Виховання культури мислення та його розвиток у процесі навчання математики

(З історії Київського фізико-математичного товариства: кінець XIX – початок XX ст.)

Наталія СТУКАЛО,
асистент кафедри педагогіки, психології і методики навчання фізики і математики Чернігівського державного педагогічного університету імені Т.Г. Шевченка

У Концепції загальної середньої освіти (12-річна школа) одним з основних завдань загальноосвітньої школи проголошується всебічний розвиток особистості дитини на основі виявлення її задатків і здібностей, задоволення її інтересів та потреб. Тому виховання культури мислення та розвиток логічного мислення школярів у процесі навчання математики залишається актуальною проблемою, що потребує перегляду й осучаснення відповідно до пріоритетних освітніх завдань.

Передумовою ефективного розв'язання певних проблем сучасної методики навчання математики є об'єктивний аналіз напрацювань минулого з відповідних питань шкільної математичної освіти. Звернення до вітчизняних методико-математичних надбань кінця XIX – початку XX ст. зумовлене тим, що в той час велика увага приділялась питанням удосконалення змісту, методів, форм навчання шкільної математики з урахуванням інтересів і нахилів учнів та потреб суспільства, а також їх виховної та розвивальної значущості.

У розв'язанні багатьох проблем шкільної математики та методики її викладання в Російській імперії наприкінці XIX – початку XX ст. активну участь брали члени Київського фізико-математичного товариства, створеного в 1890 році при Університеті св. Володимира. Товариство об'єднало навколо себе провідних учених та викладачів середніх навчальних закладів, серед яких були математики та методисти В.П. Єрмаков (1845–1922), Д.О. Граве (1863–1936), Г.В. Пфейфер (1872–1946), П.О. Долгушин (1861–1926), М.М. Володкевич (1861–1924), К.М. Щербина (1864–1946), К.Ф. Лебединцев (1878–1925), О.М. Астряб (1879–1962), Е.К. Шпачинський (1848–1912) та ін.

Діяльності Київського фізико-математичного товариства присвячені наукові дослідження Б.М. Білого, П.Ф. Данилюка, В.Н. Боровика, Г.П. Бевза, Н.П. Дічек, В.А. Добровольського, С.О. Дахії, А.Г. Конфоровича, В.П. Бевз, Л.В. Кузьмич, С.І. Стрілець, А.В. Риженка та ін., в яких аналізується вплив товариства на розвиток методики шкільної математики та розглядаються найбільш відомі праці його діячів. Проте погляди членів товариства на виховання культури мислення та розвиток логічного мислення особистості не стали окремим предметом дослідження цих авторів.

Метою статті є висвітлення поглядів членів Київського фізико-математичного товариства на виховання в учнів важливих якостей мислення та на сприяння його розвитку засобами розв'язування математичних задач, формування понять, доведення теорем.

У сучасній методико-математичній та довідковій психолого-педагогічній літературі даються визначення поняттю «культура мислення», що взаємодоповнюють та випливають одне з одного. Так, культура мислення, за визначенням Г.П. Бевза, «включає в себе вміння мислити логічно (тобто несуперечливо, послідовно, аргументовано) і грамотно передавати результати мислення іншим людям. Вона передбачає знання хоча б найважливіших понять і правил формальної логіки, зокрема – розуміння суті означень, класифікацій, доведень, уміння правильно будувати силогізми, виявляти логічні помилки у міркуваннях тощо» *[1, с. 17]*.

До того ж, культура мислення розуміється як «ступінь оволодіння людиною прийомами, нормами і правилами розумової діяльності, що виражається в умінні чітко формулювати суть задачі (проблеми), вибирати оптимальні методи (шляхи) її розв'язування, отримувати обґрунтовані висновки, правильно користуватись цими висновками на практиці» *[7]*.

Аналіз діяльності Київського фізико-математичного товариства показав, що питання виховання і розвитку особистості, зокрема виховання культури мислення (відповідно до сформульованих визначень) та розвитку логічного мислення учнів у процесі навчання математики, було невід'ємною частиною методичних праць В.П. Єрмакова, М.М. Володкевича, М.П. Соколова, К.М. Щербини, Е.К. Шпачинського.

Так, К.М. Щербина вважав, що одним із найважливіших завдань загальноосвітньої школи повинно бути *виховання характерних цінних якостей мислення [18, с. 124]*. «Здібність до правильного мислення необхідна нам на кожному кроці: вона необхідна і юристу, щоб дійти до логічного висновку, і історику під час встановлення історичних фактів за документами, і, взагалі, в кожній діяльності», – стверджував В.П. Єрмаков *[5, с. 449]*.

Василь Петрович Єрмаков – член-кореспондент Петербурзької академії наук, засновник «Журналу елементарної математики» (із серпня 1886 року – «Журнал дослідної фізики і елементарної математики»). На засіданнях товариства він виступав із доповідями на загальнопедагогічні та методичні теми: «Про викладання арифметики», «Про початкове викладання алгебри», «Про викладання геометрії», «Про роль пам'яті в математиці», «Педагогічний парадокс» та ін.

Вчений під вихованням культури мислення («дисциплінуванням розуму») у ході розв'язування задач та доведення теорем розумів насамперед *здатність зосереджуватися над істотним* у даному питанні і «відкидати другорядні, несуттєві речі» *[там само, с. 453]*. Друга важлива характеристика культури мислення – *критичність* (*перевірка правильності результату*). Залежно від природи об'єкта мислення (реального чи абстрактного), результат можна перевірити:

– дослідом;

– оберненим методом міркувань – щоб упевнитися, наприклад, «у правильності знайденого розв'язку рівняння, потрібно цей розв'язок підставити у рівняння і зробити в обох його частинах вказані дії: якщо обидві частини рівняння рівні, то і розв'язок знайдено правильно»;

– за допомогою двох різних методів розв'язування – «якщо, розв'язуючи одне й те саме питання двома різними методами, приходимо до одного й того самого результату, то це є найкращим доведенням, що наше мислення в обох випадках правильне» *[там само, с. 450]*.

Третя характеристика – *раціональність*: «Недостатньо відкрити і довести нову теорему; необхідно бути впевненим, що дане доведення найпростіше» *[там само, с. 451]*.

У доповіді дійсного члена товариства М.П. Соколова «Залишки схоластики у сучасних підручниках арифметики» звертається увага на розвиток *самостійності* мислення. На думку автора, розв'язування задач за шаблоном – так званими правилами (потрійне правило, правило процентів, ланцюгове правило тощо) – приносить мало користі розвитку мислення дітей, оскільки різні за назвою правила відповідають за своєю суттю одному й тому самому способу розв'язування задач (різних за сюжетом, але однакових за математичним змістом). Педагог зауважував, що таке розв'язування привчає учня до неусвідомлення суті того чи іншого методу або способу розв'язування задачі, робить його розум залежним від різних рецептів, схем, формул *[14, с. 18]*.

Активний учасник Київського фізико-математичного товариства, керівник приватного комерційного жіночого училища М.М. Володкевич радив ураховувати віковий розвиток дитини в навчанні і вихованні. Так, «у ранньому дитинстві доступний лише конкретний зміст, а тому лише він може дисциплінувати її розум» *[4, с. 38]*. Аналогічного висновку доходить і К.Ф. Лебединцев. Узагальнюючи роботу психологів (В.Меймана та ін.), які проводили експериментальні дослідження пам'яті, він зазначає, що математика впливатиме на розумовий розвиток дітей у тому разі, якщо добирати матеріал прямо й тісно пов'язаний з явищами навколишньої дійсності. Запас уявлень і асоціацій становитиме ту базу, на яку спиратиметься подальше мислення *[15, с. 48]*. Ці думки пояснюють причину домінування конкретно-індуктивного методу навчання математики над абстрактно-дедуктивним для дітей молодшого і середнього шкільного віку.

Вроджена схильність дитини до пізнання навколишньої дійсності, як зазначав М.М. Володкевич, ґрунтується на неусвідомленому нею процесі мислення, що послідовно проходить такі етапи: «спочатку увага спрямована на окремі факти; накопичуючись, ці факти асоціюються у групи (класифікуються); пізніше помічаються відношення, що існують між ними» *[4]*. Такою схемою для спостереження об'єктів і явищ, на думку педагога, доцільно користуватися вчителю, щоб навчати дитину бачити (впізнавати, відшукувати), сприймати, класифікувати за схожістю і відмінністю, об'єднувати у групи, пов'язувати відомими відношеннями, особливо відношенням причинності. При цьому використовувати різні розумові операції: аналіз, синтез, порівняння, узагальнення тощо. У сучасній методиці математики запропонований прийом покладено в основу формування уявлень і понять, навчання способів розв'язування задач, вивчення теорем тощо *[12]*. Його психологічним підґрунтям у сучасному розумінні є системний характер розумової діяльності учнів, яка відбувається у вигляді узагальнених асоціативних зв'язків уведенням їх у зв'язки вищого порядку.

Як відомо, важливою умовою розуміння учнями суті доведень теорем та задач, набуття умінь правильно робити умовиводи, виявляти логічні помилки у міркуваннях є оволодіння методами доведень.

Методику формування в учнів знань про аналітичний і синтетичний методи доведення теорем та умінь їх практичного застосування розробив учасник Київського фізико-математичного товариства, головний редактор «Вісника дослідної фізики і елементарної математики» (1886–1898) Е.К. Шпачинський. В доповіді «Синтез і аналіз в математиці» він намагався показати, що це питання повністю доступне розумінню учнів. Доповідь було опубліковано у «Віснику…» (№ 109, 110, 113).

Попереднє ознайомлення з методами та з'ясування їх відмінності й подібності автор радить провести на наочній і доступній основі – шляхом простих прикладів. Так, справедливість теореми Піфагора для прямокутного трикутника ABC, де $\angle B = 90°$, тобто справедливість рівності $AB^2 + BC^2 = AC^2$ (1), він пропонує довести двома методами.

Аналітичний метод доведення.

Виходячи із заданого положення (шуканого) (1), шукаємо таке твердження (2), з якого б (1) випливало як необхідний наслідок. Оскільки таких шуканих тверджень може бути дуже багато, то ми повинні робити спроби – чи не буде одне з них тим твердженням (2), яке нам потрібне. Вибір залежить від нашого знання та вміння користуватися ним; при цьому звертаємо увагу на простоту і стислість твердження. Спробуємо на основі того, що ліва частина (1) має вигляд суми, зробити припущення, що ця рівність є наслідком додавання деяких двох рівнянь виду:

$$\begin{cases} AB^2 = x \\ BC^2 = y \end{cases} \quad (2).$$

Для цього необхідно, щоб $x+y=AC^2$ (α'). Останню умовну рівність простіше задовольнити, якщо уявити гіпотенузу AC поділеною точкою D на два відрізки AD і CD так, що AC=AD+DC (β).

Тоді $x+y=AC\cdot AC=AC(AD+DC)=AC\cdot AD+AC\cdot DC$ (α).

Можливо, простими розв'язками цього невизначеного рівняння будуть два таких:

$x=AC\cdot AD;\ y=AC\cdot DC$ або $x=AC\cdot DC;\ y=AC\cdot AD.$

У першому випадку шукані залежності, від яких наслідком була задана теорема Піфагора, мають вигляд:

$$\left.\begin{aligned} AB^2 &= AC\cdot AD \\ BC^2 &= AC\cdot DC \end{aligned}\right\} \quad (2),$$

а в другому випадку –

$$\left.\begin{aligned} AB^2 &= AC\cdot DC \\ BC^2 &= AC\cdot AD \end{aligned}\right\} \quad (2^*).$$

Отже, твердження (1) є безпосереднім наслідком системи тверджень (2) або (2*). Доведення теореми Піфагора зводиться до доведення системи (2) або (2*). Залишається довести, що на гіпотенузі будь-якого прямокутного трикутника може бути знайдена така точка D, що площі прямокутників, побудованих на гіпотенузі і на кожному з її відрізків, відповідно дорівнюють площам квадратів, побудованих на катетах. Починаючи з цього місця, доведення розгалужується. Далі йдемо, доводячи справедливість рівностей (2) або рівностей (2*). Вибір залежить від того, який шлях є для нас легшим і коротшим. Вибираємо рівність (2), рівність (2*) залишаємо.

Рівність (2) є безпосереднім наслідком існування системи пропорцій:

$$\left.\begin{aligned} AC:AB &= AB:AD \\ AC:BC &= BC:DC \end{aligned}\right\} \quad (3).$$

(Хоча можна було б довести рівність (2) й іншим способом). Ці пропорції найпростіше допустити як наслідок подібності двох пар трикутників:

$$\left.\begin{aligned} \Delta ABC &\sim \Delta ADB \\ \Delta ABC &\sim \Delta BDC \end{aligned}\right\} \quad (4'),$$

тобто умови $\Delta ABC \sim \Delta ADB \sim \Delta BDC$ (4).

Висновки: якщо на гіпотенузі прямокутного трикутника знайдеться така точка D, з'єднавши яку з вершиною прямого кута B, розділимо трикутник на два інші трикутники, подібні даному, а отже, й один одному, то теорема Піфагора буде справджуватись. Але подібність першої пари трикутників ABC і ADB, що мають спільний кут A, була б наслідком умови $\angle ADB = 90°$ (5'), а подібність другої пари трикутників ABC і BDC, що мають спільний кут C, була б наслідком умови $\angle BDC = 90°$ (5*). Звідси випливає, якщо можлива умова $\angle ADB = \angle BDC = 90°$ (5), то можливі й умови подібності (4), і пропорції (3), і рівності (2), і залежності (1). Але рівність (5) є можливою лише тоді, коли точка D є основою перпендикуляра BD, проведеного з вершини прямого кута B на гіпотенузу AC. У такий спосіб ми впевнились в істинності твердження (1) і прийшли до відкриття такої побудови, виходячи з якої, ми можемо тепер напевно, йдучи в зворотному напрямі, прийти синтетичним методом до доведення теореми Піфагора.

Синтетичний метод доведення.

Провівши перпендикуляр BD з вершини прямого кута B на гіпотенузу AC, маємо (5); наслідком цього буде подібність трикутників (4), яка зводиться до пропорції (3), тобто до рівності (2); додаючи останні, приймаючи тотожність (β), доходимо до (1) *[17, с. 2–6]*.

На основі наведеного прикладу автор перелічує переваги й недоліки кожного з методів, розкриває їх значення для наукових досліджень, наводить історичні відомості про винайдення і застосування синтезу та аналізу в геометрії. На конкретних прикладах Е.К. Шпачинський з'ясовує зміст причинно-наслідкового зв'язку двох тверджень, а також описує загальну схему синтетичного міркування. При цьому звертає увагу на те, як переконатися в достовірності кінцевого результату: «Якщо синтетичне міркування привело нас до заключного результату, яке саме по собі є істинним, то це є запорукою того, що вихідне твердження нашого міркування було теж істинним, і навпаки – якщо міркування привело нас до кінцевого твердження, яке саме по собі є хибним, то вихідне твердження нашого міркування теж є хибним» *[там само, с. 28]*.

Після цього автор ознайомлює з поняттям «взаємно обернені твердження» (за сучасною термінологією також використовують назву «рівносильні твердження») та доходить висновку, що якщо до ланцюжка синтетичного міркування ми вводимо лише взаємно обернені суміжні твердження, то і все міркування може бути виведене у зворотному порядку, і, виходячи з хибного, можемо прийти тільки до хибного. Якщо ж до ланцюжка міркувань ми вводимо не лише взаємно обернені, а й необернені твердження, то і все міркування буде необерненим, тому, виходячи з хибного, можна прийти не лише до хибного, але й до істинного *[там само, с. 31]*.

Питання «безпомилкових висновків» Е.К. Шпачинський з'ясовує і для випадку аналітичного міркування, або висхідного аналізу: «Якщо висхідний аналіз доводить нас до заключного твердження, яке саме по собі є істинним, то й істинність шуканого не може викликати сумнівів. Якщо висхідний аналіз доводить нас до заключного твердження, яке саме по собі є хибним, то хибність вихідного заданого твердження не викликатиме сумнівів лише в тому випадку, коли всі суміжні твердження є взаємно оберненими» *[там само, с. 33]*.

Наведемо приклад використання таких висновків для розв'язування геометричних задач аналітичним методом, запропонованих Е.К. Шпачинським.

Задача 1. Довести, що бісектриса прямокутного трикутника BJ дорівнює відношенню добутку катетів до їх суми, помноженому на $\sqrt{2}$, тобто:

$$BJ = \frac{AB \cdot BC}{AB + BC}\sqrt{2} \text{ (X)}.$$

Цю рівність можна вважати наслідком такої:

$$JK = \frac{BJ}{\sqrt{2}} = \frac{AB \cdot BC}{AB + BC} \text{ (Y)},$$

де через JK позначено сторону такого квадрата, в якому BJ є діагоналлю. Тобто JK є перпендикуляром, опущеним з точки J на один із катетів, наприклад, на AB. Рівність (Y) є наслідком такої:

$$JK \cdot AB = AB \cdot BC - JK \cdot BC \text{ (Z)},$$

яку, у свою чергу, на основі JK=BK отримали б із рівності:

$$JK \cdot AB = AK \cdot BC \text{ (N)}.$$

Ця рівність є наслідком пропорції:

$$JK : AK = BC : AB \text{ (M)}.$$

Рівність (M) на основі паралельності JK і BC є очевидною. Отже, і (X) – істина.

Задача 2. На даній основі b побудувати трикутник, в якому висота h була б середнім пропорційним між бічними сторонами a і c.

Умовою побудови є твердження $h = \sqrt{ac}$ (X).

Воно є наслідком такого:

$$\frac{a}{h} = \frac{h}{c} \text{ (M)}.$$

Ця рівність є хибною (на основі твердження, що в будь-якому трикутнику висота не може бути більшою від жодної з бічних сторін). Отже, і вихідне твердження (X) є хибним, тобто побудова неможлива *[там само, с. 33 – 34]*.

Запропоновані задачі формують навички самостійного пошуку розв'язання та переосмислення умови задачі або її частин (у методиці математики під цим розуміють таку розумову дію людини, «під час якої те чи інше поняття фіксується в пам'яті не як константа, а як змінна» *[1, с. 33]*), що сприяє, як відомо, розвитку евристичного мислення (евристичне мислення пов'язане з пошуком і вибором продуктивних прийомів та засобів для розв'язування невідомої раніше проблеми). Вони також виробляють уміння перевіряти правильність як усього логічного ряду, так і умовиводу. Так, у другій задачі впевненість у хибності висновку (умови задачі) можлива лише за умови рівносильності суміжних тверджень міркування. Все це запобігає виникненню логічних помилок у міркуваннях, пов'язаних з можливістю підміни взаємно обернених тверджень, що мають однаковий ступінь загальності, необерненими, коли одне з них – наслідок – є частковим випадком більш загального твердження – причини.

Автор узагальнює своє дослідження щодо достовірності розв'язку задачі. У випадку застосування синтетичного методу необхідно, щоб вихідне положення (те, що дане) було істинним – очевидне або раніше доведене твердження (M). Будуючи ряд послідовних тверджень:

$$M \to N \to \ldots \to Z \to Y \to X \text{ (I)},$$

необхідно, щоб усі додаткові твердження (за посередництва яких від причини переходять до наслідку, наприклад, від M до N) були істинними. У разі дотримання цього правила застосування синтезу не потребує перевірки.

Щоб довести аналітично істинність деякого твердження (X), треба побудувати регресивний ряд, що починається цим твердженням і закінчується деяким істинним твердженням М:

$$X \leftarrow Y \leftarrow Z \leftarrow \ldots N \leftarrow M \text{ (II)},$$

причому додаткові твердження, що використовуються для переходу від наслідку до причини в суміжних твердженнях, наприклад, від X до Y, мають бути істинними. Цей спосіб не потребує перевірки, але припускає її можливість шляхом оберненого методу – синтезу (від M до X).

За умови взаємної оберненості всіх пар суміжних тверджень ряду (II), весь ряд (II) перетворюється на ряд (II'):

$$X \leftrightarrow Y \leftrightarrow \ldots N \leftrightarrow M \text{ (II')}.$$

У даному випадку (Y) буде наслідком (X), а (Z) – наслідком (Y) і т.д. Перехід від наслідку – твердженння (X) до причини – твердження (M), при якому користуються синтетичним методом, тобто

$$X \to Y \to Z \to ... \to N \to M ,$$

автор називає низьхідним аналізом, важливою особливістю якого є те, що для істинності наслідку (X) всі суміжні твердження послідовного ряду умовиводів мають бути взаємно оберненими *[там само, с. 89]*.

Сучасний погляд на розв'язання проблеми формування в учнів умінь доводити математичні істини аналітичним і синтетичним методами у методиці навчання математики відрізняється тим, що на прикладі доведення одного-двох тверджень відповідним методом учні під керівництвом учителя складають правило-орієнтир (або евристичну схему). Такий прийом вважається найбільш ефективним для кращого усвідомлення і запам'ятовування суті певного методу. У цілому методика Е.К. Шпачинського є корисною й цікавою для творчого використання вчителем математики сучасної школи.

В.П. Єрмаков у своїх працях та доповідях з методики викладання арифметики дотримувався думки, що *розвиток і навчання взаємозумовлені*. З одного боку, однією з цілей навчання математики в гімназії є сприяння розвитку логічного мислення, з іншого – для успішного навчання арифметики у перших класах гімназії доцільно ще в ході домашньої підготовки (завданням початкового домашнього навчання було отримання знань, необхідних у підготовчому класі гімназій та реальних училищ. З арифметики діти повинні були навчитись рахунку до 1000, а також додавання і віднімання у межах 1000 *[16, с. 20]*) займатися вправами, що розвивають мислення *[5, с. 445]*. Вчений рекомендував розв'язувати задачі двох типів. Перший тип задач – виконання чотирьох арифметичних дій над багатоцифровими числами (ці вправи не потребують особливої кмітливості) та другий тип – задачі над невеликими числами, але такі, що вимагають певної кмітливості і винахідливості. Наприклад: «Десять яблук розділити між двома дівчатками так, щоб в однієї з них було на 1 яблуко більше» *[там само]*.

На задачі, які потребують підвищеної розумової активності учнів, педагог радив звернути увагу й під час початкового навчання арифметики (ідеться про підготовчі класи гімназій та реальних училищ, а також вивчення арифметики у нижчих навчальних закладах – однокласних та двокласних початкових училищах). Їх можна пропонувати вже після вивчення чисел першої сотні (що поєднується з вивченням додавання і віднімання чисел будь-якої величини в межах 100, а також із множенням та діленням на однозначні числа) *[12, с. 12]*. Задачі доцільно поєднувати в групи за зростанням рівня складності: щоб на основі способу розв'язування попередньої задачі намічався шлях розв'язування наступної, більш складної задачі. Головними у способі розв'язування є не арифметичні дії, а розумові прийоми – аналіз, синтез, порівняння тощо. Розглянемо приклад такої групи задач.

<u>Перша задача</u>. *Один хлопчик мав на 12 горіхів більше, ніж другий; він віддав йому 6 горіхів; у кого і на скільки більше тепер горіхів?*

<u>Друга задача</u>. *Один хлопчик має на 22 горіхи більше, ніж другий; він дає йому 6; на скільки горіхів перший хлопчик буде мати більше, ніж другий?*

<u>Третя задача</u>. *Перший хлопчик має на 10 горіхів більше, ніж другий; на скільки горіхів він матиме більше, якщо отримає від другого хлопчика 6 горіхів?*

<u>Четверта задача</u>. *У двох пастухів були вівці; перший із них каже другому: «Дай мені одну вівцю, і в мене буде вдвічі більше, ніж у тебе»; другий говорить першому: «Дай мені одну, і тоді у нас буде порівну». Скільки овець у кожного пастуха?*

Автор наводить розв'язання четвертої, найскладнішої задачі: «Якби перший пастух віддав другому одну вівцю, то в них було б порівну, – з попередніх задач випливає, що *у першого пастуха було на 2 вівці більше, ніж у другого*; якщо після цього другий дасть першому одну вівцю, то тоді (на основі попередніх задач) *у першого буде на 4 вівці більше, ніж у другого*, але, за умовою, *в нього буде вдвічі більше, ніж у другого*. Звідси випливає, що у першого стало 8 овець, а в другого – 4. Спочатку у першого було 7, а в другого – 5» *[там само, с. 13–14]*.

Оскільки такі задачі належать до задач на рівняння з двома невідомими, то тренування у їх розв'язуванні є корисним з погляду «попередньої підготовки» до розв'язування алгебраїчним методом. В.П. Єрмаков також показав, що, маючи за основу будь-яку задачу, можна скласти кілька підготовчих до неї задач, і навпаки – шляхом послідовних узагальнень кількох задач прийти до більш складних. Такий методичний підхід автора до розв'язування нестандартних арифметичних задач схожий на метод навчання розв'язування стандартних задач, що отримав у сучасній методиці назву «метод поступового ускладнення задач».

Зазначимо, що розв'язання всіх чотирьох задач передбачає використання правил зміни різниці двох чисел від зміни на кілька одиниць зменшуваного і від'ємника. Четверта задача – комбінована – належить до так званих типових задач (містить підзадачу на зразок «знаходження чисел за їх різницею і кратним відношенням»). Необхідно навчати розв'язувати у 5–6 класах текстові задачі арифметичними способами, оскільки такі способи «безпосередньо готують до усвідомлення методу рівнянь» *[13, с. 99]*.

З типовими задачами без виділення їх типів учні сучасної школи починають ознайомлюватись у початкових класах (3–4 класи), зокрема, вчаться розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного, на пропорційне ділення, на знаходження середнього пропорційного, на знаходження числа за двома різницями, на рух *[3, с. 279]*.

Учні розширюють і поглиблюють свої знання про типові задачі та їх розв'язування у 5–6 класах (починаючи з вивчення розділу «Натуральні числа»). Підручники для цих класів містять ще й такі типи задач, як задачі на заміну, знаходження чисел за їх сумою (різницею) і кратним відношенням, знаходження чисел за їх сумою і різницею (надалі будемо розглядати задачі перелічених зараз типів та тип задачі на знаходження числа за двома різницями, які можуть розв'язуватись методом складання системи рівнянь з двома невідомими). У чинних підручниках з математики для 5–6 класів зустрічаються два підходи до розв'язування типових задач. Так, у підручнику Г.П. Бевза та В.Г. Бевз типові задачі (нових перелічених типів), що розв'язуються арифметичним способом, введені в рубрику «Вправи для повторення» (№№ 46, 81–83, 192, 270, 304, 370) *[2]*. Увага авторів більше зосереджена на формуванні вмінь учнів розв'язувати арифметичні задачі методом складання рівнянь. У §15 «Рівняння» розглядаються зразки розв'язування арифметичних задач алгебраїчним методом та задачі, запропоновані для самостійного розв'язування: №№ 725–727, 735–742. Аналогічний підхід зустрічаємо в підручнику А.Г. Мерзляка, В.Б. Полонського, М.С. Якіра *[10]*. До ознайомлення з методом рівнянь типові задачі, що розв'язуються арифметичним методом (на повторення вивченого у молодших класах), пропонуються під номерами 242, 243, 456. У пункті 17 після вивчення ділення натуральних чисел подано зразки розв'язування типових задач методом складання рівнянь та пропонується розв'язати самостійно №№ 508 –521. Аналогічні задачі зустрічаються в обох підручниках і під час вивчення звичайних та десяткових дробів.

У підручнику Г.Янченко, В.Кравчука арифметичному методу розв'язування типових задач приділяється більша увага, ніж у попередніх *[19]*. Так, у рубриці «Вправи для повторення» запропоновано задачі №№ 102, 103, 121, 191, 268–271. У рубриці «Вправи для виконання» – №№ 385–387. Крім цього, в підручнику спеціально виділено тему «Текстові задачі» (п.19), де розглядаються зразки розв'язування таких задач із визначенням їх типів та пропонується розв'язати номери №№ 461–468, 482–489. Розв'язування типових задач методом складання рівняння заплановано в 6 класі після вивчення дій над раціональними числами *[6]*.

У цих шкільних підручниках пропонуються вправи на знаходження зміни результату арифметичної дії від зміни її компонентів. Запропоновано й текстові задачі, математичний зміст яких відображає дану залежність: №№ 85, 192, 262 – *[2]*; №№ 102, 121, 355, 482, 486 – *[19]*. Проте в цілому задачі, схожі на запропоновані В.П. Єрмаковим, розглядають дві ситуації: перекладання предметів з більшою їх кількістю до предметів з меншою кількістю для зрівнювання кількості в обох групах, або ж порушення рівності в кількості предметів обох груп перекладанням з однієї групи предметів до іншої.

Отже, запропонована В.П. Єрмаковим система задач, що належать до так званих типових, цілком відповідає навчальному матеріалу чинних підручників з математики для 5-х класів, а методичний підхід автора щодо використання системи задач з поступовим ускладненням їхньої умови (або введенням більшої кількості випадків на перекладання) сприятиме кращому усвідомленню характерних ознак задач певного типу та знаходженню відповідного раціонального способу їх розв'язання.

Під час вивчення звичайних дробів учений радить ввести до задачників групу задач на розкладання дробів на дроби, що мають знаменник менший, ніж даний, та пропонувати кілька способів розв'язання. Наприклад, розглянемо задачу: «11 яблук поділили порівну на 12 хлопчиків, не розрізаючи кожного яблука на 12 частин».

1 спосіб. *Беремо 8 яблук і ділимо кожне на 3 частини, отримуємо по* $\frac{2}{3}$ *на кожного хлопчика, 3 яблука ділимо на 4 частини, отримуємо по* $\frac{1}{4}$. *Отже, від першого ділення отримуємо 24 частини , а від другого – 12, і тому кожний отримає по* $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$, *що дорівнює* $\frac{11}{12}$.

2 спосіб. *Беремо 6 яблук і ділимо кожне на 2 частини, отримуємо на кожного по* $\frac{1}{2}$, *3 яблука – на 4 частини, на кожного отримуємо по* $\frac{1}{4}$, *і 2 яблука – на 6 частин, на кожного отримуємо по* $\frac{1}{6}$. *Тому кожний хлопчик отримає* $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{11}{12}$.

Учений пропонує аналогічні вправи виконувати над невеликими числами *[12]*. На нашу думку, такі задачі певною мірою сприяють не тільки розвитку логічного, а й практичного мислення, а також таких якостей, як підприємливість (за визначенням Р.С. Немова, підприємливість виявляється в тому, що в складній життєвій ситуації людина вміє знаходити кілька розв'язань проблеми *[11, с. 370]*), економність (економність – якість практичного розуму, яка полягає в тому, що людина, котра володіє цією якістю, може знайти такий спосіб дії, який з найменшими затратами приведе до потрібного результату), розважливість (розважливість виявляється в умінні бути далекоглядним, передбачаючи наслідки тих або інших дій, точно визначати результат і оцінювати, у що він може вилитися). Ці якості є нині особливо цінними. Аналіз сучасних підручників з математики для 5–6 класів показав, що задачі, запропоновані В.П. Єрмаковим, у разі їх використання розширюватимуть і урізноманітнюватимуть систему вправ, які спрямовані на усвідомлення учнями цілісності поняття звичайного дробу (одночасне уявлення про звичайний дріб як частину цілого та частку від ділення двох натуральних чисел). Враховуючи дидактичну цінність таких задач та узгодженість із навчальними завданнями теми «Звичайні дроби» курсу «Математика» (5–6 кл.), можна стверджувати доцільність їхнього використання у сучасній шкільній практиці.

Отже, діячі Київського фізико-математичного товариства одними з перших:

1. запропонували засоби розвитку логічного мислення учнів – задачі на кмітливість, метод поступового ускладнення нестандартних задач, задачі на розкладання дробів (В.П. Єрмаков), спосіб формування математичних уявлень і понять (М.М. Володкевич);

2. обґрунтували деякі основні складові культури мислення: зосередження над суттєвим у даному питанні; критичність, раціональність та самостійність мислення (В.П. Єрмаков, М.П. Соколов);

3. розробили методику формування в учнів умінь використання синтетичного та аналітичного методів під час розв'язування задач та доведення теорем, що сприяє виробленню таких якостей мислення, як розуміння суті доведення та розв'язування задач, виявлення логічних помилок у міркуваннях, уміння правильно робити умовиводи, а також самостійно шукати шляхи розв'язання задач (Е.К. Шпачинський).

Підходи і рекомендації щодо вирішення питань виховання культури мислення та розвитку логічного мислення особистості у працях членів Київського фізико-математичного товариства мають методичну цінність для сучасного вчителя математики та заслуговують на вивчення і творче використання.

Література

1. *Бевз Г.П.* Виховання учнів математикою. – Х.: Вид. група «Основа», 2004. – 96 с.
2. *Бевз Г.П, Бевз В.Г.* Математика.: Підруч. для 5 кл. загальноосвіт. навч. закл. – К.: Зодіак–ЕКО, 2005. – 352 с.
3. *Богданович М.В., Козак М.В., Король Я.А.* Методика викладання математики в початкових класах: Навч. посібник. – 2-ге вид., перероб. і доп. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2001. – 368 с.
4. *Володкевич Н.* Задачи педагогической деятельности. О принципах, которые должны быть положены в основу преподавания естествознания в средней школе. – Киев, 1905. – 74 с.
5. *Ермаков В.П.* О преподавании алгебры // Педагогический сборник. – 1892. – № 5. – С. 442–472.
6. *Кравчук В., Янченко Г.* Математика: 6 клас. Видання третє, переробл. і доповнене. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. – 288 с.
7. *Культура* мислення // http.www.edu.ru/index.php?page_id=50&op=word&wid=829.
8. *Математика*: 6 кл.: Підруч. для загальноосвіт. навч. закл. / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз. – К.: Генеза, 2006. – 304 с.
9. *Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С.* Математика. Підруч. для 5 класу. – Х.: Гімназія, 2005. – 288 с.
10. *Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С.* Математика: Підручник для 6 класу. – Х.: Гімназія, 2006. – 304 с.
11. *Немов Р.С.* Психология. – М., 2002. – Кн. 2: Психология образования. – 608 с.
12. *О преподавании* арифметики и алгебры: Публичные лекции проф. Императорского Университета Св.Владимира В.П. Ермакова / Записаны и составлены Н.Мукаловым. – К., 1900. – 61 с.
13. *Слєпкань З.І.* Методика навчання математики: Підручник. – 2-ге вид., допов. і переробл. – К.: Вища шк., 2006. – 582 с.
14. *Соколов М.П.* Остатки схоластики в современных учебниках арифметики // Университетские известия. – 1895. – № 7. – С. 1–17.
15. *Стрілець С.І.* Педагогічна спадщина К.Ф.Лебединцева (1878–1925): Монографія. – Чернігівський педагогічний університет, 2004. – 196 с.
16. *Флинт Н.В.* Школа в России в конце XIX – начале XX вв.: Методическое пособие. – Л., 1991. – 110 с.
17. *Шпачинский Э.К.* Синтез и анализ в математике // Вестник опытной физики и элементарной математики. – 1891. – № 109. – С. 2–8; – № 110. – С. 27–34; – № 113. – С. 81–91.
18. *Щербина К.М.* Математика в русской средней школе. – К., 1908. – 152 с.
19. *Янченко Г., Кравчук В.* Математика: Підручник для 5 класу. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2005. – 208 с.

Анотації

У статті висвітлюються погляди діячів Київського фізико-математичного товариства (1890–1919 рр.) К.М. Щербини, В.П. Єрмакова, М.П. Соколова, М.М. Володкевича, Е.К. Шпачинського на виховання в учнів характерних якостей мислення та на сприяння його розвитку засобами розв'язування математичних задач, формування понять, доведення теорем. З'ясовується значення методичних підходів та рекомендацій учених для навчання математики в сучасній загальноосвітній школі.

В статье рассматриваются взгляды деятелей Киевского физико-математического общества (1890–1919 гг.) К.М. Щербины, В.П. Ермакова, М.П. Соколова, Н.Н. Володкевича, Э.К. Шпачинского на воспитание в учеников характерных качеств мышления, а также на содействие его развитию путём решения математических задач, формирования понятий, доказательства теорем. Выясняется значение методических подходов и рекомендаций учёных для обучения математики в современной общеобразовательной школе.

The views of the members of Kyiv Physics-Mathematical society (1890–1919) Shcherbina K.M., Yermakov V.P., Sokolov M.P., Volodkevich M.M., Shpachinskiy E.K. on upbringing students' thinking characteristics and promoting its development by solving Maths problems, forming notions and proving theorems are considered. The article deals with the importance of methods of teaching and scientists' recommendations for teaching Maths at a modern secondary school.