ДОСВІД ВИКОРИСТАННЯ ПРОФЕСІЙНИХ СЮЖЕТІВ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ СТАРШОЇ ШКОЛИ

Лілія СОКОЛЕНКО – доцент кафедри педагогіки, психології та методик навчання фізики й математики ЧНПУ імені Т.Г. Шевченка, кандидат педагогічних наук

Анотація. У статті представлений аналіз французької, естонської та вітчизняної навчально-методичної літератури, щодо використання професійних сюжетів у процесі навчання математики старшої школи. Наведені приклади професійних сюжетів і відповідні до них розв'язання. Розкрита роль професійних сюжетів у вирішенні проблеми професійного самовизначення старшокласників.
Ключові слова: професійні сюжети, професійне самовизначення, процес навчання математики.
Лилия СОКОЛЕНКО.
ЗАРУБЕЖНЫЙ И ОТЕЧЕСТВЕННЫЙ ОПЫТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ СЮЖЕТОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ СТАРШЕЙ ШКОЛЫ.
Аннотация. В статье представлен анализ французской, эстонской и отечественной литературы на предмет использования профессиональных сюжетов в процессе обучения математике старшей школы. Рассмотрены примеры профессиональных сюжетов и соответствующие им решения. Розкрыта роль профессиональных сюжетов в решении проблемы профессионального самоопределения старшеклассников.
Ключевые слова: профессиональные сюжеты, профессиональное самоопределение, процесс обучения математике.
Liliy SOKOLENKO.
FOREIGN AND NATIONAL EXPERIENCE OF USE OF PROFESSIONAL SUBJECTS IN THE TEACHING MATHEMATICS AT A SENIOR HIGH SCHOOL
Summary. The article presents an analysis of the French, Estonian and national educational literature regarding the use of professional subjects in teaching mathematics at senior high school. The examples of professional subjects and their proper solutions were considered. The role of professional subjects in solving problem of a professional identity of senior high school students was developed.
Keywords: professional subjects, professional identity, teaching mathematics.

Навчальна діяльність старшокласників визначається складним комплексом мотивів, серед яких мотиви широкого суспільного плану (завоювати собі місце в житті, одержати схвалення оточення, підготуватися до майбутньої професії) та мотивів, що йдуть від самої діяльності (інтерес до знань, задоволення від зробленої роботи, інтелектуальної праці).

Підлітково-юнацький вік характеризується інтенсивним розвитком інтелектуальних здібностей, формуванням професійних інтересів. Підлітки починають замислюватись над своєю майбутньою професією. У навчальній діяльності їх інтереси перебудовуються з урахуванням здібностей, практичних навичок професійної діяльності [1].

Доведено, що саме вік ранньої юності (15-17 років) є періодом життя, коли особистісно значимою діяльністю стає навчально-професійна, завдяки якій у старшокласників розвиваються професійні інтереси, формуються елементи дослідницьких умінь, здатність будувати життєві плани. Центральним компонентом соціальної ситуації розвитку на цьому етапі є *професійне самовизначення.*

Набір шкільних навчальних предметів не є, очевидним для дітей, відображенням світу професій. Хоча кожний навчальний предмет в школі фактично ніби то оточений деяким невидимим професійно-трудовим ореолом.

У вік науково-технічного прогресу математика проникла в усі сфери життя. Жодне технічне вдосконалення неможливе без розрахунків. Достатньо важко уявити розвиток будь якої науки, виключаючи суспільні, без використання математики.

Якщо випускник середньої школи не стане професійним математиком, все одно знання з цього предмета будуть потрібні йому у житті, у його майбутній професії. Тому використання професійних сюжетів під час вивчення математики у старшій профільній школі є корисним та необхідним для її випускників.

Під ***професійним сюжетом*** ми розуміємо проблемну ситуацію, що виникає у певній професійній діяльності людини та потребує залучення математичних методів та способів для її вирішення.

Аналіз досліджень і публікацій. Аналізуючи вітчизняний та зарубіжний досвід приходимо до висновку, що існує певна практика використання таких сюжетів. Особливо вона розвинута у Франції, де сюжети використовуються для складання екзамену на ступінь бакалавра [8]. Значна увага приділяється використанню професійних сюжетів, представлених у вигляді задач практичного характеру під час навчання інтегрованого курсу математики старшої школи в Естонії [3]. Професійні сюжети, представлені у формі прикладних задач, зустрічаються у вітчизняних навчально-методичних посібниках [2], [4] – [7] та ін.

Мета статті. Означити поняття ”професійний сюжет” та розглянути його як засіб, що сприяє професійному самовизначенню старшокласників у процесі навчання математики. Охарактеризувати особливості професійних сюжетів, що використовуються у зарубіжній та вітчизняній школі. Навести приклади відповідних сюжетів та методику навчання учнів їх розв’язування.

Виклад основного матеріалу. Характерною особливістю сюжетів, що використовуються у Франції для підготовки та складання екзамену на ступінь бакалавра, є наявність в умові сюжету алгоритму розв’язування поставленої проблеми. Розглянемо приклади сюжетів пов’язаних з архітектурою, поставкою поштової кореспонденції, виробництвом продукції підприємством та пов’язаними з виробництвом податками.

<u>Сюжет 1 (архітектура)</u> [8, №16].

Створюють нове місто футуристичної архітектури у передмісті Парижу.

Резервуари питної води є циліндрами, які ”наряджені” металевими конусами висоти h і радіуса основи R (рис.1).

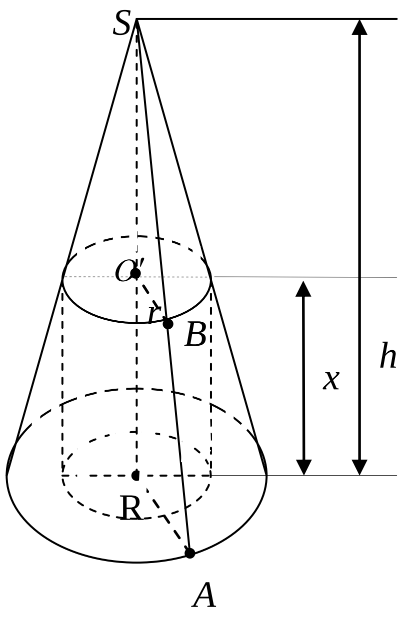

Рис. 1

При цьому враховують наступне:

- прямий циліндр, який містить воду, є внутрішньою частиною конуса;

- основи конуса і циліндра знаходяться в одній площині, конус та циліндр мають спільну вісь;

- коло, яке є границею верхньої основи прямого циліндра, належить поверхні конуса.

Метою задачі є визначення висоти циліндра при якій об’єм циліндра максимальний.

Нехай S - вершина конуса, O - центр нижньої основи циліндра, O' - центр верхньої основи циліндра.

Нехай A - точка площини основи конуса, яка належить колу основи. Нехай B - точка перетину циліндра і відрізка SA.

Здійсніть переріз резервуара вертикальною площиною, що містить точки S, O, A.

<u>*Частина А.*</u>

Позначають через x висоту OO' циліндра і через r радіус основи циліндра.

1) Зобразити переріз резервуару вертикальною площиною, що містить точки S, O, A.

2) Доведіть рівність $r = \frac{R(h-x)}{h}$.

3) Доведіть, що об'єм V циліндра виражається функцією від x, R і h наступним чином: $V = \frac{\Pi R^2}{h^2}\left(x^3 - 2hx^2 + h^2 x\right)$.

Частина С.

У цій задачі висота $h = 60м$, радіус основи конуса $R = 30м$.

1) Показати, що об'єм циліндра, виражений у $м^3$, записується $V = \frac{\Pi}{4} f(x)$, $f(x) = x^3 - 120x^2 + 3600x$, де через x позначається висота $OO^{'}$ циліндра в метрах.

2) Використовуючи попереднє завдання, визначити висоту x циліндра, в метрах, для якої об'єм цього циліндра максимальний.

Підрахувати, в $м^3$, цей максимальний об'єм.

Отже, бачимо, що питання, представлені у частинах A та C, є кроками цього алгоритму. Навіть у самому змісті сюжету присутні рекомендації для побудови геометричної моделі розглядуваної *професійної ситуації (проблеми),* що може виникнути в *архітектурній справі.*

Розв'язання сюжету1.

Зобразивши переріз резервуару вертикальною площиною, що містить точки S, O, A можна помітити подібні трикутники SOA та $SO^{'}B$. Оскільки трикутники подібні, то відповідні сторони їх пропорційні: $\frac{SO}{SO^{'}} = \frac{OA}{O^{'}B}$, тобто $\frac{h}{h-x} = \frac{R}{r}$. Звідси маємо рівність $r = \frac{R(h-x)}{h}$, яку пропонується довести у другому пункті частини A.

Для доведення формули об'єму V циліндра виконують наступні кроки: $V_{циліндра} = S_{осн} \cdot x = \Pi r^2 \cdot x = \Pi \frac{R^2 (h-x)^2}{h^2} \cdot x$. Виконавши всі можливі тотожні перетворення одержують, що $V = \frac{\Pi R^2}{h^2} \cdot \left(x^3 - 2hx^2 + h^2 x\right)$.

Для розв'язування частини C в останню одержану формулу замість h і R підставляють вказані в умові числові значення. Після чого одержують: $V = \frac{\Pi}{4}\left(x^3 - 120x^2 + 3600x\right)$. Отже, $V = \frac{\Pi}{4} f(x)$, де $f(x) = x^3 - 120x^2 + 3600x$.

Таким чином $f(x) = x^3 - 120x^2 + 3600x$, де $0 < x < 60$, є *цільовою функцією*, яку потрібно дослідити на найбільше значення. $f^{'}(x) = 3x^2 - 240x + 3600$ є похідною даної функції. На вказаному інтервалі $(0;60)$ функція $f(x)$ має єдину стаціонарну точку $x = 20$, при переході через яку похідна змінює знак з "+" на "-". Отже, $x = 20$ - точка максимуму функції на вказаному проміжку. Оскільки вона єдина, то в ній функція досягає свого найбільшого значення. Приходимо до **висновку**, що *при* $x = 20м$ *об'єм циліндра буде максимальний і* $V(20) = \frac{\Pi}{4} f(20) = 8000\Pi \ \left(м^3\right)$.

<u>Сюжет 2 (поставка кореспонденції)</u> [8, №18].

Під час поставки кореспонденції поштова служба Франції керується наступними вимогами, згідно яких кожний лист, який надходить із Франції або з закордону, для того щоб бути доставленим за адресою, повинен містити один з видів документів, а саме: або заказ, або вимогу або рекламу.

Статистичні дослідження дали можливість виконати оцінку сукупності листів, що приймаються: - 60% містять заказ і чверть заказів іноземного походження; - 25% містять вимогу і п’ята частина вимог іноземного походження. Решта містять рекламу і надходять лише з Франції.

1) Доповніть таблицю, яка містить дані про 100 одержаних листів.

	Французьке походження	Іноземне походження	Всього
Число замовлнень			60
Число вимог			25
Число реклам			
Всього	80		

2) Лист вибрано наугад з поштової сумки. Підрахуйте ймовірність наступних подій: A: ”Лист французького походження”; B: ”Мова йде про лист з вимогами”, C:”Лист з Франції, містить заказ”; D:”Лист містить вимогу або іноземного походження”.

Розв’язання сюжету 2.

Доповнення таблиці числовими даними відбувається в результаті поступового врахування даних про кореспонденцію, представлених у змісті сюжету. В результаті одержують наступну таблицю.

	Французьке походження	Іноземне походження	Всього
Число замовлень	45	15	60
Число вимог	20	5	25
Число реклам	15	0	15
Всього	80	20	100

Для відповіді на друге питання використовують означення класичної ймовірності випадкової події. При цьому одержують $P(A)=0{,}8$, $P(B)=0{,}25$, $P(C)=0{,}45$.

Для визначення $P(D)$ слід використати формулу числа елементів об’єднання двох множин $n(X\cup Y)=n(X)+n(Y)-n(X\cap Y)$, де $n(X)=25$ - кількість листів, що містять вимогу, $n(Y)=20$ - кількість листів іноземного походження, $n(X\cap Y)$=5- кількість листів іноземного походження, що містять вимогу. Отже, маємо $n(X\cup Y)=25+20-5=40$. Тоді $P(D)=0{,}4$.

Наступний сюжет, який будемо розглядати, відрізняється від попередніх тим, що перша його частина цілком формалізована і, фактично, представляє собою задачу на повне дослідження функції з допомогою похідної та побудову її графіка. Результати, одержані під час розв’язування частини A, використовуються при вирішенні професійної проблеми, що виникає на виробництві.

<u>Сюжет 3 (виробництво продукції підприємством та податки)</u> [8, №71].

<u>Частина А.</u>

У цій частині передбачено дослідження числової функції $f(x)=x-20+\dfrac{400}{x}$ визначеної на інтервалі $(0;+\infty)$.

Нехай σ графік функції f в координатній площині Oxy (одиниця вимірювання 0,1 $см$).

1) Визначте границю функції f на кінцях інтервалу $(0;+\infty)$.

2) Обчисліть похідну f' функції f і визначте знаки похідної. Складіть таблицю значень функції f.

3) Доведіть, що пряма D, задана рівнянням $y=x-20$ є асимптотою графіка σ. Представте рівняння іншої асимптоти графіка σ. Обчисліть ординати точок кривої σ, що відповідають абсцисам 5; 10; 20; 40; 50; 80; 100; 160. Одержані результати представте у вигляді таблиці.

4) Накресліть криву σ, враховуючи її асимптоти.

5) Обчисліть у $см^2$ площу фігури, яка обмежена кривою σ, асимптотою D і прямими заданими рівняннями $x = 80$ і $x = 100$. Виразіть результат використовуючи числа $\ln 2$ і $\ln 5$. Потім представте його десяткове наближення з точністю до 10^{-3}.

<u>*Частина С.*</u>

Підприємство виробляє протягом інтервалу часу задану величину x певних об'єктів (речей). Податок цього підприємства за виготовлення x речей складає $C(x) = x^2 - 20x + 100$ (франків).

Середні єдині загальноприйняті податки визначаються як $C_m(x) = \dfrac{C(x)}{x}$.

1) Визначте, використовуючи частину A, кількість об'єктів (речей), що має виробляти підприємство, щоб мати мінімальний середній єдиний податок.

2) Кожну вироблену річ продали за 100 франків. Визначити прибуток $B(x)$ цього підприємства, як функцію від кількості x вироблених речей. Визначити x для якого цей прибуток буде максимальний.

Розв'язання сюжету 3.

Розв'язуючи *частину* A, визначають, що:

1) $\lim\limits_{x \to 0+0} \left(x - 20 + \dfrac{400}{x} \right) = \infty$, отже пряма $x = 0$ є вертикальною асимптотою графіка σ. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(x - 20 + \dfrac{400}{x} \right) = \infty$, тому горизонтальних асимптот немає.

2) $f'(x) = 1 - \dfrac{400}{x^2} = \dfrac{(x-20)(x+20)}{x^2}$, де $x \in (0;+\infty)$. Тому маємо наступне:

x	$(0;20)$	20	$(20;+\infty)$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	спадає	20	зростає
		min	

3) Оскільки $k = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x - 20 + \dfrac{400}{x}}{x} = \lim\limits_{x \to \infty} \left(1 - \dfrac{20}{x} + \dfrac{400}{x^2} \right) = 1$, а $b = \lim\limits_{x \to \infty} (f(x) - kx) = \lim\limits_{x \to \infty} \left(x - 20 + \dfrac{400}{x} - x \right) = \lim\limits_{x \to \infty} \left(-20 + \dfrac{400}{x} \right) = -20$, то пряма $y = x - 20$ є похилою асимптотою графіка σ.

Далі складають таблицю значень функції та будують графік функції.

x	5	10	20	40	50	80	100	160
$f(x)$	65	30	20	30	38	65	84	142,5

4) Крива σ зображена на рисунку 2.

5) Площа S зазначеної фігури дорівнює $\int\limits_{80}^{100} \left(\left(x - 20 + \dfrac{400}{x} \right) - (x - 20) \right) dx = \int\limits_{80}^{100} \dfrac{400}{x} dx =$

$$= 400 \ln|x| \Big|_{80}^{100} = 400(\ln 100 - \ln 80) = 400 \ln \frac{100}{80} = 400 \ln \frac{5}{4} = 400(\ln 5 - 2\ln 2) \approx 89{,}254 \ (см^2).$$

Розв'язуючи *частину С*, знаходять, що $C_m(x) = \dfrac{x^2 - 20x + 400}{x} = x - 20 + \dfrac{400}{x}$.

1) Використовуючи результати, одержані при розв'язуванні частини A, роблять висновок, що *середній єдиний загальноприйнятий податок* $C_m(x)$ буде мінімальним при виробленні 20 об'єктів і буде дорівнювати 20 франків.

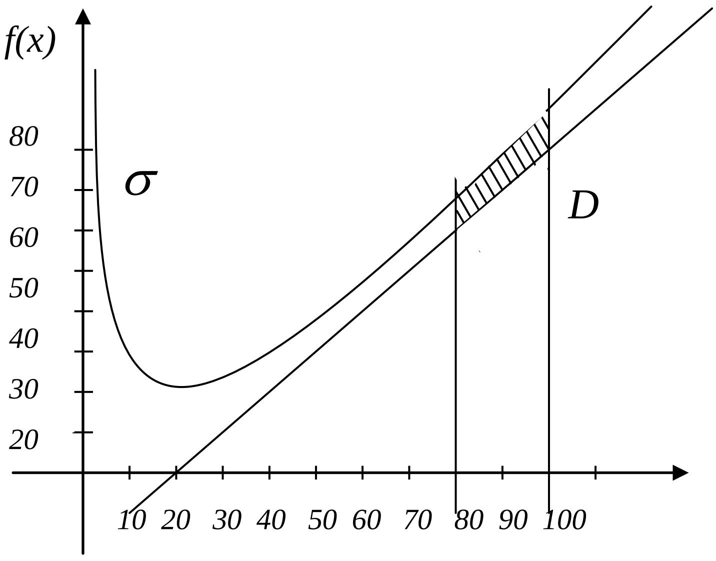

Рис. 2

2) Прибуток $B(x)$ цього підприємства від кількості x вироблених речей буде дорівнювати $100x - C(x)$.

$$B(x) = 100x - \left(x^2 - 20x + 400\right) = -x^2 + 120x - 400 = -\left(x^2 - 120x + 400\right) = -(x-60)^2 + 3200$$

Отже, графіком функції $B(x)$ є парабола, вітки якої напрямлені вниз, а вершиною є точка $O(60;3200)$. *Тому при* $x = 60$ *прибуток* $B(60) = 3200$ *франків буде максимальним.*

Далі представимо деякі приклади практичних професійних задач, запропонованих у естонському підручнику інтегрованого курсу ”Математика. 12 класс” [3], в яких йдеться про будівництво та про підрахунки, пов’язані з транспортними перевезеннями.

Задача 1 (будівництво) [3, № 496].

Дах павільйону має форму правильної восьмикутної піраміди з бічним ребром $7м$ і стороною основи $4{,}6м$. Скільки листів жерсті піде на покриття цього даху, якщо на кожний квадратний метр потрібно 1,2 листа.

Розв’язання.

1) Математичною моделлю даної задачі є правильна восьмикутна піраміда. Оскільки піраміда правильна, то площа її бічної поверхні $S_б = 8 \cdot S_{\Delta ASB}$ (рис.3).

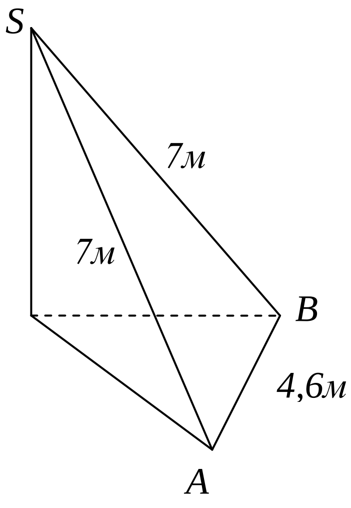

Рис. 3

Обчислюючи за формулою Герона площу трикутника ASB, визначаємо, що $S_{\Delta ASB} \approx 15{,}21\ м^2$, а $S_б \approx 121{,}65 м^2$.

2) Оскільки на покриття кожного квадратного метра потрібно 1,2 листа, то на покриття $121{,}65 м^2$ потрібно $121{,}65 \cdot 1{,}2 \approx 146$ (листів).

Відповідь: *146 листів жерсті.*

Задача 2 (транспортні перевезення) [3, №553].

Циліндрична цистерна для пального має довжину $7{,}8м$, а діаметр її дорівнює $2{,}4м$. Скільки барелів $(158{,}8л)$ пального може перевезти залізничний состав із 40 таких цистерн?

Розв'язання.

1) Математичною моделлю даної задачі є циліндр, радіус основи якого $1{,}2м$, а висота $7{,}8м$. Отже, $V_ц = ПR^2H = П \cdot 1{,}2^2 \cdot 7{,}8 \approx 35{,}27(м^3)$.

2) Оскільки залізничний состав складається з 40 таких цистерн, то його об'єм наближено дорівнює $40 \cdot V = 40 \cdot 35{,}27 \approx 1410{,}7(м^3)$.

3) З умови задачі відомо, що 1 барель пального складає $158{,}8л$. Виходячи з того, що $1л = 1дм^3 = 0{,}001м^3$, робимо висновок, що $158{,}8л = 0{,}1588м^3$.

4) Отже, залізничний состав з 40 цистерн, що має загальний об'єм $1410{,}7м^3$, може перевезти $1410{,}7 : 0{,}1588 \approx 8883$ (барелі).

Відповідь: *8883 барелі пального.*

Аналіз вітчизняної навчально-методичної літератури переконує в наявності не менш цікавих професійних сюжетів, що покладені в основу прикладних задач. Розглянемо деякі з них, що мають відношення до фінансової сфери, харчової промисловості, діагнозування захворювань, медичної статистики.

<u>Задача 3(*фінансова сфера*)</u> [4, №6.7].

Клієнту банку пропонується укласти наступну угоду: протягом одного місяця (30 днів) йому буде щодня виплачуватися по 100 тис. грн.; протягом цього самого часу клієнт буде платити в перший день 1 к., а в кожний наступний день подвоювати те, що платив у попередній (тобто у другий день 2 к., у третій – 4 к. і.т.д.). Чи вигідні ці умови клієнту?

Розв'язання.

1) Скільки коштів заплатять клієнту за місяць?

$30 \cdot 100 тис.грн. = 3 млн.грн.$

2) Скільки клієнт повинен заплатити за угодою?

Нехай $b_1 = 1; b_2 = 2; b_3 = 4; \ldots$. Отже, $q = 2$ - знаменник геометричної прогресії. Тоді за 30 днів сума виплат складе - $S_{30} = \frac{1(2^{30} - 1)}{2 - 1} = 2^{30} - 1 = 1073741823 \approx 10737418 грн. 23к.$

Приходимо до **висновку:** *клієнт повинен буде виплатити більше ніж в 3 рази від того, що одержить. Отже,* ***ці умови не вигідні для клієнта.***

<u>Задача 4 (*харчова промисловість*)</u> [7, №7.6].

Скільки необхідно шоколаду, щоб покрити морозиво циліндричної форми з діаметром $4см$ та висотою $11см$, якщо на $1см^2$ кондитер повинен витратити 100 *мг* шоколаду?

Розв'язання.

Для відповіді на питання задачі замінимо морозиво геометричним тілом –***циліндр***, яке буде його математичною моделлю.

Згадаємо, чому дорівнює площа поверхні циліндра: $S_п = 2S_{осн} + S_{біч} = 2ПR^2 + 2ПRH = 2ПR(R + H)$. Підставивши у формулу відповідні дані, одержимо: $S_п = 2П \cdot 2 \cdot (2 + 11) = 52П \approx 163{,}28(см^2)$.

З'ясуємо, скільки необхідно шоколаду, щоб покрити морозиво: $m = 163{,}28 \cdot 100 \cdot 10^{-3} \approx 16(г)$

Відповідь: $\approx 16г$.

<u>Задача 5 (*діагнозування захворювань*)</u> [5, № 6.10].

У деякого захворювання існує 6 відомих симптомів. Це захворювання діагнозується, якщо у хворого проявляється не менше чотирьох симптомів. Скільки різних комбінацій симптомів можуть привести до встановлення даного діагнозу?

Розв'язання.

З умови задачі зрозуміло, що захворювання діагнозується, якщо у хворого проявляється чотири або п'ять або шість симптомів. Тому існує $C_6^4 + C_6^5 + C_6^6$ комбінацій симптомів, які можуть привести до встановлення даного діагнозу. Обчисливши дану суму, одержуємо відповідь – 22 комбінації симптомів.

Відповідь: *22 комбінації симптомів.*

Задача 6 *(медична статистика)* [5, №6.20].

Лікар ендокринолог виявив захворюваність щитовидної залози у 25 дітей різного віку: 10, 11, 14, 9, 11, 14, 10, 8, 10, 15, 14, 10, 11, 14, 10, 16, 9, 16, 14, 8, 15, 10, 11, 10, 14 років. За одержаними даними побудуйте дискретний варіаційний ряд і визначте його моду і медіану.

Розв'язання.

Згідно даних задачі одержуємо такий дискретний варіаційний ряд:

Вік дітей, x_i	8	9	10	11	14	15	16
Кількість дітей, y_i	2	2	7	4	6	2	2

Вік дітей, який трапляється найчастіше в даному ряді розподілу, – 10 років, отже, за означенням *моди* $M_o = 10$. Значення віку, яке ділить множину даних навпіл, так що одна половина значень більша від нього, а друга менша дорівнює 11, отже за означенням *медіани* $M_e = 11$.

Відповідь. $M_o = 10$, $M_e = 11$.

Представлені приклади сюжетів свідчать про те, що математика допомагає вирішувати проблеми, що виникають у різноманітній професійній діяльності людини. Досвід використання на уроках математики та в позаурочній роботі, представлених у статті, та інших професійних сюжетів, переконує в їх корисності для старшокласників.

Література

1. Барабанова В.В., Зеленова М.Е. Представление старшеклассников о будущем как аспект их социализации // Психологическая наука и образование. 1998. №1.
2. Власенко К.В. Геометрія для майбутніх інженерів: навчально-методичний посібник для учнів старшої школи/ К.В. Власенко, І.М. Реутова; за ред. проф. О.І. Скафи. Донецьк: вид-во "Вебер", 2009.-191с.
3. Лепманн Л., Лепманн Т., Вельскер К. Математика. 12 класс. -Таллин: Коолибри, 2000.-304с.
4. Лях С. Економіка в задачах з математики.-К.: Шк. світ, 2007.-128с.
5. Соколенко Л.О., Філон Л.Г., Швець В.О. Прикладні задачі природничого характеру в курсі алгебри і початків аналізу: практикум. Навчальний посібник.-Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2010.-128с.
6. Черненко Н.А. Задачі практичного змісту з геометрії: 9-11 класи / Наталія Черненко.-К.: Шк. світ, 2011.-128 с.
7. Швець В.О., Прус А.В. Теорія і практика прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії. Навчальний посібник. -Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І.Франка, 2007.-156с.
8. Les sujets natban. Maths 94. Terminals F-G-H. Selection de sujets proposée par: Michel Poncy. Édition Nathan, 1993.-243 p.