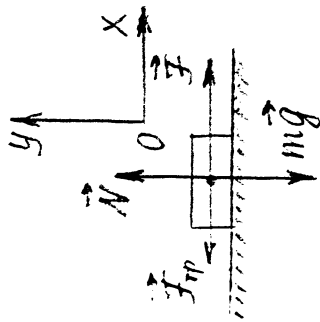
$$F_{тр.} = 0,2 * 0,4 \text{ кг} * 9,8 \text{ м/с}^2 = 0,8 \text{ Н}.$$

Оскільки $F_{тр.} < F$, то прискорення буде напрямлено вправо, його модуль $a = (F - F_{тр.})/m$; $a = (1,4 \text{ Н} - 0,8 \text{ Н}) / 0,4 \text{ кг} = 1,5 \text{ м/с}^2$

Початкова і кінцева швидкості та переміщення напрямлені теж вправо. Оскільки в умові задачі не дано час руху, то скористаємось другою формулою для швидкості і запишемо її у проєкціях на вісь ОХ: $v^2 - v_0^2 = 2aS$. Звідки: $v = \sqrt{v_0^2 + 2aS}$;

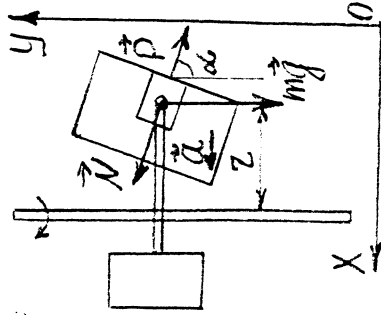
$$v = \sqrt{16 \text{ м}^2/\text{с}^2 + 2 * 1,5 \text{ м/с}^2 * 3 \text{ м}} = 5 \text{ м/с}$$

Задача 7. Для тренування льотчиків-космонавтів використовуються центрифуга, яка схематично зображена на малюнку. Знайти напрям і модуль ваги космонавта



масою $m=80\text{кг}$, якщо віддаль космонавта від осі обертання $r=4\text{м}$, а частота обертання $\nu = 30$ об/хв.

Розв'язання.



Космонавт рівномірно рухається по колу. На нього діють сили тяжіння mg та пружності N опори. Система координат, зв'язана з космонавтом, буде неінерційною, тому зв'язуємо її з Землею.

Рівняння другого закону динаміки для космонавта запишеться так: $\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$.

Запишемо його у проекціях на осі.

$$\text{На ОХ: } N \cdot \sin \alpha = ma$$

$$\text{На ОУ: } N \cdot \cos \alpha - mg = 0.$$

Проаналізуємо детальніше умову задачі. У ряді задач більш детальний аналіз потрібно робити саме після запису другого закону Ньютона у проекціях на осі.

Вага космонавта P прикладена до опори і по модулю рівна N згідно третього закону Ньютона. Доцентрове прискорення $a = 4\pi^2 \nu^2 r$. Запишемо: $N \cdot \sin \alpha = m 4\pi^2 \nu^2 r$; $N \cdot \cos \alpha = mg$.

Розділивши перше рівняння на друге почленно, одержимо: $\text{tg} \alpha = 4\pi^2 \nu^2 r / g$.

З другого рівняння визначимо N : $N = mg / \cos \alpha$.

Виконуємо обчислення: $\text{tg} \alpha = 4\pi^2 0,5^2 c^2 4\text{м} / 9,8 \text{ м/с}^2 = 4$; $\alpha = 76^\circ$.

$$N = 80\text{кг} \cdot 9,8\text{м/с}^2 / 0,24 = 3,3 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

Отже, вага космонавта дорівнює $3,3 \text{ кН}$ і направлена під кутом 76° до вертикалі.

Задача 8. Автомобіль масою $m = 4 \text{ т}$ рухається в гору з прискоренням $a = 0,2 \text{ м/с}^2$. Знайти силу тяги, якщо ухил ($\sin \alpha$) дорівнює $0,02$ і коефіцієнт опору $m = 0,04$.

Розв'язання.

Характер руху тіла зрозумілий з умови задачі. На малюнку зображено сили, що діють на тіло: сила тяжіння mg , сила тяги F , сила пружності N і сила тертя $F_{\text{тр}}$.

Систему відліку зв'язуємо з Землею, напрям координатних осей показано на малюнку. Рівняння другого закону динаміки тіла у векторній формі буде $m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} = ma$.

Запишемо його у проекціях на координатні осі:
На ОХ: $F - F_{\text{тр}} - mg \sin \alpha = ma$;

$$\text{На ОУ: } N - mg \cos \alpha = 0.$$

Визначимо силу тертя: $F_{\text{тр}} = mN = mmg \cos \alpha$, оскільки $N = mg \cos \alpha$.

Силу F знаходимо з першого рівняння: $F = m(a + mg \cos \alpha + g \sin \alpha)$.

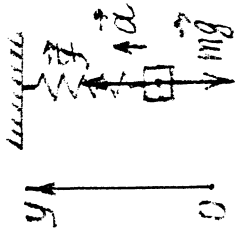
Враховувавши, що для малих кутів $\cos \alpha = 1$, одержимо $F = m(a + mg + g \sin \alpha)$.

$$F = 4 \cdot 10^3 \text{ кг} (0,2 \text{ м/с}^2 + 0,04 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 + 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 0,02) = 3,2 \cdot 10^5 \text{ Н.}$$

Задача 9. В кабіні ліфта до динамометра підвищено вагу масою $m=1\text{кг}$, на початку руху динамометр показав $F=10,78 \text{ Н}$. З яким прискоренням в цей момент рухався ліфт відносно Землі?

Розв'язання.

Систему відліку зв'язуємо з Землею. Зробимо малюнок і простанимо сили, що діють на гір: mg – сила тяжіння, F – сила пружності.

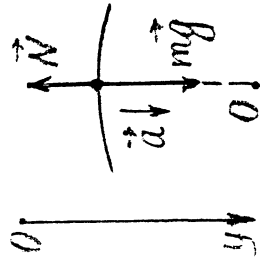


Рівняння руху запишеться так (в проекції на напрям прискорення)

$$F - mg = ma;$$

$$a = \frac{F - mg}{m} = 0,98 \frac{m}{c^2}$$

Задача 10. З якою швидкістю повинен їхати автомобіль у верхній точці випуклого мосту, щоб водій не тиснув на сидіння? Радіус кривизни мосту 40 м.



Розв'язання. Зробимо малюнок; покажемо сили, що діють на водія, складемо рівняння руху в проекції на напрям прискорення (воно направлено до центру кривизни)

$$mg - N = mv^2/R; N = 0, \text{ тоді } g = v^2/R.$$

$$\text{Звідси } v = \sqrt{Rg} = \sqrt{40 \cdot 10} = 20 \frac{m}{c}$$

Задача 11. Блок, через який перекинута шнур з вантажами на кінцях $m_1=1$ кг і $m_2=2$ кг, підвішений до динамометра. Що покажуть динамометр під час руху вантажів? Тертя не враховувати.

Розв'язання.

Знехтуємо масою блока і шнура, шнур вважатимемо нерозтяжним. Вантаж більшої маси буде прискорено опускатись, а меншої маси – підніматись з таким же за модулем прискоренням. Зобразимо сили, що діють на вантажі та виберемо напрям осі OX так, як показано на малюнку. Сили натягу шнура, що діють на кожний вантаж, рівні за модулем згідно третього закону Ньютона. Сила, яку покажуть динамометр $F = 2N$.

Якщо в задачі розглядається рух системи тіл, то рівняння другого закону Ньютона треба записати для кожного тіла.

$$I \text{ вантаж } \dots \vec{N} + m_1 \vec{g} = m_1 \vec{a}$$

II вантаж $\dots \vec{N} + m_2 \vec{g} = m_2 \vec{a}$

У проекціях на вісь OX рівняння матимуть вигляд:

$$I \text{ вантаж } \dots - m_1 g - N = m_1 a$$

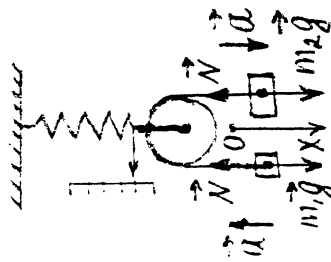
$$II \text{ вантаж } \dots - m_2 g - N = m_2 a$$

З цієї системи рівнянь

визначимо силу натягу шнура.

$$N = \frac{2m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}. \text{ Тоді } F = 2N = \frac{4m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}$$

$$F = \frac{4 \cdot 1 \text{ кг} \cdot 2 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{m}{c^2}}{1 \text{ кг} + 2 \text{ кг}} = 26,1 \text{ Н}$$



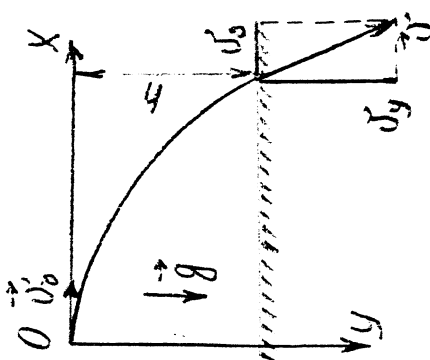
При розв'язанні задач важливо переконатися у правильності їх розв'язку. Спосіб перевірки є кілька. Застосуємо для перевірки правильності розв'язку цієї задачі спосіб, суть якого полягає у розгляді, виходячи із знайденої остаточної формули, деяких граничних випадків, для яких результат розв'язку не викликає сумнівів, є очевидним. Для даної задачі одним із граничних випадків є той, коли маси вантажів однакові. Тоді система вантажів буде знаходитись у рівновазі і динамометр буде показувати силу, рівну сумі сил тяжіння обох вантажів. Покажемо, що $m = m_1 = m_2$ і розглянемо остаточної формулу на цей випадок.

$$F = 2 \frac{4mg}{m + m} = 2mg$$

Те, що остаточної формула дає у граничному випадку результат, який витікає із простих міркувань, підтверджує правильність одержаного результату.

Такий метод перевірки можна використати у багатьох задачах.

Задача 12. Кинутий горизонтально з висоти $h = 2,5$ м камінь упав на відстані $S = 10$ м (рахуючи по горизонталі). Обчисліть початкову і кінцеву швидкість каменя.



Розв'язання.

Виберемо осі координат так, як показано на малюнку. Оскільки сила тяжіння перпендикулярна до осі X, то рух вздовж цієї осі буде рівномірним. Рух вздовж осі Y, по вертикалі, буде рівноприскорений, проекція початкової швидкості на цю вісь дорівнює нулю.

Тоді: $h = gt^2 / 2$; $S = v_0 t$, де v_0 - початкова швидкість, t - час перебування каменя в русі, який можна знайти з рівняння

$$h = gt^2 / 2; \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0,7c$$

Отже, початкова швидкість каменя була $v_0 = S / t = 10m / 0,7c = 14m/c$. Вертикальна складова швидкості каменя в момент падіння дорівнювала $v_y = \sqrt{2hg} = 7 \frac{m}{c}$

Повна швидкість (кінцева) в момент падіння

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 15,7 \frac{m}{c}$$

Важливими у статичі є поняття плеча сили і моменту сили. Пам'ятайте, що плече сили вимірюється по перпендикуляру від осі до прямої, вздовж якої діє сила. Тіло знаходиться у рівновазі, якщо виконуються дві умови:

1. Геометрична сума сил, що діють на тіло, дорівнює нулю. $\sum \vec{F}_i = 0$
2. Алгебраїчна сума моментів всіх сил, що діють на тіло відносно будь-якої осі, дорівнює нулю. $\sum M_i = 0$

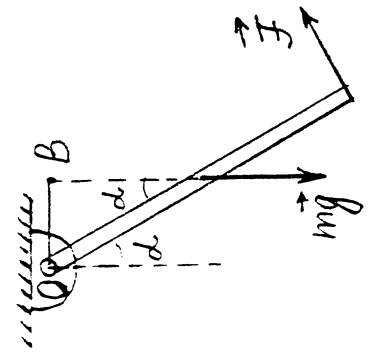
При розв'язуванні задач статичи, як правило, використовуються обидві умови рівноваги, у деяких випадках можна розв'язувати задачу застосовуючи одну з умов рівноваги.

В усіх випадках виконують малюнок, на якому зображують всі сили, що діють на тіло.

Задача 13. Стержень закріплено шарнірно в точці O (див. малюнок). Сила F викликає його відхилення від вертикального положення на кут $\alpha = 30^\circ$. Яка маса стержня, якщо $F = 2,5H$?

Розв'язання.

На стержень буде діяти сила тяжіння mg , вона прикладена до геометричного центра стержня, якщо вважати його однорідним. Звичайно, на стержень буде діяти сила з боку шарніра, проте момент цієї сили відносно осі, що проходить через точку O, буде рівний нулю, тому на малюнку її можна не показувати, якщо розглядати рівновагу стержня відносно цієї осі.



Позначимо довжину стержня через l і запишемо для стержня другу умову рівноваги відносно осі, що проходить через точку O: $F l - mg \sin \alpha / 2 = 0$

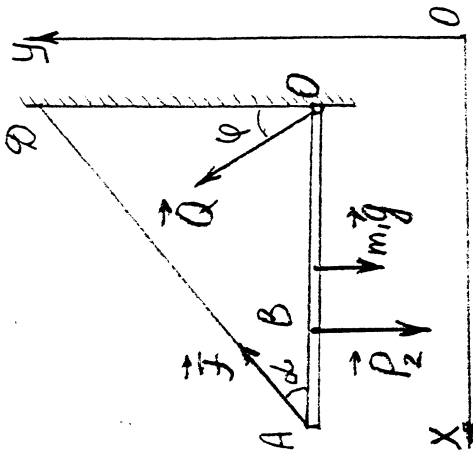
Тут враховано, що плече сили тяжіння відносно осі, що проходить через точку O: $OB = \sin \alpha l / 2$; $m =$

$$m = \frac{2 * 2,5H}{9,8 \frac{m}{c^2} * 0,5} \approx 1kg$$

Задача 14. Стержень AO довжиною 60 см (див. малюнок) і масою $m = 0,4$ кг, закріпленій шарнірно в точці O, підтримується ниткою A/D, що утворює кут $\alpha = 45^\circ$ із стержнем. У точці B (AB = 20 см) підвішено вантаж масою $m_1 = 0,6$ кг. Знайти силу натягу нитки F та силу реакції O у точці O.

Розв'язування.

На малюнку зображаємо сили, що діють на стержень. Стержень вважаємо однорідним, тому сила тяжіння стержня mg прикладена до його геометричного центра. Сила натягу нитки F діє вздовж нитки АД. Вага вантажу P_2 рівна m_2g , прикладена в точці В. Напрямок дії сили реакції Q у точці О невідомий, тому зображаємо його довільно, під кутом φ до ОД.



Запишемо другу умову рівноваги стержня відносно осі шарніра, тобто точки О:

$$-F \cdot |AO| \cdot \sin \alpha + m_1 g \left(\frac{|AO|}{2} \right) + m_2 g \left(|AO| \right) - |AB| = 0$$

де $|AO| \cdot \sin \alpha$ – плече сили натягу нитки, $(|AO|/2)$ та $(|AB| - |AO| \cdot \sin \alpha)$ – плече сили тяжіння стержня та ваги вантажу відповідно.

З цього рівняння визначимо силу натягу нитки:

$$F = \frac{m_1 g \left(\frac{|AO|}{2} \right) + m_2 g \left(|AO| \right) - |AB|}{|AO| \cdot \sin \alpha}$$

Для визначення сили реакції Q запишемо першу умову рівноваги у проекціях на вибрані осі.

На ОХ: $-F \cos \alpha + Q \sin \varphi = 0$

На ОУ: $F \sin \alpha + Q \cos \varphi - m_1 g - m_2 g = 0$

Перепишемо ці рівняння так:

$$F \cos \alpha = Q \sin \varphi$$

$$Q \cos \varphi = (m_1 + m_2) g - F \sin \alpha$$

Поділивши почленно перше рівняння на друге, визначимо тангенс кута φ , а потім і сам кут. Зауважимо, що оскільки сила – величина векторна, то для її знаходження потрібно визначити модуль сили і напрям дії.

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{F \cos \alpha}{(m_1 + m_2) g + F \sin \alpha}$$

Вираз для визначення сили реакції на стержень у точці О буде:

$$Q = \frac{F \cdot \cos \alpha}{\sin \varphi}$$

Виконаємо обчислення:

$$F = \frac{0,4 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{0,6 \text{ м}}{2} + 0,6 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,6 \text{ м} - 0,2 \text{ м}}{0,6 \text{ м} \cdot 0,71} = 8,5 \text{ Н}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{8,5 \text{ Н} \cdot 0,71}{(0,4 \text{ кг} + 0,6 \text{ кг}) \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} + 8,5 \text{ Н} \cdot 0,71} = 1,5; \varphi = 57^\circ$$

$$Q = \frac{8,5 \text{ Н} \cdot 0,71}{0,84} = 7,2 \text{ Н}$$

Отже, сила натягу нитки дорівнює 8,5Н, а сила реакції на стержень у точці О дорівнює 7,2Н і прикладена під кутом $\varphi = 57^\circ$ до ОД.

Часто сили, що діють на тіла, визначити важко або навіть неможливо. До того ж бувають випадки, коли можна обійтись без детальних знань про поведінку системи. У таких випадках використовують закон збереження імпульсу і закон збереження і перетворення енергії.

Закон збереження імпульсу справедливий для замкнутих систем. Тому при розв'язуванні задач перш за все треба з'ясувати, чи є розглядувана система тіл замкнутою. Поняття замкнутої системи є абстрактцією, бо на тіла системи, як правило, діють зовнішні сили. Проте, якщо зовнішні сили значно менші від внутрішніх, то ними можна знехтувати і вважати систему замкнутою. Закон збереження імпульсу можна застосувати також до тих напрямків, до яких зовнішні сили перпендикулярні

і, отже, не можуть змінити складових імпульсів тіл вздовж них. Імпульс тіла, як і швидкість, величина відносна, тому імпульс тіла треба записувати відносно однієї системи відліку. Імпульс тіла — величина векторна, тому закон збереження імпульсу записують спочатку у векторній формі, а потім у проекціях на осі координат. Іноді спочатку визначають складові імпульсів тіл по осях координат і для кожної осі записують закон збереження імпульсу.

Задача 15. З судна масою $M=750$ т зроблено постріл з гармати в сторону, протилежну його руху, під кутом $\alpha = 60^\circ$ до горизонту. Як змінилась швидкість судна, якщо снаряд масою $m=30$ кг вилетів із швидкістю $v = 1$ км/с відносно судна?

Розв'язання.

На судно і снаряд діє сила тяжіння, на судно діє також архімедова сила, тому систему судно — снаряд не можна вважати замкнутою. Сила тяжіння і архімедова сила перпендикулярні до горизонтальної поверхні, тому систему судно — снаряд можна вважати замкнутою до будь-якої осі, що лежить у горизонтальній площині. Систему відліку зв'яжемо з тілом, яке рухається паралельно судну з швидкістю, рівною швидкості судна до пострілу з гармати. Відносно цієї системи відліку імпульс судна і снаряда до пострілу дорівнює нулю. Горизонтальна складова імпульсу снаряда після пострілу буде рівна $mv \cos \alpha$. Позначимо швидкість судна після пострілу у вказаній системі відліку через u . Тоді закон збереження імпульсу вздовж осі, що співпадає з проекцією імпульсу снаряда запишеться так:

$$0 = mv \cos \alpha - Mu.$$

$$\text{Звідси } u = mv \cos \alpha / M; \quad u = \frac{30 \text{ кг} \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 0,5}{750 \cdot 10^3 \text{ кг}} = 0,02 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Отже, в системі відліку, зв'язаній з Землею, швидкість судна збільшиться на $0,02$ м/с.

Задача 16. Більярдна куля 1, що рухається з швидкістю $v = 10$ м/с, вдарилась у нерухому кулю 2 такої ж маси. Після удару кулі розійшлися. Лінії їх руху після удару утворюють з попереднім напрямком кути: перша — $\alpha_1 = 60^\circ$, друга — $\alpha_2 = 30^\circ$ (див. малюнок). Знайти швидкість куль після удару.

Розв'язання.

На кулі діють сили тяжіння та реакції опори. Ці сили перпендикулярні до горизонтальної поверхні, тому для цієї поверхні систему куль можна вважати замкнутою. Запишемо для куль закон збереження імпульсу у векторній формі, позначивши швидкість куль після удару через u_1 і u_2

$$mv = mu_1 + mu_2$$

Імпульси куль позначено на малюнку. Виберемо напрямки координатних осей як показано на цьому малюнку і запишемо попереднє рівняння в проекціях на осі.

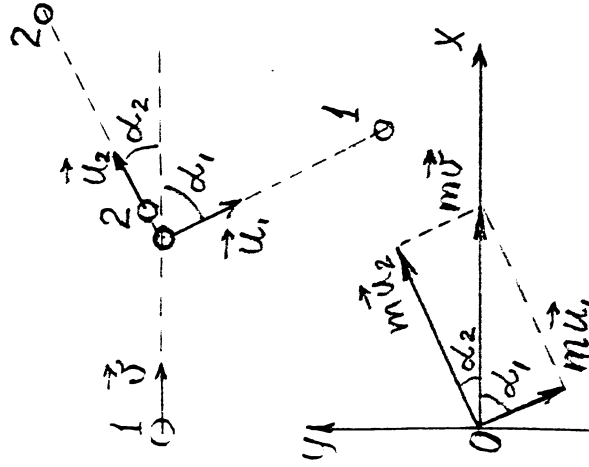
$$\text{На ОХ: } mv = mu_1 \cos \alpha_1 + mu_2 \cos \alpha_2.$$

$$\text{На ОУ: } 0 = -mu_1 \sin \alpha_1 + mu_2 \sin \alpha_2.$$

Винісши з правих частин рівняння m та скоротивши на нього, матимемо:

$$v = u_1 \cos \alpha_1 + u_2 \cos \alpha_2.$$

$$0 = -u_1 \sin \alpha_1 + u_2 \sin \alpha_2.$$



Визначимо з другого рівняння $u_2 : u_2 = -u_1 \sin \alpha_1 / \sin \alpha_2$ і підставимо його вираз у перше рівняння. Одержимо:

$$u_1 = \frac{v \cdot \sin \alpha_2}{\sin \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2 + \sin \alpha_2 \cdot \cos \alpha_1} = \frac{v \cdot \sin \alpha_2}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} = v \cdot \sin \alpha_2 / \sin(\alpha_1 + \alpha_2) = 9$$

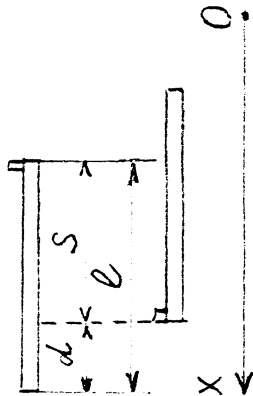
Виконаємо обчислення:

$$u_1 = 10 \text{ м/с} \cdot 0,5 = 5 \text{ м/с}; u_2 = \frac{5 \cdot 0,87}{0,5} = 8,7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Задача 17. Людина масою $m = 70 \text{ кг}$ знаходиться на кормі човна, що знаходиться на озері. Довжина човна $l = 5 \text{ м}$, маса його $M = 280 \text{ кг}$. Людина переходить на ніс човна. На яку відстань зміститься людина відносно дна? Опором води знехтувати.

Розв'язання.

На малюнку покажемо початкове і кінцеве положення людини і човна відносно дна. Людина зміщується відносно дна на S , а човен на d . Зрозуміло, що $S+d = l$. Позначимо швидкість людини і човна відносно дна v і u відповідно.



Вважаючи систему замкнутою відносно будь-якої горизонтальної осі, можна записати: $mv - Mu = 0$. Врахувавши, що $v = S/t$, а $u = d/t$, одержимо:

$$m \frac{S}{t} - M \frac{d}{t} = 0, \text{ або } mS - Md = 0$$

Оскільки $d = l - S$, то $mS - Ml + MS = 0$. Звідки:

$$S = \frac{Ml}{m+M}; S = \frac{280 \text{ кг} \cdot 5 \text{ м}}{70 \text{ кг} + 280 \text{ кг}} = 4 \text{ м.}$$

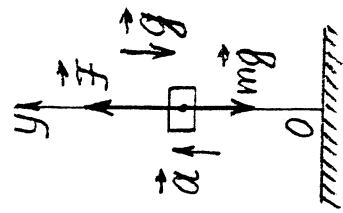
Поняття роботи і енергії складні для розуміння, ознайомити ними допоможе розв'язування задач. Треба знати, що робота характеризує процес передачі або перетворення енергії з одного виду в інший, загальну формулу для визначення роботи $A = F \cdot S \cdot \cos \alpha$, формули для обчислення роботи різних сил.

Енергія характеризує стан системи, вона, як кажуть, є однозначною функцією стану системи. Останнє означає, що кожному стану системи відповідає цілком певне значення енергії. Добитися зміни стану системи можна різними діями на неї: механічними, тепловими тощо. З цього факту випливає, що різні види рухомої матерії можна характеризувати за допомогою певної фізичної величини – енергії. Енергія – спільна міра різних форм руху і взаємодії матерії. В ізольованій системі енергія зберігається при будь-яких змінах, що відбуваються в системі. Це і є загальним виразом закону збереження і перетворення енергії. Поняття роботи і енергії тісно зв'язані: робота є упорядкованою формою передачі або перетворень енергії і дорівнює її зміні.

Повна механічна енергія у замкнутій системі зберігається тоді, коли на тіла системи не діють сили тертя.

Розв'язування задач на обчислення роботи не викликає особливих труднощів. Треба тільки чітко уявляти, роботу якої сили треба знайти.

Задача 18. Тіло масою $m = 20 \text{ кг}$ піднімають рівноприскорено із стану спокою на висоту $h = 20 \text{ м}$ за $t = 10 \text{ с}$. Визначити величину виконаної роботи. Опором повітря знехтувати.



$$\vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

На ОУ: $F - mg = ma$.

Отже, прикладена сила рівна $F = m(g + a)$

Прискорення тіла знаходимо із формули: $h = \frac{at^2}{2}; a = \frac{2h}{t^2}$

Виконана робота визначається за формулою:

$$A = F * h = mh\left(\frac{2h}{t^2} + g\right); A = 4080 \text{ Дж.}$$

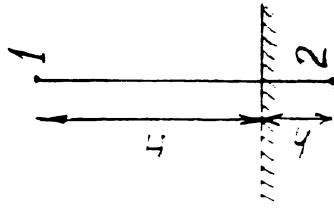
У багатьох задачах розглядається ситуація, коли механічна енергія не зберігається. Тоді треба враховувати, що механічна енергія змінюється тоді, коли на тіло діють зовнішні сили і сила тертя. У таких випадках варто користуватися виразом:

$$A_{\text{зовн.}} + A_{\text{тр.}} = E_2 - E_1,$$

де $A_{\text{зовн.}}$ - робота зовнішніх сил, $A_{\text{тр.}}$ - робота внутрішніх сил тертя, E_2 і E_1 - енергії системи у другому і першому станах.

Задача 19. З висоти $H = 20$ м над поверхнею Землі падає вертикально вниз тіло масою $m = 5$ кг з початковою швидкістю $v_0 = 10$ м/с і заглиблюється в ґрунт на глибину $h = 10$ см. Знайти середню силу опору рухові тіла в ґрунті F_2 , якщо при русі в повітрі середня сила опору $F_1 = 5H$

Розв'язання. Інколи в подібних задачах визначають роботу тільки по подоланню сили тяжіння, що є помилкою. Тут треба знайти роботу сили, що прикладають до тіла, а вона за модулем більша за силу тяжіння. Модуль прикладеної сили знаходять за другим законом Ньютона, адже тіло рухається рівноприскорено.



$$E_p = 0$$

Розв'язання.

На малюнку цифрами 1 і 2 позначено перший і другий стан тіла відповідно. Нульовий рівень потенціальної енергії приймемо для зручності у найнижчому положенні тіла. Для розв'язування задачі скористаємося формулою $A_{\text{зовн.}} + A_{\text{тр.}} = E_2 - E_1$.

Включимо у систему такі тіла: Земля, падаюче тіло і повітря. Тоді $A_{\text{зовн.}} = 0$, оскільки зовнішніх тіл немає. Робота сил тертя дорівнює сумі робіт сил тертя у повітрі і ґрунті, вони відповідно рівні $A_{\text{тр.пов.}} = -F_1 H$ і $A_{\text{тр.ґр.}} = -F_2 H$ (робота сил тертя від'ємна).

Повна механічна енергія тіла у другому стані $E_2 = 0$

(тіло не рухається і знаходиться на найнижчому рівні). Повна механічна енергія у першому стані дорівнює сумі кінетичної і потенціальної енергій

$$E_1 = \frac{mv_0^2}{2} + mg(H + h).$$

Враховуючи вищесказане, запишемо:

$$-F_1 H - F_2 H = 0 - \frac{mv_0^2}{2} - mg(H + h).$$

Визначимо з останнього рівняння F_2 :

$$F_2 = \frac{1}{h} \left(mgH + mgh + \frac{mv_0^2}{2} - F_1 H \right)$$

і виконаємо розрахунки:

$$F_2 = \frac{1}{0,1M} (5k_2 * 9,8 \frac{M}{c^2} * 20M + 5k_2 * 9,8 \frac{M}{c^2} * 0,1M + 5k_2 * 100 \frac{M^2}{c^2} - 5H * 20M) = 11300N$$

У ряді задач треба врахувати перетворення механічної енергії у внутрішню.

Задача 20. Для визначення швидкості кулі використовують балістичний маятник – масивне тіло на довгому підвісі. Визначити швидкість кулі, що летить горизонтально, перед попаданням у маятник, якщо він після попадання кулі відхилився на кут $\alpha = 15^\circ$. Довжина підвісу $l = 4m$. Маса кулі $m = 20g$, маса балістичного маятника $M = 5kg$.

Розв'язання.

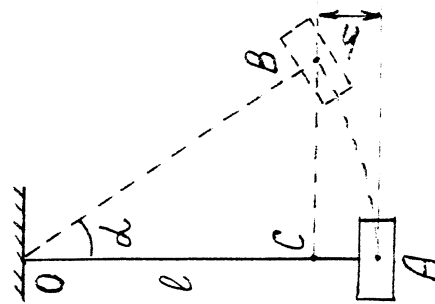
При попаданні у маятник куля застряє у ньому, отже, на кулю діє сила тертя і частина механічної енергії перетворюється у внутрішню. Внаслідок цього не можна безпосередньо користуватися законом збереження механічної енергії.

Розіб'ємо процес, що описується у задачі, на два етапи.

Перший етап – попадання кулі у маятник. Внаслідок такого удару маятник (разом з кулею) почне рухатись з деякою швидкістю u .

Оскільки цей процес триває дуже короткий час, то можна вважати, що центр мас маятника з кулею не змінить свого положення.

Другий етап – кінетична енергія маятника і кулі перетворюється у потенціальну, оскільки тіла піднімають на деяку висоту h . Висоту легко визначити, розглянувши відповідні трикутники на малюнку.



$$h = |AC| = |AO| - |OC| = l - l * \cos \alpha = l(1 - \cos \alpha).$$

Для другого етапу:
$$\frac{(M+m) * u^2}{2} = (M+m)gh, \text{ або}$$

$$u = \sqrt{2g(1 - \cos \alpha)}.$$

Для першого етапу запишемо:

$$mv = (m+M) * u. \text{ Звідки } v = \frac{m+M}{m} * u.$$

Визначимо u з попереднього рівняння
$$u = \sqrt{2g(1 - \cos \alpha)}$$
 і підставимо у вираз для швидкості кулі:
$$v = \frac{m+M}{m} * \sqrt{2g(1 - \cos \alpha)}.$$

Виконавши розрахунки одержимо $v = 410 m/s$.

Приклади екзаменаційних білетів останніх років

1997/98 навчальний рік

1.(14 балів) Тіло починає ковзати без тертя із найвищої точки до поверхні нерухомої сфери радіуса R. На якій висоті тіло відірветься від сфери? Опором повітря нехтувати.

2.(10 балів) Ліфт протягом 2 с, піднімаючись рівноприскорено, досягнув швидкості 4 м/с, з якою продовжував рухатись протягом 4 с. За останні 3 с рівноприскореного руху ліфт зупинився. Визначити висоту підняття ліфта.

3.(14 балів) В кастрюлю налили холодної води при температурі $10^\circ C$ і поставили на електроплиту. Через 10 хв. вода закипіла. Через який час вода випарується?

4.(10 балів) На лінзу падає промінь, не паралельний головній оптичній осі. Побудувати його подальший хід. Фокус заданий.

- 5.(6 балів) Ізольований провідник розрізали навпіл і поставили на місце. Як змінився опір ділянки кола?
- 6.(6 балів) Як необхідно змінити початкову швидкість тіла, кинутого вертикально вгору, щоб висота польоту збільшилась в 4 рази?

1998/99 навчальний рік

- 1.(20 балів) На кінцях каната довжиною 20 м, перекинутого через невагомий блок, знаходяться на одному рівні маси 4 кг і 5 кг. Нехтуючи масою каната, обчисліть прискорення руху тіл і час, за який одне з них досягне блока.
- 2.(15 балів) Хвилинна стрілка годинника у три рази довше від секундної. Обчислити співвідношення лінійних швидкостей кінців стрілок.
- 3.(15 балів) Приміщення освітлюється п'ятьма лампами, які ввімкнені послідовно. Чи зменшиться витрата енергії, якщо зменшити число ламп до чотирьох?
- 4.(10 балів) На якій глибині в прісній воді тиск в два рази більший за атмосферний, який дорівнює $1 \cdot 10^5$ Па?